

Department of Physics and Astronomy
Heidelberg University

Bachelor Thesis in Physics
submitted by

Lukas Holtmann

born in Karlsruhe (Germany)

2024

Design und Aufbau eines Axial-Resonators hoher Güte für das LSym-Experiment

This Bachelor Thesis has been carried out by Lukas Holtmann at the
Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg
under the supervision of
Priv. Doz. Dr. Sven Sturm

Zusammenfassung

Das LSym-Experiment befindet sich zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg in Aufbau. Mit dem Experiment soll ein präziser Test des Standardmodells erfolgen. Dafür soll mit bislang unerreichter Präzision ein Test der Eigenschaften von Materie und Antimaterie durchgeführt werden. Für das Verfahren werden ein Helium-Ion und ein Positron gleichzeitig in einer Penning-Falle untersucht. Die Messung der Teilchenbewegungen erfolgt durch induzierte Spiegelströme im fA-Bereich, mit denen eine nicht-destruktive Messung vorgenommen wird. In dieser Arbeit wird ein Teil der kryogenen Nachweiselektronik für die axiale Frequenz des Helium-Ions entwickelt. Um die winzigen Spiegelströme der Ionenbewegung zu detektieren, Bedarf es eines rauscharmen Nachweissystems hoher Güte. Dafür wird in dieser Arbeit ein Axial-Resonator entworfen, der die Anforderungen der hohen Güte und der Betriebstemperatur von 300mK erfüllt. Der Resonator wird im Verlauf dieser Arbeit geometrisch optimiert und gebaut. Am Ende erfolgt eine Charakterisierung der Eigenschaften des Resonators.

Abstract

The LSym experiment is currently under construction at the Max-Planck-Institute for Nuclear Physics in Heidelberg. The experiment is meant to carry out a precise test of the standard model. To this end the characteristics of matter and antimatter will be tested more precisely than ever. This is done by a simultaneous measurement of a helium-ion and a positron within a penning trap. A non-destructive detecting method is used in order to measure the motion of the particles in the trap. This can be achieved by the measurement of mirror currents induced in the trap electrodes by the motion of the ions. The goal of this thesis is the development of one component of the cryogenic detection system for the axial helium frequency. To measure the tiny mirror currents a high quality and low noise detection system is needed. This leads to specific requirements for the detection which this thesis aims to solve through an optimized high quality resonator being able to be operated at a temperature of 300mK. This thesis aims to optimize the resonator. After the construction the resonator gets thoroughly tested and characterised.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Physikalische Grundlagen	4
2.1	Die Penning-Falle	4
2.2	Detektion der Teilchenbewegung	7
2.3	Der reale Parallelschwingkreis	8
2.4	Detektionsmethode der Teilchenbewegung	9
3	Design des Resonators	13
3.1	Motivation	13
3.2	Allgemeiner Aufbau - Das Schild	13
3.3	Auswahl des Schild-Materials	13
3.4	Spule mit Spulenkern	15
3.5	Material Auswahl des Spulenkerns	15
3.6	Befestigung des Spulenkerns	17
3.7	Dimensionierung der Spule	20
3.8	Aufbau des Resonators	25
4	Test des Resonators	27
4.1	Messaufbau	27
4.2	Messmethoden	28
4.3	Ergebnisse	30
5	Zusammenfassung und Ausblick	36

1 Einleitung

In der Physik stellt das Standardmodell der Teilchenphysik ein grundlegendes Fundament dar. Damit können alle Elementarteilchen sowie deren Wechselwirkungen untereinander beschrieben werden. Da das Standardmodell ein Fundament der Elementarteilchenphysik ist, ist es ebenfalls eins der am besten getesteten/überprüften Theorien der aktuellen Physik. Um die Grenzen des Standardmodells zu erforschen, muss dessen nachgewiesener Gültigkeitsbereich erweitert werden. Kontinuierliche Tests des Standardmodells mit besserer Präzision sind daher nötig.

Eine zentrale Aussage des Standardmodells ist die Gleichheit einiger grundlegender Eigenschaften von Materie und Antimaterie, wie der Masse, der Ladung und des g -Faktors. Eine Beobachtung des Universums wirft allerdings Fragen daran auf, ob diese Aussage richtig ist. Nach der Theorie sollte beim Urknall die gleiche Menge von Materie wie Antimaterie entstanden sein. Bei allen Beobachtungen im beobachtbaren Universum ist allerdings eine Ungleichverteilung von Materie und Antimaterie zu sehen, die Materie dominiert das Universum. Es gibt verschiedene Ansätze, diese Ungleichheit in der Mengenverteilung zu erklären. Eine mögliche Antwort könnte ein Unterschied in den grundlegenden Eigenschaften von Materie und Antimaterie sein. Dies will das Experiment LSym untersuchen um damit die Grundlagen des Standardmodells zu überprüfen. Das Ziel soll durch den bisher präzisesten Vergleich der grundlegenden Eigenschaften Masse, Ladung und g -Faktor von Elektronen und Positronen durch deren magnetische Momente erzielt werden.

Für die Messung der Teilcheneigenschaften werden diese in einer sogenannten Penning-Falle mit einer Kombination aus elektrischem und magnetischem Potential gefangen. Um eine bessere Präzision zu erreichen, werden beide Teilchen gleichzeitig in einer Falle untersucht. Da dies nur für Teilchen mit gleichem Ladungsvorzeichen möglich ist, werden im Versuch ein positiv geladenes Helium-Ion mit einem Elektron und ein Positron gleichzeitig in der Falle verwendet. Die Eigenschaften des Helium-Ions sind bereits mit genügend hoher Präzision bekannt, sodass die Eigenschaften des Elektrons daraus zurückgerechnet werden können. Die Teilchen werden in der Penning-Falle zu einer Oszillation angeregt. Mithilfe der verschiedenen Oszillationsfrequenzen können dann die Teilcheneigenschaften bestimmt werden. Die Oszillation der Teilchen in der Falle wird nicht-destruktiv mithilfe des sogenannten Spiegelstromverfahrens bestimmt. Dabei werden sehr kleine Ströme im μA -Bereich in den Elektroden der Penning-Falle induziert. Um diese winzigen Ströme detektieren zu können, muss das Signal verstärkt werden. Dies passiert über mehrere Stufen. In der vorliegenden Arbeit wird ein Teil der kryogenen Detektionslektronik entworfen, der die axiale Frequenz des Helium-Ions messen soll. Da die induzierten Ströme so klein sind, müssen hierbei besondere Anforderungen an die Detektionslektronik gestellt werden, im

Besonderen eine hohe Güte und eine rauscharme Detektion. Dafür wird in dieser Arbeit ein kryogener Axial-Resonator entworfen, der den hohen Anforderungen gerecht wird.

Das zweite Kapitel dieser Arbeit umfasst eine Einführung in die physikalischen Grundlagen der Penning-Falle, der Detektionsmethode der Axial-Frequenz und des für den Resonator benutzten Parallelschwingkreises. Im folgenden Teil wird der Resonator entworfen, ausgelegt und dimensioniert. Dazu zählt die Materialauswahl sowie eine Einführung in die rechnerische Optimierung der Geometrie des Resonators. Im letzten Teil wird der optimierte Resonator getestet, charakterisiert und die Ergebnisse werden diskutiert.

2 Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die relevanten physikalischen Grundlagen des Versuchs für die Erklärung des benötigten Resonators dargelegt. Dabei werden die für diese Arbeit relevanten Themen des Prinzips einer Penning-Falle, der Teilchenbewegungen in der Falle sowie der zur Detektion der Oszillationen nötigen Elektronik besprochen.

2.1 Die Penning-Falle

Eine Penning-Falle soll geladene Teilchen möglichst störungsfrei und stabil lagern. Nach dem Earnshaw-Theorem [5] kann ein geladenes Teilchen nicht durch ein einziges statisches Potenzial im Gleichgewicht gehalten werden. Eine Penning-Falle macht sich deswegen eine Kombination aus einem statischen Magnetfeld, welches die axiale Richtung definiert, und einem statischen elektrischen Quadrupolpotential zu nutze. Dabei wird durch das Magnetfeld eine Begrenzung der Bewegung des Teilchens in radialer Richtung bewirkt, das elektrische Potential schließt das Teilchen in axialer Richtung ein.

Die radiale Begrenzung erfolgt dabei durch die Lorentzkraft \vec{F}_L . Diese wirkt auf ein Teilchen mit der Masse m , der Ladung q und der Geschwindigkeit \vec{v} folgendermaßen:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Die Lorentzkraft lenkt das Teilchen im Magnetfeld auf eine Kreisbahn in radialer Ebene. Die Frequenz des Teilchens wird als freie Zyklotronfrequenz ω_c bezeichnet:

$$\omega_c = \frac{qB}{m}. \quad (2)$$

Das Magnetfeld wird mit einem großen Spulenmagneten erzeugt, in das die Penning-Falle eingebracht wird.

Das elektrische Quadrupolpotential wird für eine ideale Penning-Falle [11] mit hyperbolischen Fallenelektroden erzeugt. Dabei gibt es eine hyperbolische Elektrode in radialer Richtung und zwei hyperbolische Endkappen in axialer Richtung. Ein Potential entsteht, wenn eine Spannung U_0 an die Elektroden angeschlossen wird. Aus der Geometrie der Fallenelektroden ergibt sich ein charakteristischer Parameter d_0

$$d_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(z_0^2 + \frac{1}{2} \rho_0^2 \right)}, \quad (3)$$

der sich aus dem inneren Fallenradius ρ_0 und dem axialen Abstand der Endkappen zur Fallenmitte z_0 zusammensetzt.

Aus der Kombination der Wirkung der beiden Felder stellt sich für das geladene Teilchen eine Bewegungsgleichung ein. Aus dieser ergibt sich für die axiale Richtung eine Schwingung zwischen den Endkappen-Elektroden mit der Axialfrequenz ω_z :

$$\omega_z = \sqrt{\frac{q \cdot U_0}{m \cdot d_0}}. \quad (4)$$

In radialer Richtung ist bei der Betrachtung des Teilchens, welches beiden Feldern ausgesetzt ist, nicht mehr die freie Zyklotronfrequenz für das Teilchen gegeben. Die Bewegungsgleichung für die Bewegung in radialer Ebene ergibt sich dann als eine Überlagerung aus zwei Oszillationen. Die daraus resultierenden Frequenzen sind die reduzierte Zyklotronfrequenz w_+ und die Magnetronfrequenz w_- :

$$w_{\pm} = \frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}}. \quad (5)$$

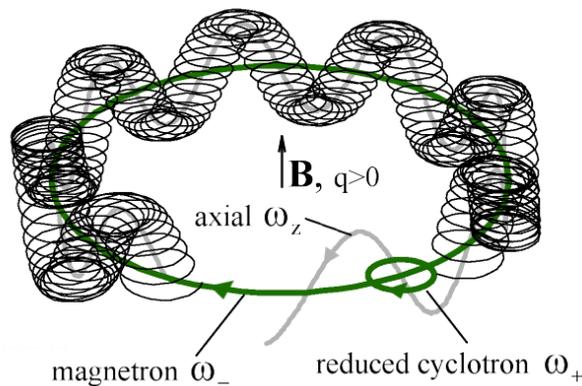


Abbildung 1: Teilchenbewegung in der Penning-Falle in Schwarz; einzelne Bewegungsmoden in grün und grau; Grafik übernommen aus [10].

Die einzelnen Bewegungsanteile des Teilchens, wie in der Abbildung 1 zu sehen, können wieder mit der freien Zyklotronfrequenz in Verbindung gebracht werden. Dies geschieht über das Invarianztheorem [6]:

$$\omega_c^2 = \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_z^2. \quad (6)$$

Das Theorem ist sehr nützlich, da aus den messbaren Frequenzen ω_+ , ω_- und ω_z mithilfe von Formel 2 die Masse des Teilchens errechnet werden kann. Außerdem behält das Invarianztheorem für bestimmte Veränderungen der einzelnen Bewegungsmoden seine Gültigkeit.

tigkeit. Dies gilt für imperfektes Magnetfeld, beispielsweise für eine Verkippung oder eine elliptische Verzerrung des Magnetfelds, welche die relevanten, nicht durch andere Methoden reduzierbaren, Fehler sein. Falls diese Effekte auftreten, so wirkt sich das auf die Teilchenbewegung aus und verändert damit die axialen und radialen Bewegungsanteile. Trotz dieser Veränderung ist die freie Zyklotronfrequenz nach dem Invarianztheorem immer noch genauso aus den veränderten Bewegungsanteilen zu errechnen. Damit kann der Effekt der besprochenen Fehler umgangen werden.

Die in dem Versuch benutzte Penning-Falle entspricht nicht dem idealen Modell. Die vorgestellte ideale Falle aus hyperbolischen Elektroden wird hauptsächlich aus zwei Gründen nicht benutzt. Sie erschwert bzw. verhindert einen axialen Zugang zur Falle, der nützlich ist um Teilchen zwischen Fallen zu bewegen. Wichtiger ist jedoch, dass bei der von uns benutzte Cavity-Trap die Mikrowellenmoden deutlich komplizierter zu bestimmen bzw. auszurechnen sind als dies für eine zylindrische Falle der Fall ist. Im Versuch wird daher mit einer zylindrischen Penning-Falle [7] gearbeitet.

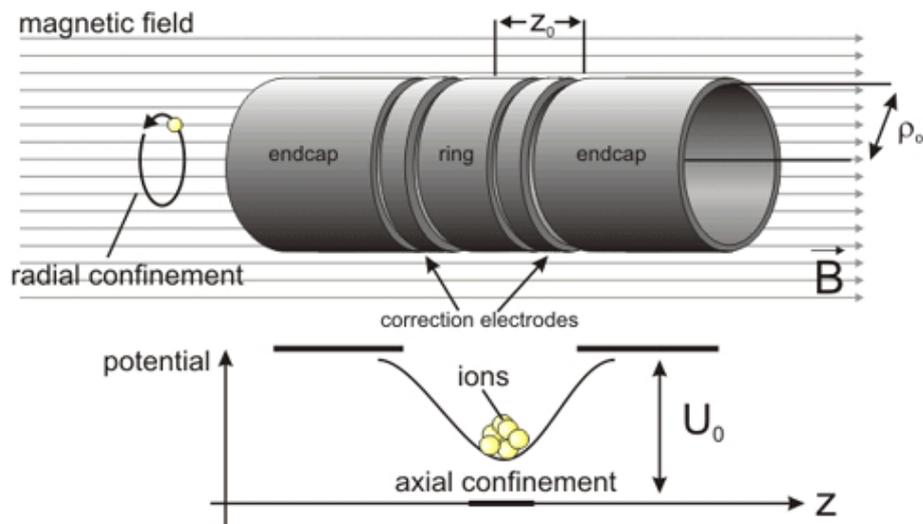


Abbildung 2: Allgemeines Beispiel einer zylindrischen Penning-Falle, in LSym besitzt z. B. die AT offene Endkappen, die Cavity Trap hat fast komplett geschlossene Endkappen; übernommen aus [19].

Die zylindrische Penning-Falle besteht aus ringförmigen Elektroden. Die Spannung U_0 liegt an der mittleren Elektrode an; die beiden äußeren Elektroden bilden die Endkappen. Dieses Design der Falle erwirkt nicht exakt das Quadrupolpotential wie einer idealen Penning-Falle. Es existieren Multipol-Anteile, die das elektrostatische Potential verfälschen. Um diese so gering wie möglich zu halten, werden neben der mittleren Ringelektrode Korrektorelektroden eingefügt. An diese wird eine Korrekturspannung U_c angelegt. Bei einer Falle mit 5 Polen wie in Abbildung 2 werden die relevanten Multipolanteile C4 und C6

weitesgehend unterdrückt, höhere Anteile sind für gekühlte Teilchen die sich nahe am Fallenzentrum bewegen nicht signifikant [2]. Die Formeln für die Teilchenbewegungen aus dem vorigen Teil bleiben so mit hinreichender Präzision gültig.

2.2 Detektion der Teilchenbewegung

Die Teilchenbewegungen werden in diesem Versuch mit einem nicht-destruktiven Nachweissystem [3] gemessen. Dafür wird die Methode der Spiegelströme genutzt. Das Teilchen stellt eine sich bewegende Ladung dar, die in den Fallenelektroden einen Spiegelstrom $I(t)$ induziert. Dieser Spiegelstrom soll durch eine Detektionselektronik gemessen werden.

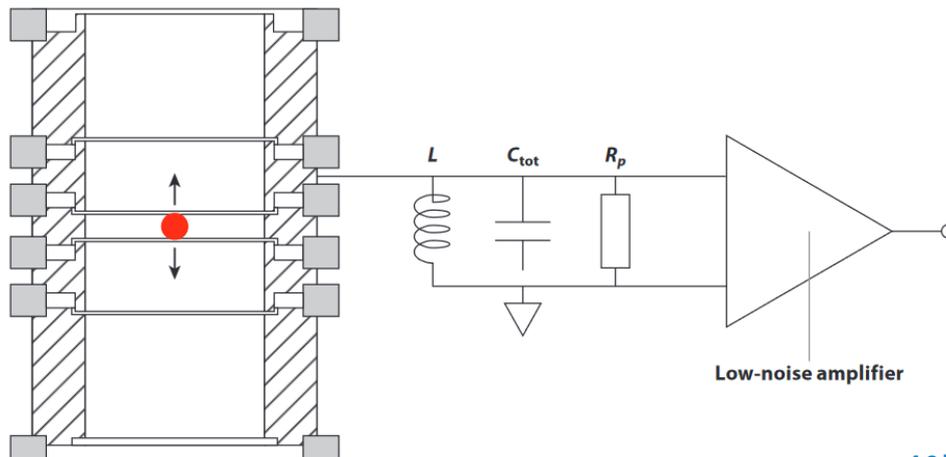


Abbildung 3: Schaubild der Detektionselektronik, Parallelschwingkreis und Verstärker, angeschlossen an die zylindrische Penning-Falle, übernommen aus [3].

Dafür soll der Strom an einer Impedanz $Z(\omega)$ einen Spannungsabfall verursachen, der Spiegelstrom wird also in ein Spannungs-Signal umgewandelt.

$$U_{sig}(t) = I(t) \cdot Z(\omega). \quad (7)$$

Dabei ist zu beachten, dass das letztendlich detektierte Signal nicht U_{sig} entspricht. Zu dem Abfall an der Impedanz gibt es immer ein thermisches Rauschen der Impedanz:

$$U_{noise} = U_{therm} \cdot \sqrt{\Delta\omega} = \sqrt{4k_B T \operatorname{Re}(Z(\omega)) \Delta\omega}. \quad (8)$$

mit k_B als Boltzmannkonstante und $\Delta\omega$ als Bandbreite. Das detektierte Spannungs-Signal ergibt sich aus der Zusammenfassung beider Spannungen:

$$U_{det} = U_{sig}(t) + U_{noise} = I(t) \cdot Z(\omega) + \sqrt{4k_B T \operatorname{Re}(Z(\omega)) \Delta\omega}. \quad (9)$$

Um ein möglichst gutes Signal zu messen, soll das Signal-zu-Rausch-Verhältnis möglichst groß sein. Aus Formel (9) können wir erkennen, dass dafür die Impedanz, über die der Spiegelstrom abfällt, möglichst groß sowie die Temperatur so gering wie möglich sein sollten. Damit die Spiegelströme an einem möglichst großen Widerstand abfallen, wird ein Parallelschwingkreis als Resonator benutzt. Den Parallelschwingkreis bildet eine Spule mit einer Induktivität L , die Kapazität der Falle C und der Eigenwiderstand der Spule. Dieser Parallelschwingkreis hat die Resonanzfrequenz:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10)$$

Bei dieser Resonanzfrequenz wird der effektive Parallelwiderstand des Resonators maximal. Deswegen muss der Resonator so entworfen werden, dass seine Resonanzfrequenz der zu detektierenden Teilchenfrequenz entspricht. Eine genauere Beschreibung des Parallelschwingkreises erfolgt im Kapitel 2.3.

2.3 Der reale Parallelschwingkreis

Für die vorliegende Arbeit ist es besonders wichtig, den Parallelschwingkreis gut zu verstehen. Daher nehmen das Design und der Aufbau des Resonators einen großen Teil der Arbeit ein. In diesem Kapitel werden zunächst die grundlegenden Größen eingeführt. Die Optimierung des Parallelschwingkreises erfolgt dann in Kapitel 3.

Im vorangegangenen Kapitel 2.2 wurde die Resonanzfrequenz des Resonators mit Formel (10) angegeben. Die in dieser Formel beschriebenen Bedingungen gelten allerdings nur für einen idealen Parallelschwingkreis. In dem realen Fall unserer Spule mit angeschlossener Falle sind die Parameter anders verteilt, wie nachfolgend erläutert wird.

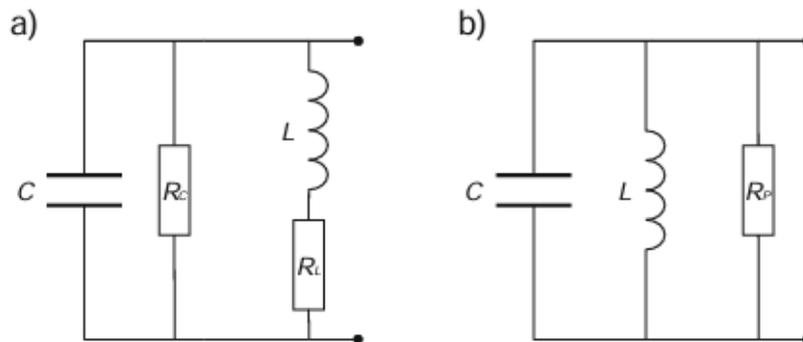


Abbildung 4: Realer Parallelschwingkreis; Fall a): Reales Schaltbild des Parallelschwingkreises; Fall b): Ersatzschaltbild mit zusammengefasstem effektiven Parallelwiderstand; Grafik übernommen aus [20]

Unser Parallelschwingkreis besteht aus einer Spule mit Induktivität L und einer Kapazität C die sich aus der Kapazität der Falle und weiteren Kapazitäten der Dielektrika zusammensetzt. Die Verluste aller Dielektrika des Aufbaus werden als kapazitive Verluste R_C angegeben, die Verluste im Leitermaterial (Spulendraht) mit R_L . Für einen Parallelschwingkreis gibt es für eine bestimmte Frequenz ω immer ein äquivalentes Ersatzschaltbild, dass im Fall b) dargestellt wird. Dabei stellt der effektive Parallelwiderstand R_p alle Verluste im Parallelschwingkreis dar. Wenn die Impedanzen der Schwingkreise aus Fall a) & b) für die Resonanzfrequenz ω_0 nach Formel 10 gleichgesetzt werden ergibt sich für den effektiven Parallelwiderstand:

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{R_L \cdot C}{L}}. \quad (11)$$

Eine im weiteren Verlauf relevante Größe stellt die Schwingkreisgüte Q dar. Diese charakterisiert die Frequenzkurve des Resonators. Je größer die Schwingkreisgüte, desto schmaler wird die Resonanz des Parallelschwingkreises. Die Güte Q stellt dabei ein Maß der Verluste im Schwingkreis dar. Sie beschreibt das Verhältnis der Energie im gesamten Schwingkreis zu den Verlusten im Schwingkreis in einer Periode. Für die Güte gilt der Zusammenhang mit dem effektiven Parallelwiderstand:

$$Q = R_p \omega_R C = \frac{R_p}{\omega_R L}. \quad (12)$$

2.4 Detektionsmethode der Teilchenbewegung

Die über dem effektiven Parallelwiderstand abfallende Spannung, die aus dem Spiegelstrom des Teilchens kommt, beeinflusst selbiges auch wieder. Die Spannung, die sich an den Fallenelektroden aufbaut, erzeugt wiederum ein elektrisches Feld, das auf das Teilchen wirkt. Dessen Oszillation wird dabei gedämpft. Wegen dieses Vorgangs lässt sich die Bewegungsmode des Teilchens über den Resonator kühlen, da überschüssige Energie des Teilchens sozusagen im Widerstand des Resonators dissipiert wird. Dank des Kühlens kann die Bewegungsmode des Teilchens auf die Temperatur des Resonators gekühlt werden. Der Resonator dient also sowohl zur Detektion als auch zur Kühlung der Bewegung des Teilchens. Die axiale Bewegungsmode kann direkt mit dem Resonator gekühlt werden, die Kühlung der reduzierten Zyklotronfrequenz und der Magnetronfrequenz erfolgt über eine Seiten-Band-Kopplung [8]. Das direkte Kühlen der axialen Bewegungsmode des Teilchens

besitzt eine charakteristische Kühlzeitkonstante τ_z :

$$\tau_z = \frac{mD^2}{q^2 R_p}, \quad (13)$$

wobei D eine charakteristische Größe der Fallengeometrie ist.

Die Präzisionsmessung der Axial-Frequenz wird mit einer sogenannten Dip-Detektion durchgeführt. Schaut man sich das Frequenzspektrum des Resonators an, so ergibt es eine breite Resonanzkurve, die das thermische Rauschen des Resonators darstellt.

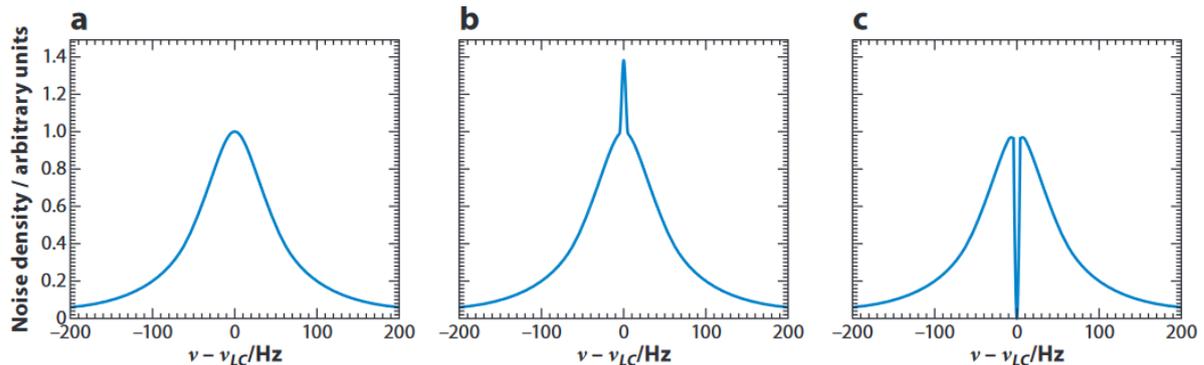


Abbildung 5: a) Frequenzkurve des Resonatorrauschens; b) Peak auf der Rauschkurve bei Annäherung eines nicht-thermalisierten Teilchens an die Resonanzfrequenz; c) Dip bei der Resonanzfrequenz für thermales Teilchen, übernommen aus [3].

Wenn ein Teilchen in der Falle ist und sich dessen axiale Frequenz der Resonanzfrequenz des Resonators annähert, so ist dies als kleiner, schmaler Peak auf der breiten Rauschkurve erkennbar. Gültig ist das nur für den Fall eines nicht thermalisierten Teilchens. Zur Präzisionsmessung der axialen Frequenz soll das Teilchen im thermalisierten Zustand vermessen werden, damit die Bewegungsamplitude möglichst klein ist und keine Frequenzverschiebungen Multipole höherer Ordnung des imperfekten Fallen Potentials auftreten. Das Teilchen kann in der Falle als Serienschwingkreis mit einer Induktivität und Kapazität des Teilchens definiert durch seine Ladung und Masse aufgefasst werden [17], der bei der Resonanzfrequenz ω_R keinen Widerstand mehr besitzt. Aus diesem Grund ist in dem Fall, in dem die axiale Frequenz der Resonanzfrequenz entspricht, ein Dip in der Resonatorrauschkurve zu erkennen. Die Präzision der Peak und Dip Methoden ist letztendlich durch ihr Signal-zu-Rausch-Verhältnis bestimmt.

Für die Axial-Frequenz-Detektion müssen wir das Signal-Rausch-Verhältnis aufstellen. Die Messung erfolgt im Versuch mit dem Resonator sowie einem darauffolgenden kryogenen Verstärker um das Signal zur weiteren Verarbeitung bei Raumtemperatur aufzubereiten.

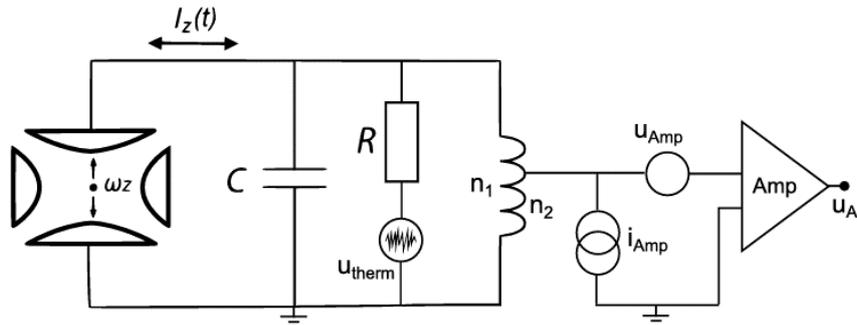


Abbildung 6: Skizze der Falle und Detektionselektronik mit den auftretenden Rauschquellen.

Zusätzlich zum thermischen Rauschen des Resonators hat damit auch der Verstärker einen Einfluss auf das Rauschen. Das kann durch ein Spannungs- und ein Stromrauschen (u_V & i_V) des Verstärkers beschrieben werden. Der Einfluss des Ausgangswiderstands des Verstärkers und damit sein Stromrauschen auf den Resonator kann durch einen sogenannten Tap an der Spule verringert werden. Der Resonator wird mit dem Tap, statt durch den Ausgangswiderstand R_A des Verstärkers, nur noch mit einem effektiven parallelen Widerstand $R_{T,eff}$ belastet:

$$R_{T,eff} = \frac{R_A}{k^2}. \quad (14)$$

An dem Tap wird das Resonatorsignal schon nach einer bestimmten Anzahl an Windungen abgenommen, nicht erst am Ende der gesamten Spule. Das Verhältnis k der Wicklungszahl vor und nach dem Tap soll für diesen Versuch $\approx \frac{1}{20}$ betragen.

Für die Dip-Detektion ist das Signal durch das Maximum des Resonatorrauschens gegeben. Der Rauschuntergrund ist hierbei durch das Spannungsrauschen des Verstärkers gegeben. Für das Signal-Rausch-Verhältnis ergibt sich damit [20]:

$$SNR_{Dip} = \frac{\sqrt{4k_B T R \left(\frac{1}{k}\right)^2 + u_V^2 + (i_V R)^2 \left(\frac{1}{k}\right)^4}}{u_V}. \quad (15)$$

Für die Peak-Detektion ist das Signal, das Maximum des Teilchensignals aus der Falle. Der Rauschuntergrund ist das Maximum des Resonatorrauschens. Dafür ergibt sich das SNR zu:

$$SNR_{Peak} = \frac{I_z \frac{R}{k} \sqrt{\tau_{mess}}}{\sqrt{4k_B T R \left(\frac{1}{k}\right)^2 + u_V^2 + (i_V R)^2 \left(\frac{1}{k}\right)^4}} \quad (16)$$

mit τ_{mess} als Messzeit.

Aus den Formeln kann geschlossen werden, dass die Peak-Methode bei gleicher Temperatur ein besseres SNR hätte. Eine höhere Temperatur und damit höhere Bewegungsamplitude kann wie schon besprochen Frequenzverschiebungen mit sich führen. Da die Dip-Detektion

mit einem thermalisiertem Teilchen durchgeführt wird, ist sie die Methode der Wahl. Damit die Messung der Position des Dips gut durchgeführt werden kann, muss der Dip eine gewisse Breite aufweisen. Das Maß für die Breite eines Dips ist δ_V , welches die Breite des Dips im Abstand von 3dB unterhalb des Maximums der Resonatorrauschkurve angibt. Diese Dipbreite kann in Zusammenhang mit der Kühlzeitkonstante gebracht werden:

$$\delta_V = \frac{1}{2\pi\tau_z}. \quad (17)$$

Für eine Messung ist aus Erfahrungswerten eine Dip-Breite von mehr als 0,8 Hz erforderlich. Mit dieser Breite können wir nun eine Abschätzung für die benötigte Güte des Resonators angeben, damit mit diesem die Dip-Detektion funktioniert. Der Zusammenhang der Dip-Breite δ_V und der Güte Q kann aus den Formeln (12), (13) und (17) hergeleitet werden:

$$Q_{min} = \frac{2\pi\delta_V}{q^2} \frac{mD^2}{\omega_R L} \approx 15000. \quad (18)$$

Der minimal nötige Q -Wert wurde abgeschätzt mit $D \approx 1cm$, $\delta_V = 0,8Hz$, $\omega_R \approx 600kHz$ und $L \approx 2,2mH$.

3 Design des Resonators

3.1 Motivation

Wie in den Grundlagen beschrieben, brauchen wir einen Resonator, um das axiale Signal des Heliums zu bestimmen. Dabei gibt es bestimmte Anforderungen an den Resonator, die sich zum Teil aus dem Aufbau, den Bedingungen des Experiments sowie aus den erforderlichen Eigenschaften des Resonators zur Detektion des Signals ergeben:

- Betrieb auf niedrigen Temperaturen (300 mK)
- hohe Resonatorgüte Q zur Detektion
- maximale Dimensionen durch Platz im Versuch vorgegeben

Mit diesen Anforderungen muss die Spule nun dimensioniert werden sowie eine Auswahl des Aufbaus und der erforderlichen Materialien getroffen werden. Die Entscheidung fiel auf eine Spule in zylindrischer Form, da diese von der Form her gut in das Experiment eingefügt werden kann sowie im Vergleich zu einer torodialen Spule einfacher im Aufbau ist.

3.2 Allgemeiner Aufbau - Das Schild

Beim Design des Resonators ist zu beachten, dass dieser sich letztendlich im Versuch in einem Magnetfeld befinden wird. Um Einflüsse des Magnetfelds auf die Spule so gering wie möglich zu halten, muss diese gegen das äußere Magnetfeld abgeschirmt werden. Dafür muss ein Schild gebaut werden in dem die Spule dann später fixiert werden kann.

Da wir uns für den Aufbau einer zylindrischen Spule entschieden haben, brauchen wir einen Zylinderbecher als Schild. Für diesen gibt es zwei Kriterien, die beachtet werden müssen. Der Schild hat nur einen begrenzten Platz mit einer Höhe von 100mm und einem Durchmesser von 40mm. Weiterhin sollen die Ohmschen Verluste der Spule im Schild weitestgehend reduziert werden, damit eine hohe Güte erreicht werden kann. Dafür ist die Wahl des Materials des Schilds essentiell.

3.3 Auswahl des Schild-Materials

Um die Verluste so weit wie möglich zu reduzieren, muss ein supraleitendes Material gewählt werden. Bei Supraleitern steht entweder ein Typ 1- oder ein Typ 2-Supraleiter zur Auswahl. Obwohl ein Typ 1-Supraleiter oft über die besseren Eigenschaften verfügt, ist dieser leider nicht im Experiment einsetzbar. Dies liegt an dem äußeren Magnetfeld ($\approx 5\text{T}$) des Experiments, welches die kritische Magnetfeldstärke aller Typ 1-Supraleiter übersteigt, die Supraleitung würde dementsprechend bei dieser hohen Magnetfeldstärke zusammenbrechen.

Deswegen muss im Versuch ein Typ 2-Supraleiter benutzt werden. Typ 2-Supraleiter besitzen zwei kritische Magnetfeldstärken B_C , wobei über der ersten kritischen Magnetfeldstärke B_{C1} die Supraleitung nicht zusammenbricht, sondern es nur zu einer Misch-Phase (im Gegensatz zur Meißner-Phase unterhalb von B_{C1}) kommt. Dabei dringt das äußere Magnetfeld in Form von kleinen Flussschläuchen in das supraleitende Material ein. Aufgrund dieser Flussschläuche kommt es zu Verlusten, wenn Strom durch den Supraleiter fließt. Die Verluste treten auf, da die Ströme durch die Lorentz-Kraft auf das magnetische Feld der Flussschläuche einwirken und diese sie durch den Leiter bewegen. Dieser Effekt wird auch als Flux-Flow-Widerstand von einem Supraleiter bezeichnet.

Es ist ferner noch zu erwähnen, dass neben dem Flux-Flow-Widerstand weitere Verluste im Supraleiter auftreten, da bei diesem Experiment ein Wechselstrom verwendet wird. Bei einem Supraleiter verschwindet nur der Gleichstrom-Widerstand komplett, wohingegen für einen Wechselstrom ein minimaler Widerstand verbleibt.

Aufgrund des oben Besprochenen wurde für den Schild Niob-Titan (NbTi) als Material ausgewählt. Es besitzt mit einer zweiten kritischen Magnetfeldstärke $B_{C2} = 14,5\text{T}$ und einer kritischen Temperatur $T_C = 9,2\text{K}$ [13] die passenden Eigenschaften für den Einsatz in diesem Experiment. Außerdem war es bereits zur Fertigung vorhanden und konnte für den Versuch professionell in einer Feinwerkstatt hergestellt werden. Für die Fertigung wurden folgende Maße verwendet:

	Maße [mm]
Höhe Außen $l_{S,aussen}$	98
Durchmesser Aussen $d_{S,aussen}$	40
Höhe Innen $l_{S,innen}$	80
Durchmesser Innen $d_{S,innen}$	38

Tabelle 1: Relevante Innen- und Aussenmaße des gefertigten Schildes.

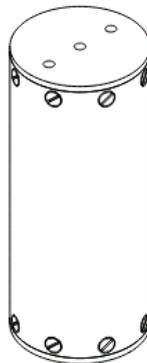


Abbildung 7: Konstruktionszeichnung des Resonatorgehäuses aus NbTi.

3.4 Spule mit Spulenkern

Kommen wir nun zum Aufbau des eigentlichen Resonators. Dieser besteht aus einer Spule, deren Draht auf einem Spulenkern aufgewickelt ist. Die Spule stellt zusammen mit dem Widerstand des Drahtes und der anfallenden Kapazitäten des Kerns und des Schildes einen Parallelschwingkreis dar, wie in Kapitel 2.3 beschrieben. Auch für die Spule gelten Anforderungen, die für das Experiment benötigt werden:

- Resonanzfrequenz im Bereich der möglichen axialen Frequenz des Heliums; Ziel $\approx 600\text{kHz}$
- Hohe Güte des Resonators
- Eignung für eine Temperatur von $T = 300\text{mK}$

3.5 Material Auswahl des Spulenkerns

Um die Anforderungen zu erfüllen, muss speziell darauf geachtet werden, welche Materialien zum Bau der Spule verwendet werden können.

Für den Draht der Spule wird ein Material benötigt, welches einen möglichst geringen Leiterwiderstand besitzt. Das ist erforderlich, da der Leiterwiderstand einen verringern- den Einfluss auf den effektiven Parallelwiderstand hat (siehe (11)) und damit die Güte des Resonators verschlechtert. Es wurde, wie schon für den Schild Niob-Titan ausgewählt, aufgrund der bei der Schildauslegung schon besprochenen Eigenschaften des Supraleiters. Vorher nicht besprochen, allerdings hier nun relevant, ist die schlechte Wärmeleitfähigkeit von Niob-Titan bei den benötigten Temperaturen. Damit der Draht sich im Experiment genügend abkühlen kann, muss dieser immer mit einem anderen Material mit genügender Wärmeleitung (hier: PTFE) Kontakt haben. Er sollte möglichst immer direkt am Spulenkern anliegen, da dieser eine bessere Wärmeleitfähigkeit besitzen sollte. Neben dem Material des Drahtes selbst ist auch die Art der Isolierung relevant. Es stehen zwei Arten der Isolierung für die Spule zur Auswahl: Lack oder PTFE. Der Vorteil einer Lack-Isolierung besteht in der sehr geringen Dicke der Isolierung, die den Draht nicht relevant vergrößert, was eine sehr enge Wicklung des Drahtes ermöglichen würde. Eine PTFE-Isolierung hingegen vergrößert bei dem für die Arbeit vorliegenden Draht den Durchmesser von $75\mu\text{m}$ auf $180\mu\text{m}$. Der Grund, warum zum Bau der Spule trotzdem eine PTFE-Isolierung gewählt wurde, liegt in den dielektrischen Verlusten der Isolierung. Dielektrische Verluste können wir mit dem Dielektrischen Verlustwinkel $\tan(\delta)$ angeben. Für einen Kondensator ergibt sich für den Verlustwinkel:

$$\tan(\delta) = \frac{1}{R_p \omega_R C}. \quad (19)$$

Der Verlustwinkel von PTFE ist $\delta < 10^{-5}$ [9] und damit völlig ausreichend für das Experiment. Damit die Güte Q des Resonators hoch genug bleibt, müssen dielektrische Verluste

unbedingt minimiert werden. Deswegen haben wir uns für einen PTFE isolierten Draht entschieden.

Das Material des Spulenkerns hat ebenfalls einen großen Einfluss, da es ebenso wie die Isolierung des Drahtes sehr nah an den Drähten anliegt. Es können dementsprechend große dielektrische Verluste auftreten, falls kein passendes Material ausgewählt wird. Aufgrund dessen werden Spulen oft auf einem Kern aus PTFE gewickelt, da PTFE sehr gute dielektrische Eigenschaften besitzt. In der vorliegenden Arbeit wurde aus zwei Gründen ein anderer Ansatz gesucht:

- Erstens ist die Stabilität von PTFE bzw. vor allem das Verhalten bei Temperaturänderung unpraktisch. PTFE ist ein Material, dass sich bei thermischer Veränderung relativ stark ausdehnt/zusammenzieht und außerdem nicht besonders hart ist. Das kann dazu führen, dass eine Spule über mehrere Zyklen von Abkühlen und Aufwärmen ihre Eigenschaften ändert und im schlimmsten Fall überhaupt nicht mehr funktioniert. Dies alleine würde eine Änderung des Materials jedoch nicht zwingend notwendig machen.
- Der zweite Grund ist speziell für das LSym-Projekt wichtig, da bei diesem die Temperatur des Resonators nicht, wie sonst oft üblich bei 4,2K, sondern bei 300mK liegen soll. PTFE besitzt generell keine gute Wärmeleitfähigkeit, was bei 4,2K noch ausreichend ist, sodass damit der Kern und die Spule thermalisiert werden kann. Bei der geringeren Temperatur in LSym sinkt die Wärmeleitfähigkeit von PTFE allerdings so stark, dass eine gute Thermalisierung nicht garantiert werden kann.

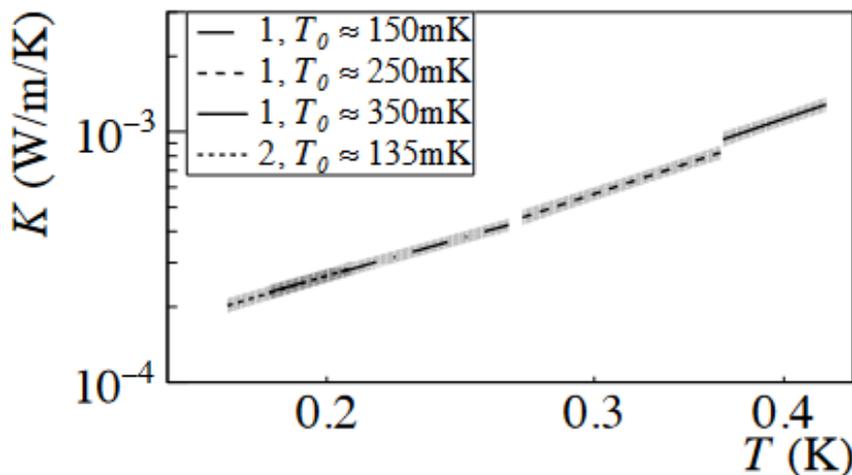


Abbildung 8: Wärmeleitfähigkeit von PTFE bei Temperaturen um 300mK, übernommen aus [4].

Als Ersatz für PTFE wurde Quarz in kristalliner Form ausgewählt. Es hat, im Gegensatz zu PTFE, mehrere gute Eigenschaften:

1. kleiner Ausdehnungskoeffizient bei Temperaturwechsel
2. wegen der Kristallstruktur bessere und bei 300mK noch ausreichende Wärmeleitfähigkeit
3. vergleichbare und dementsprechend ausreichend gute dielektrische Eigenschaften ($\tan(\delta) < 10^{-5}$) [12] im Vergleich zu PTFE

Damit so wenig wie möglich dielektrisches Material in der Spule und damit im Magnetfeld ist, wird als Kern ein hohler Zylinder benutzt, dessen Wandstärke gerade ausreichen soll, um genug Stabilität zu bieten.

Durch einen Fehler bei der Materialauswahl bzw. -beschaffung wurde beim Spulenkern ein Quarzglas (fused silica) verwendet, welches aus aufgeschmolzenem Quarz besteht. Dieses hat nicht die gewünschte kristalline Struktur und damit bei 300mK auch keine ausreichend gute Wärmeleitfähigkeit. Kristallines Quarz besitzt im relevanten Temperaturbereich eine um etwa eine Größenordnung bessere Wärmeleitfähigkeit als das benutzte Quarzglas [15]. Der dielektrische Verlustwinkel für Quarzglas sollte allerdings mit $\tan(\delta) \approx 10^{-5}$ [1] in einem akzeptablen Bereich liegen.

3.6 Befestigung des Spulenkerns

Die Spule muss fest mit dem äußeren Schild verbunden sein, um Stabilität und Wärmeleitung zu gewährleisten. Einen PTFE-Kern kann so gefertigt werden, dass er an den Schild an einer Seite angeschraubt werden kann. Bei Quarz (bzw. Quarzglas) ist das nicht einfach möglich.

Daher wurde Löten als alternative Methode der Befestigung gewählt. Es ergeben sich hierbei jedoch weitere Probleme. Ein direktes Anlöten des Glaszylinders an die flache Endkappe des Schildes ist keine gute Lösung. Die Verbindungsstelle würde wenig Fläche zum Verbinden liefern, gleichzeitig allerdings auch das Glas gefährden, da dieses sich bei thermischer Veränderung anders ausdehnt als das Niob-Titan und so beschädigt werden könnte. Als Lösung wird ein Adapterbecher verwendet, in den der Glaszylinder eingesetzt und dort angelötet wird.

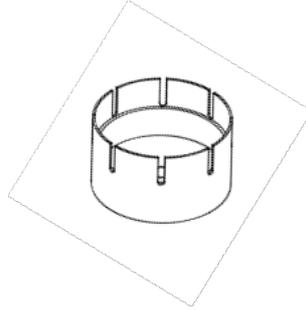


Abbildung 9: Skizze des Silberbechers in den der Quarzglaskern eingesetzt wird.

Zu sehen ist, dass der Becher so gestaltet ist, dass sich der Glaszylinder einfach hineinstellen lässt. Dies ist vorteilhaft beim Lötten, damit er nicht an Ort und Stelle fixiert werden muss. Zum Verlöten wird Lot jeweils auf das Glas und den Becher aufgetragen (Außen-/Innenseite), sodass eine große Lötfläche entsteht, allerdings wird das Lot nicht ganz bis zur Stufe in den Becherwänden aufgetragen, damit sich der Becher dort Biegen kann bzw. eine Federwirkung entsteht, die verhindern soll, dass der Becher das Glas durch thermische Kontraktion beschädigt.

Das Material des Bechers muss eine ausreichende Festigkeit besitzen, relativ gut zu löten sein und vor allem möglichst verlustarm sein, da der Becher sich in einer Entfernung zur Spule befindet, in der das Magnetfeld der Spule im Becher Verluste erzeugen kann. Die Entscheidung fiel auf Silber als Bechermaterial. Es ist hinreichend stabil und hat eine sehr hohe elektrische Leitfähigkeit [16] und damit einen geringen Widerstand im Vergleich zu anderen Metallen, sodass es am besten dazu geeignet sein sollte, minimale Verluste zu erzeugen. Zu beachten ist dabei, dass der Widerstand von metallischen Leitern mit sinkender Temperatur abnimmt. Dies liegt unter anderem daran, dass Elektronen beispielsweise an Phononen des Materials gestreut werden können. Bei sehr tiefen Temperaturen stellt sich ein Restwiderstand ein, da die Phononen im Material ausgefroren sind. Dieser Restwiderstand ist konstant und hängt von der Reinheit des Leiters ab. Beschrieben wird er durch das Restwiderstandsverhältnis RRR, welches das Verhältnis von Widerstand bei Raumtemperatur zum Restwiderstand angibt. Ein hoher RRR-Wert bedeutet demnach einen kleinen Widerstand bei sehr tiefen Temperaturen (z.B. 4K) und eine hohe Reinheit des Materials. Da der von der Reinheit des Materials abhängt, ist dieser RRR-Wert für das benutzte Silberstück nicht bekannt. Die Reinheit des Materials ist mit 99,95% Silber bekannt, aber es gibt dazu keine weiteren Daten, die eine Bestimmung des RRR-Werts möglich machen würde. Dieser wird daher für spätere Simulationen der Verluste im Silber geschätzt.

Das Zusammenlöten des Glaszylinders mit dem Silberbecher wird mithilfe eines UltraschalllötKolbens durchgeführt. Das Ultraschalllötverfahren [18] funktioniert, indem über das flüssige Lot an der Spitze des LötKolbens, Ultraschall an die Oberfläche des Substrats gelangt. Dieser wird in dem LötKolben selbst erzeugt. Der Ultraschall kann die Oxidschichten

eines Substrates aufbrechen, sodass danach eine Verbindung des Lot mit dem Substrat möglich ist. Der Ultraschall bewirkt damit denselben Effekt wie ein Flussmittel, dieses wird beim Ultraschalllöten demnach nicht benötigt. Das Ultraschalllöten funktioniert auch bei mit Flussmittel nur schwer lötbaren Materialien, wie das in dieser Arbeit benutzte Quarzglas. Dazu wird das Aktiv Lot CERASOLZER [14] des Herstellers MBR Electronics, welches besonders für Glas geeignet ist, verwendet.

Mithilfe des UltraschalllötKolbens wird eine durchgehende Schicht des spezielles Lots des Herstellers als Ring auf den Glaszylinder aufgetragen. Der Silberbecher wurde auf einer Wärmeplatte erhitzt und auch dort etwas Silber aufgetragen, dabei wurde wie bereits besprochen, ein die untereKante des Silbers und Glases nicht benetzt. Danach wurden der Glaszylinder in den Silberbecher bis auf die Stufe hineingedrückt, sodass eine stabile Verbindung entsteht und dann abkühlen lassen. Die Verbindung wurde daraufhin in einem Kaltkopf auf ihre Eignung für die benötigten Temperaturen getestet. Dabei ist das Glas mit dem Becher auf eine Temperatur von ca. 4K heruntergekühlt worden, ein Test mit einer Temperatur von 300mK war nicht möglich, da kein Aufbau dafür vorhanden war. Der Temperaturunterschied von 4K auf 300mK ist allerdings im Vergleich zum Test so klein, dass kein signifikant anderes Ergebnis zu erwarten wäre. Der Vorgang des Abkühlens und Aufwärmens hat keine sichtbaren Schäden an dem Glas verursacht und die Stabilität der Verbindung nicht merkbar beeinflusst.

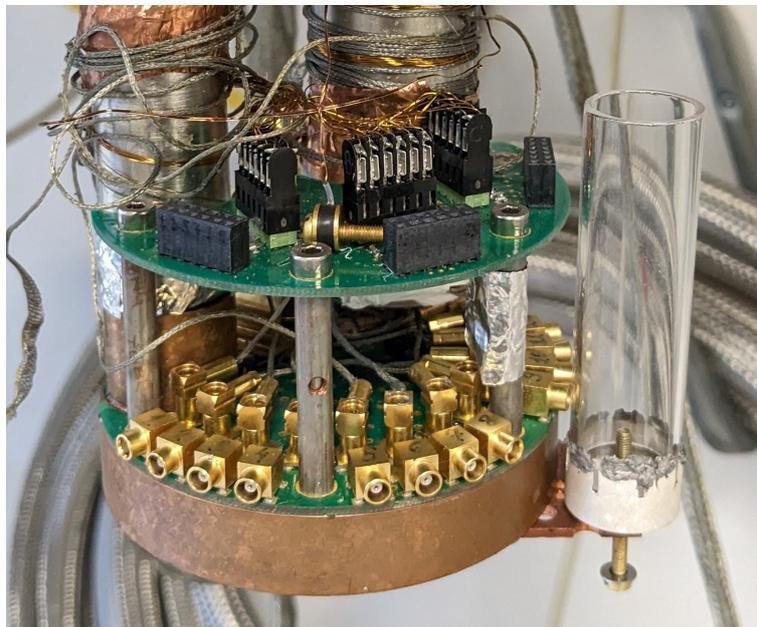


Abbildung 10: Der Glaskern ist im Silberbecher verlötet, das Bild zeigt den Kern nach einem Kalttest im Kaltkopf.

3.7 Dimensionierung der Spule

Als letzter Schritt muss nun noch die Spule so dimensioniert werden, dass sie den Anforderungen genügt:

- Resonanzfrequenz im Bereich der axialen Frequenz $\approx 600kHz$
- höchstmögliche Güte Q
- Beschränkung der maximalen Schildgröße durch den Platz im Versuchsaufbau

Die Dimensionierung der Spule wird anhand einer Rechnung, die der Optimierungsrechnung eines Axial-Resonators für ALPHATRAP folgt [20], sowie einer Überprüfung durch eine Simulation mit COMSOL durchgeführt. Bei der Rechnung werden die Dimensionen der Spule, also Länge l_{Sp} , Durchmesser d_{Sp} , Windungszahl N und Drahradius r_D als freie Parameter benutzt. Deswegen werden alle Formeln zur Berechnung so umgestellt, dass sie mit diesen Größen berechenbar sind.

Die Resonanzfrequenz eines Parallelschwingkreises, wie der benutzten Spule im Versuchsaufbau, lässt sich darstellen als:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot (C_E + C_F)}}. \quad (20)$$

Hierbei ist L die Induktivität der Spule und C die Gesamtkapazität des Resonators. Dazu zählt die Eigenkapazität C_E der Spule, sowie die Fallenkapazität C_F .

Die Eigenkapazität C_E setzt sich aus zwei Quellen zusammen. Da die Spule viele Windungen eines Drahtes hat, an dem über die Länge gesehen die Spannung abfällt, gibt es zwischen jeder der Windungen eine Kapazität. Für diese Wicklungskapazität C_W existiert eine empirische Formel für den hier benutzten Fall:

$$C_W \left[\frac{pF}{cm} \right] = \left(0,1126 \cdot \frac{l_{Sp}}{d_{Sp}} + 0,08 + 0,27 \cdot \sqrt{\frac{d_{Sp}}{l_{Sp}}} \right) \cdot d_{Sp}. \quad (21)$$

Da die Spule allerdings abgeschirmt ist, ergibt sich zusätzlich noch eine Kapazität C_S der Windungen zum Schild. Die abgeschirmte Spule kann in einem vereinfachten Modell als Zylinderkondensator betrachtet werden. Die Kapazität ist angenähert etwa halb so groß wie bei einem realen Zylinderkondensator, da es eine annähernd lineare Spannungsverteilung entlang der Länge der Spule gibt

$$C_S \approx \frac{1}{2} \cdot C_{Zyl} = \pi\epsilon_0 \cdot \frac{l_{Sp}}{\ln\left(\frac{d_S}{d_{Sp}}\right)}, \quad (22)$$

mit ϵ_0 als die elektrische Feldkonstante.

Die gesamte Eigenkapazität ist demnach gegeben durch:

$$C_E = C_W + C_S = \left(0,1126 \cdot \frac{l_{Sp}}{d_{Sp}} + 0,08 + 0,27 \cdot \sqrt{\frac{d_{Sp}}{l_{Sp}}} \right) \cdot l_{Sp} + \pi \epsilon_0 \cdot \frac{l_{Sp}}{\ln\left(\frac{d_S}{d_{Sp}}\right)}. \quad (23)$$

Neben der Eigenkapazität spielt noch die Fallenkapazität eine Rolle. Diese ist nicht Teil der Spule, sondern hängt von den an die Spule angeschlossenen Kapazitäten der Fallen, Verbindungen und Kabeldurchführungen ab. In LSym soll der Resonator mit zwei Fallen angeschlossen werden. Da diese zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit noch nicht fertig geplant bzw. gebaut wurden, muss der Wert C_F daher geschätzt werden. Die Schätzung beruht auf Erfahrungswerten aus Vergangenheit und ergibt sich zu $C_F = 30\text{pF}$.

Die Induktivität L der Spule muss zwei Teile vereinen. Zum einen die Induktivität der unabgeschirmten Spule, sowie den Effekt der Abschirmung bzw. des Schildes auf die Induktivität.

Für die Induktivität einer unabgeschirmten, einlagigen Spule können wir eine empirische Formel [21] verwenden, die auf einem für diese Spule passenden Verhältnis von Länge zu Durchmesser beruht:

$$L = \frac{\pi \mu_0 N^2 \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)^2}{l_{Sp} + 0,9 \cdot \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)}. \quad (24)$$

mit μ_0 als magnetischer Feldkonstante.

Da eine Abschirmung wie durch das benutzte Schild, effektiv das erzeugte magnetische Feld der Spule beschneidet, ergibt sich eine verringerte Induktivität in Relation zum unabgeschirmten Fall. Es existiert eine theoretische Formel [2] für die Induktivität einer Spule in einem unendlich langen Schild. Damit diese ohne signifikante Abweichungen benutzt werden kann, muss die Länge des Schildes l_S (Innen) die folgende Bedingung erfüllen:

$$l_S \leq l_{Sp} \cdot \left(1 + \frac{\frac{d_S}{d_{Sp}} - 0,84}{\frac{2l_{Sp}}{d_{Sp}} - 0,38} \right). \quad (25)$$

Alle letztendlich im Rahmen dieser Arbeit gebauten Spulen, erfüllen diese Bedingung.

Mit der gültigen Bedingung ergibt sich die Formel für die Induktivität der abgeschirmten Spule zu:

$$L = \frac{\pi \mu_0 N^2 \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)^2}{l_{Sp} + 0,9 \cdot \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)} \cdot \left(1 - \frac{\frac{2l_{Sp}}{d_S - d_{Sp}} \frac{d_{Sp}^2}{d_S^2}}{\frac{2l_{Sp}}{d_S - d_{Sp}} + 1,55 \frac{d_{Sp}^2}{d_S^2}} \right). \quad (26)$$

Die Resonanzfrequenz kann nun mit den besprochenen Formeln rein aus den geometrischen Parametern der Spule berechnet werden. Eine richtige Resonanzfrequenz ist allerdings nicht die einzige Anforderung. Als zweite Bedingung an die Parameter muss noch eine höchstmögliche Güte des Resonators erreicht werden. Die Güte des Resonators Q steht in folgendem Zusammenhang mit dem effektiven Parallelwiderstand R_P des Parallelschwingkreises:

$$R_P = Q\omega_R L. \quad (27)$$

mit der Induktivität L der Spule und $\omega_R = 2\pi f_{res}$ als Resonanzkreisfrequenz.

Für eine Maximierung der Güte muss demnach der effektive Parallelwiderstand maximiert werden. Dieser ist nach den Grundlagen eines Parallelschwingkreises gegeben:

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{R_L \cdot C}{L}} = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{R_L \cdot (C_E + C_F)}{L}}. \quad (28)$$

mit R_C als Widerstand aus kapazitiven Verlusten sowie R_L aus Leiterverlusten.

Die Leiterverluste R_L kommen von Verlusten im Spulendraht und im Schild. Für den benutzten Niob-Titan-Draht wurden schon vorher die auftretenden Widerstände besprochen. Als Formel ausgedrückt ergibt dies:

$$R_D = R_{\square} \cdot \frac{Nd_{Sp}}{2r_D} \quad (29)$$

mit R_{\square} als Oberflächenwiderstand von NbTi.

Für den Schild wird eine Vereinfachung vorgenommen. Dieser wird als Sekundärwicklung eines Transformators aufgefasst. Mithilfe der Transformatorgleichung wird der sekundärseitige Widerstand des Schildes $R_S = R_{\square} \frac{\pi d_S}{l_S}$ in einen effektiven primärseitigen Widerstand umgerechnet. Mit ein paar Vereinfachungen ergibt sich für den effektiven Schildwiderstand:

$$R_{S,eff} = R_{\square} \cdot \frac{\pi d_{Sp}^2 N^2}{l_S d_S}. \quad (30)$$

Für die gesamten Leiterverluste ergibt sich damit:

$$R_L = R_D + R_{S,eff} = R_{\square} \cdot \left(\frac{Nd_{Sp}}{2r_D} + \frac{\pi d_{Sp}^2 N^2}{l_S d_S} \right). \quad (31)$$

Die kapazitiven Verluste R_C bezeichnen die Verluste, die in den vorhandenen Dielektrika auftreten, z.B. von der Drahtisolierung und vom Spulenkern. Den Zusammenhang von R_C , der Frequenz ω und dem Verlustwinkel $\tan(\delta)$ wurde bereits in Formel (19) dargestellt. Da

wir, wie bereits besprochen, nur Materialien mit sehr kleinen Verlustwinkeln benutzen, sind die kapazitiven Verluste in unserem Frequenzbereich von $\approx 600 \text{ kHz}$ sehr klein. Wir können diese deswegen im Vergleich zu den Verlusten im Leiter vernachlässigen, wir benutzen die Vereinfachung $R_C \rightarrow \infty$.

Der effektive Parallelwiderstand vereinfacht sich damit zu:

$$R_P = \frac{L}{R_L \cdot (C_E + C_F)}. \quad (32)$$

Damit sind nun alle Größen, die gebraucht werden um den effektiven Parallelwiderstand R_P zu maximieren, nur noch abhängig von den geometrischen Parametern l_{Sp} und d_{Sp} , sowie der Wicklungszahl N und dem Drahradius r_D . Für die Maximierung ist der Oberflächenwiderstand R_{\square} von NbTi nicht relevant und kann ignoriert werden.

Der Drahradius ist bestimmt durch einen vorrätigen NbTi-Draht, dessen Radius ohne Isolierung $r_D = 37,5 \mu\text{m}$ beträgt.

Wir wollen also folgende Formel mit freien Parametern l_{Sp} , d_{Sp} und N maximieren:

$$R_p \propto \frac{\frac{\pi\mu_0 N^2 \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)^2}{l_{Sp} + 0,9 \cdot \left(\frac{d_{Sp}}{2}\right)} \cdot \left(1 - \frac{\frac{2l_{Sp}}{d_S - d_{Sp}} \frac{d_{Sp}^2}{d_S^2}}{\frac{2l_{Sp}}{d_S - d_{Sp}} + 1,55}\right)}{\left(\frac{Nd_{Sp}}{2r_D} + \frac{\pi d_{Sp}^2 N^2}{l_S d_S}\right) \cdot \left[\left(0,1126 \cdot \frac{l_{Sp}}{d_{Sp}} + 0,08 + 0,27 \cdot \sqrt{\frac{d_{Sp}}{l_{Sp}}}\right) \cdot l_{Sp} + \pi\epsilon_0 \cdot \frac{l_{Sp}}{\ln\left(\frac{d_S}{d_{Sp}}\right)} + C_F\right]}. \quad (33)$$

Zu beachten ist, dass die Wicklungszahl nicht komplett frei gewählt werden kann. Dies liegt daran, dass bei einer einlagigen Spule eine maximale Wicklungszahl von $N_{max} = \frac{l_{Sp}}{2r_{D,iso}}$ ($r_{D,iso} = 180 \mu\text{m}$, isolierter Drahradius) gegeben ist.

Mit einer einlagigen Wicklung ist die Wicklungszahl so gering, dass die Spule selbst mit einer Länge, die der Schildlänge entsprechen würde, nicht die angestrebte Resonanzfrequenz erreichen könnte. Es muss daher mehrlagig gewickelt werden, bei der Maximierung muss dementsprechend auch die Anzahl der Lagen variiert werden. Mit einer mehrlagigen Wicklung ergibt sich wiederum ein neues Problem. Zwischen den Wicklungen der einzelnen Lagen entstehen Kapazitäten nach dem selben Prinzip wie bei der Eigenkapazität bereits erläutert. Da die Spannungsamplitude entlang des Kabels sich immer weiter verändert, ist die entstehende Kapazität größer je weiter auseinander die Windungszahlen liegen, die sich übereinander befinden. Um diese Kapazitäten zu minimieren, wird die Spule mit einer Kammerwicklung gewickelt. Bei dieser wird der Spulenkern durch Absperrungen in einzelne Abschnitte, den Kammern, unterteilt. Während des Wickelns der Spule wird immer erst eine Kammer mit allen Lagen aufgefüllt und dann zur darauf folgenden Kammer gewechselt. Wird die Spule auf diese Weise gewickelt, so ist Abstand der Windungsnummern die übereinander liegen signifikant reduziert, sodass diese zusätzlichen Kapazitäten minimal

werden. Die Trennung der Kammern erfolgt durch PTFE-Ringe, deren Innenradius gleich dem Durchmesser des Quarzglaskerns ist. Diese werden auf das Glas geschoben. Dabei wird immer eine Lücke in den Ring geschnitten, der als Übergang für den Draht von einer in die nächste Kammer dient.

Die PTFE-Ringe bringen allerdings auch ein Problem mit sich. Die bisherigen Formeln können nun nicht mehr für die obig angegebenen maximalen Windungen N_{max} funktionieren, da die PTFE-Ringe mit einer Breite $b = 0.5mm$ die Fläche, auf der Wicklungen aufliegen können, bei gleichbleibender Spulenlänge reduziert. Mithilfe der Simulations-Software COMSOL Multiphysics wurde überprüft, wie sich eine Spule mit Trennwänden gegenüber einer gleichmäßig gewickelten Spule verhält. Es wurde kein signifikanter Unterschied gefunden, solange die Spulengeometrie (l_{Sp} & d_{Sp}) und die Windungszahl N bei beiden Anordnungen identisch sind. Damit zeigt sich, dass zumindest die vorher aufgestellten Formeln für die Induktivität ihre Gültigkeit behalten und wir somit trotzdem unsere Rechnung durchführen können. Eine Abweichung der Kapazität wurde nicht untersucht, da allerdings mit den Kammern im Vergleich zur Gesamtanzahl der Wicklungen nur wenige direkte Nachbar Drähte weiter auseinander sind, dürfte die Abweichung nicht signifikant sein.

Mit einem Testmodell des Spulenkerns wurde das Wickeln der Spule getestet. Dies wurde, wie auch für die finale Version der Spule, per Hand an einer Drehbank durchgeführt. Bei einer Testwicklung, bei der versucht wurde den Draht so dicht wie möglich nebeneinander zu wickeln, ergab sich eine Diskrepanz zwischen der tatsächlich gewickelten und der ausgerechneten Länge ($l_{calc} = N \cdot 2r_{D,iso} + b \cdot N_{Ringe}$) der Spule. Dies kann durch Zwischenräume erklärt werden, die bei einer händischen Fertigung nicht vermeidbar sind und die die tatsächliche Länge der Spule vergrößern. Aus den Testwicklungen konnte ein Verhältnis $\frac{l_{Sp}}{l_{calc}}$ zwischen der Praxis und der Rechnung bestimmt werden. Dieses Verhältnis wurde als Faktor bei der Optimierung benutzt, um mit möglichst real erreichbaren Werten zu rechnen. Dabei wurde als Windungszahl der angepasste Maximalwert benutzt, sodass mit einer möglichst dichten Wicklung gerechnet wird.

Mit den besprochenen Formeln wurde nun versucht, möglichst optimale Parameter l_{Sp} und d_{Sp} zu finden, die den effektiven Parallelwiderstand maximieren und dabei die besprochene Bedingung an die Resonanzfrequenz erfüllen.

Parameter	Wert
Spulenlänge l_{Sp} [mm]	36
Spulendurchmesser d_{Sp} [mm]	20
Wicklungszahl N	570
Anzahl der Lagen	4
Anzahl der Kammern	15
Resonanzfrequenz f_R [kHz]	584

Tabelle 2: Die errechneten optimalen geometrischen Parameter der Spule, sowie die zu erwartende Resonanzfrequenz einer Spule mit den ermittelten Eigenschaften.

3.8 Aufbau des Resonators

Mit den zuvor berechneten Werten wird eine Spule hergestellt. Die Spule wird auf den besprochenen Spulenkern aus Quarzglas gewickelt. Dies erfolgt wieder per Hand an der Drehbank in mehreren, sich für die ganze Länge wiederholenden Schritten. Dabei wird zuerst ein PTFE-Ring als Begrenzung aufgeschoben. An diesem wird die unterste Lage des Drahtes aufgewickelt, ein weiterer PTFE-Ring wird als Begrenzung aufgeschoben und fixiert. Die Kammer wird danach auf vier Lagen aufgefüllt, anschließend wird der Draht durch den PTFE-Ring zur nächsten Kammer durchgeführt. Dabei wird zwischen jeder Lage der Wicklungen zur Stabilisierung, Trennung und thermalen Kontaktierung eine Lage PTFE-Tape aufgebracht. Das Tape ist im Vergleich zum Draht so dünn, dass diese Methode den Radius der Wicklungen nicht bedeutend vergrößert. Zur weiteren Fixierung wird immer die oberste Lage einer Kammer mit einem Streifen PTFE-Tape fixiert.

Diese Prozedur ist für jede Kammer außer der ersten Kammer gleich. Bei der ersten Kammer wird noch ein weiterer Schritt durchgeführt; hier wird, wie in den Grundlagen besprochen, an den Draht in der obersten Lage der Tap angebracht. Dabei wird ein Stück des NbTi-Drahtes abisoliert und mit einem Kupfer-Draht verbunden. Diese Verbindung wird mit einer aufgeschobenen Lötöse durchgeführt, wobei sowohl der NbTi-, als auch der Kupfer-Draht in die Öse eingeführt werden und diese dann mit Lot aufgefüllt wird. Diese Methode wurde gewählt, da sich NbTi im Vergleich zu Kupfer relativ schwer lötend lässt und durch die Lötöse sichergestellt wird, dass eine möglichst stabile Verbindung entstehen kann. Die Verbindung mit einem Kupferdraht wird beim Aufbau der Spule vorgenommen, um nicht beim Einfügen ins Experiment auf die Wicklungen der Spule zugreifen zu müssen. Die Entscheidung fiel auf einen ungefähr 800 μm dicken Kupferdraht, um sowohl Stabilität als auch eine einfachere Handhabung und ein sicheres Lötverhalten zu bekommen. Die Tap-Verbindung liegt in der ersten Kammer und ist mit PTFE-Tape fixiert, nur das Kupfer-Kabel wird nach außen weggeführt.

An den jeweiligen Enden der Spule, also dem Hot- bzw. Cold-End, wird der NbTi-Draht ebenso mit Kupferkabeln verbunden. Diese Verbindung wird äquivalent zur Tap-Verbindung

hergestellt. Die Durchführung nach außerhalb des Schildes erfolgt demnach nur durch Kupfer-Kabel. Neben den beim Tap erwähnten Gründen ist dies nötig, da Kupfer eine genügend hohe Wärmeleitfähigkeit besitzt, sodass die Kupferkabel ohne weitere thermische Kontaktierung durch den leeren Raum geführt werden können. Der NbTi-Draht besitzt diese Eigenschaften nicht, sodass dieser bei der ganzen Spule immer mit einem PTFE-Tape an den Spulenkern gedrückt werden muss, um nicht zu erhitzen und so die supraleitenden Eigenschaften zu verlieren. Da Niob-Titan ohne supraleitend zu sein einen hohen Widerstand besitzt, würde schon ein kleines Stück des Drahtes, das nicht ausreichend thermalisiert wäre, die Leiterverluste R_L (31) stark erhöhen und damit die Güte des Resonators signifikant verschlechtern. Deswegen wird die gesamte gewickelte Spule mit allen fertigen Verbindungen noch einmal mit einem PTFE-Tape umwickelt.



Abbildung 11: Die erste gewickelte Spule mit Quarzglaskern, Abmessungen in Tabelle 3; zu erkennen sind drei Kupferkabel; oben: Hot-End, Unten links: Cold-End, Unten rechts: Tap.

Parameter	Wert
Spulenlänge l_{Sp} [mm]	37
Spulenkern Durchmesser d_{Sp} [cm]	20
Wicklungszahl N	572

Tabelle 3: Die tatsächlichen geometrischen Abmessungen der gebauten Spule.

4 Test des Resonators

4.1 Messaufbau

Um die genauen Eigenschaften des Resonators zu bestimmen, muss dieser bei kryogenen Bedingungen vermessen werden. Dieser Test wird, genau wie bei den Stabilitätstests für den Spulenkern, in einem Kaltkopf bei $\approx 4\text{K}$ durchgeführt. Der Resonator wird mit einer Schraube an dem Kaltkopf fixiert, dabei zeigt das Cold-End nach oben und das Hot-End nach unten. Das Kupferkabel des Cold-End wird am Resonatorschild geerdet. Damit das Resonatorschild zum Kaltkopf thermisch gut verbunden ist, wird zusätzlich ein Kupferseil um diesen gewickelt und mit dem Kaltkopf verbunden. Der Messaufbau ist sowohl schematisch als auch real zu sehen in Abbildung 12.

Zur Charakterisierung des Resonators wird der freie Resonator getestet. Das bedeutet, dass keine externe Kapazität mit dem Resonator verbunden wird, also die besprochene Fallenkapazität C_F nicht angeschlossen wird. Hiermit soll die freie Güte und Resonanzfrequenz des Resonators bestimmt werden.

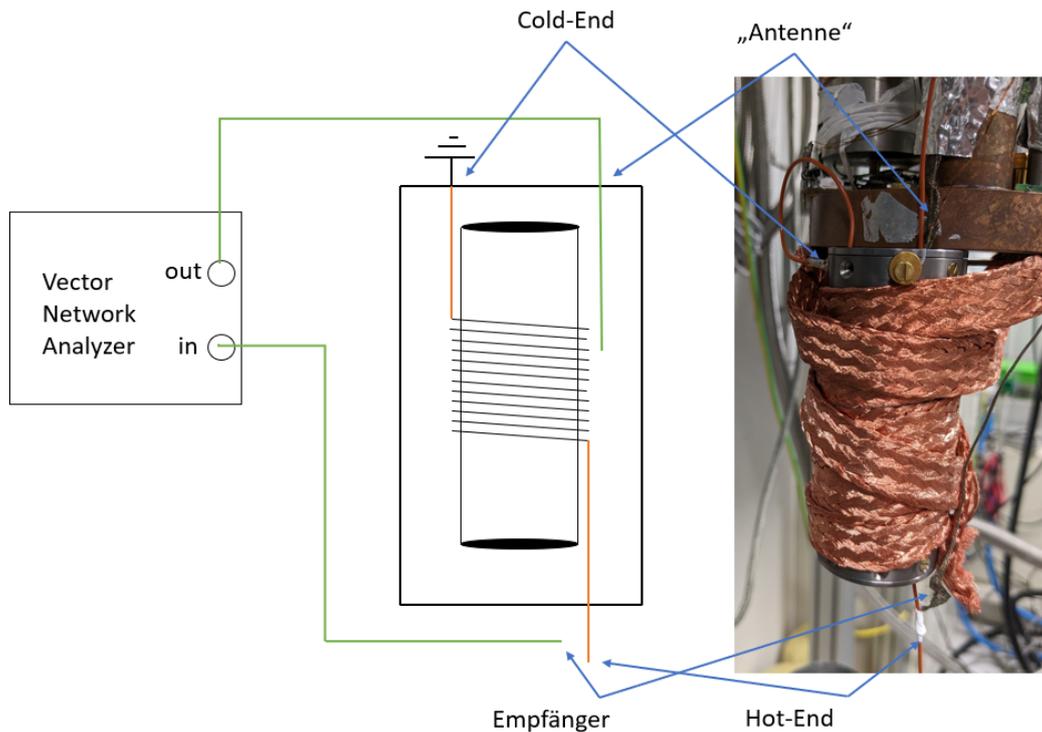


Abbildung 12: Links: Skizze des Messaufbaus; Rechts: realer Messaufbau am Kaltkopf montiert.

Um den Resonator ohne Einfluss der Messgeräte zu vermessen, werden diese nur schwach kapazitiv an den Resonator angekoppelt. Dies erfolgt indem die Verbindungskabel zum Messgerät nur um den isolierten Kupferdraht gewickelt werden. Durch die Isolierung gibt

es keine direkte Verbindung, sodass die Widerstände der Messgeräte den Resonator nicht beeinflussen können. Ein Kabel wird als Antenne und das andere Kabel als Empfänger des Signals der Spule benutzt. Damit diese sich nicht gegenseitig beeinflussen können, werden sie räumlich möglichst weit voneinander getrennt. Dies ist besonders wichtig, damit ein Übertrag eines Signals nur durch die Spule erfolgen kann, ein direktes Übertragungssignal könnte mit dem Resonatorsignal interferieren und so die Messung verfälschen. Die Antenne wird am Cold-End in das Schild des Resonators eingebracht. Dabei wird darauf geachtet, dass das Kabel nur innerhalb des Schildes unabgeschirmt ist und weit genug in den Schild ragt um möglichst nahe an den Spulendraht zu gelangen. Der Empfänger wird um den Kupferdraht des Hot-End gewickelt, der außerhalb des Schildes ist. Somit schirmen wir Antenne und Empfänger durch das Resonatorschild ab und stellen sicher, dass diese möglichst nur das Signal aufnehmen können, das durch den Resonator fließt.

4.2 Messmethoden

Die Messung der Güte und der Resonanzfrequenz des freien Resonators kann durch zwei separate Methoden bestimmt werden.

Bei der ersten Methode wird ein Netzwerkanalysator benutzt, um den Frequenzverlauf des Resonator-Signals zu vermessen.

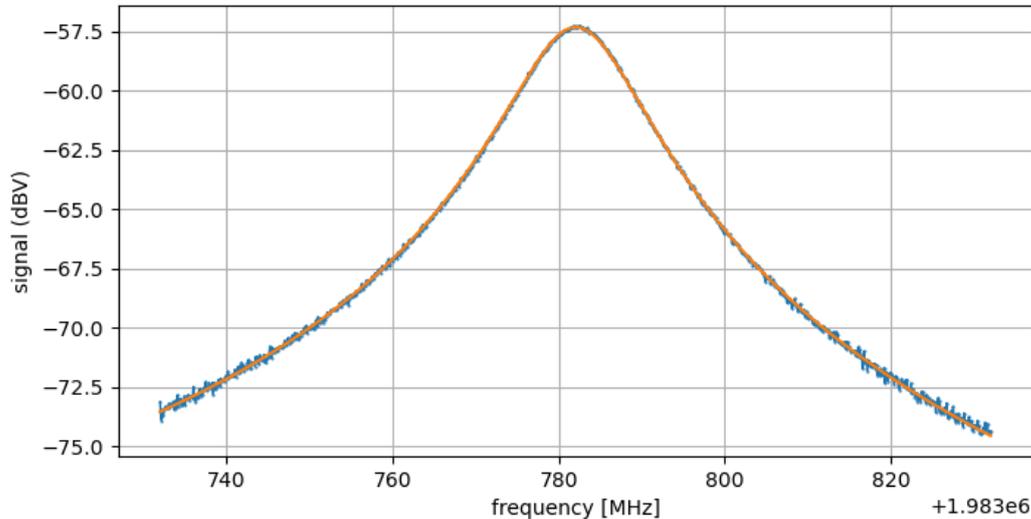


Abbildung 13: Resonanzkurve der Teflon Spule; aufgenommen mit dem Netzwerkanalysator mit span=100Hz und Bandbreite=20Hz .

Mit dem Fit lassen sich die Werte der Resonanzfrequenz und der breite der Kurve bestimmen. Die Güte Q erhält man aus der Breite der Resonanzkurve bei der halben Amplitude

(-3dB) des Maximums im Verhältnis zur Resonanzfrequenz:

$$Q = \frac{f_R}{\Delta f_{-3dB}}. \quad (34)$$

Bei der zweiten Methode wird die Güte Q über die Dämpfungskonstante δ des Resonators bestimmt.

$$Q = \frac{\pi f_R}{\delta}. \quad (35)$$

Um die Dämpfungskonstante zu bestimmen, regen wir den Resonator an und messen den Abfall der Schwingungsamplitude. Die Anregung erfolgt per Frequenzgenerator, der ein Sinus-Signal, eingestellt auf die Resonanzfrequenz des Resonators, eingibt. Sobald die Resonatorschwingung voll angeregt ist, wird das Signal ausgeschaltet und der Abfall der Resonatorschwingung per Oszilloskop betrachtet. Der Abfall stellt eine gedämpfte Sinus-Schwingung dar. Diese gedämpfte Schwingung können wir beschreiben mit der Funktion:

$$F(t) = A \cdot \sin(2\pi f_R(t - t_{off})) \cdot \exp^{-\delta t} + offset. \quad (36)$$

Wenn wir die Daten nun an diese Formel anfitzen, erhalten wir direkt die Resonanzfrequenz und können über die obige Beziehung der Dämpfungskonstante zur Güte (35) den Q -Wert ausrechnen.

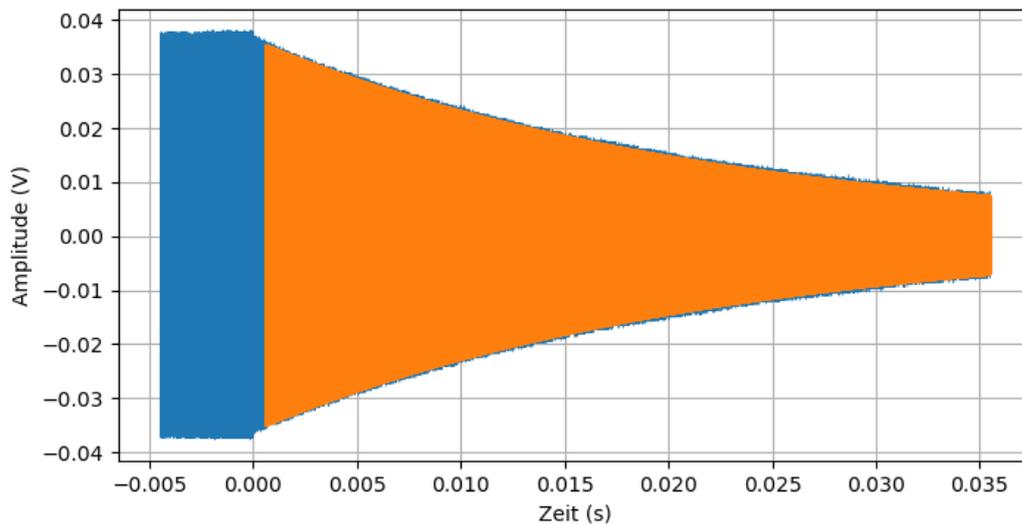


Abbildung 14: Abfall der Resonatorschwingung der 3. Spule; aufgenommen mit dem Oszilloskop; Blau: Messdaten, Orange: Gedämpfter Schwingungsfit.

4.3 Ergebnisse

Im Rahmen der Messungen wurden verschiedene Spulen genutzt und es mussten mehrere Messungen durchgeführt werden. Dies war nötig, da die Ergebnisse nicht den Erwartungen gemäß der Dimensionierung entsprachen. Die Suche nach den möglichen Fehlern erfolgt im Anschluss.

In der ersten Messung wurde die Spule mit den Abmessungen aus Tabelle 3 verwendet.

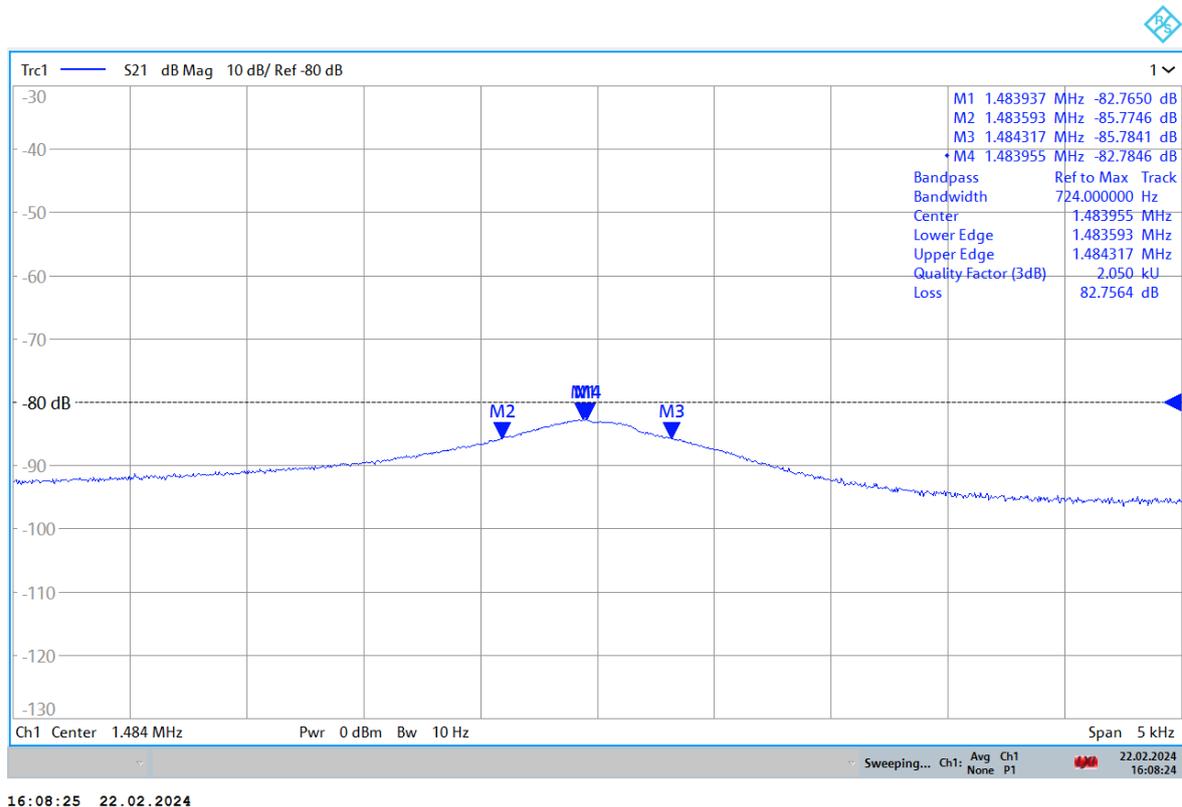


Abbildung 15: Spektrum der 1. Spule.

Die erreichte Güte ($\approx (2000 \pm 100)$) ist viel niedriger als gemäß Dimensionierung erwartet und zu niedrig, um den Anforderungen des Experiments zu entsprechen. Der erwartete Q-Wert wäre ungefähr gegeben durch den Kehrwert des Verlustwinkels ($Q = \frac{1}{\tan(\delta)} \approx \frac{1}{10^{-5}} \approx 100000$). Der Fehler wurde aus unterschiedlichen Messungen mit denselben Einstellungen des Netzwerkanalysators abgeschätzt. Da diese große Abweichung eindeutig einen systematischen Fehler beim Aufbau der Spule nahelegt, musste nach möglichen Fehlerursachen gesucht werden.

Als erstes wurde untersucht, ob die niedrige Güte durch einen zu hohen Leiterwiderstand R_L 31 ausgelöst wurde. Der Leiterwiderstand beinhaltet Verluste im Schild, welche aller-

dings ausgeschlossen werden konnten, da per Temperatursensor überprüft wurde, dass der Schild gut thermalisiert war. Dieser ist mit supraleitenden Eigenschaften nicht in der Lage so große Verluste zu erzeugen. Es könnten allerdings Verluste im Draht der Spule aufgetreten sein. Mit dem ermittelten Q-Wert, der Resonanzfrequenz und einer abgeschätzten Induktivität kann nach Formel (27) & (32) ein Wert ($\approx 10\Omega$) für den Leiterwiderstand abgeschätzt werden, der nötig wäre um den aktuellen Wert der Güte zu erklären. Ein erhöhter Widerstand könnte auftreten, falls ein Teil des Drahtes wegen der besprochenen niedrigen Wärmeleitfähigkeit zu warm geworden wäre und seine supraleitenden Eigenschaften verloren hätte. Dies wurde überprüft und jeder Teil des NbTi-Drahts mit PTFE-Tape an den Kern angedrückt. Der Q-Wert $Q \approx (1800 \pm 200)$ änderte sich dadurch nur innerhalb der schon für den ersten Q-Wert besprochenen Fehlertoleranzen der Messung, dies ist demnach nicht der Grund.

Die Fehlerabschätzung bleibt gleich. Die zweite Möglichkeit für erhöhte Leiterverluste besteht in den Verbindungen des Niob-Titan-Drahtes zu den Kupfer-Kabeln. Diese wurden erneuert und es wurde versucht den Widerstand der Verbindungen abzuschätzen. Dafür wurde die sogenannte 4-Wire Methode eingesetzt. Dabei wird ein Strom durch die Spule geleitet und die Spannung gemessen, die über der Lötverbindung abfällt. Bei dieser Methode beeinflusst der Eingangswiderstand des Multimeters nicht die Messung. Da der zu messende Widerstand sehr klein ist, ist dies nötig. Der gemessene Widerstand für die Lötverbindungen betrug ungefähr $(300 \pm 50)m\Omega$. Das Messverfahren überschätzt dabei den tatsächlichen Widerstandswert der Verbindung, da bei der Messung aus praktischen Gründen immer ein kleines Stück Niob-Titan-Draht, der einen hohen Widerstand bei Raumtemperatur besitzt, mitgemessen wird. Im Vergleich zum abgeschätzten nötigen Widerstand für die gemessene Güte, ist der Widerstand in den Verbindungen demnach klein. Ein erhöhter Leiterwiderstand nach den besprochenen Formeln kann damit als Grund für die geringen Güte ausgeschlossen werden.

Als eine weitere Möglichkeit für die geringe Güte wurden Verluste in dem Silberbecher des Spulenkerns untersucht. Der Abstand der Wicklungen zum Silber betrug bei der ersten gefertigten Spule etwa 5mm. Für diesen Fall wurde anhand einer Simulation mit COMSOL Multiphysics berechnet, dass die elektrischen Verluste im Silber die geringe Güte erklären können. Anhand dieser Vermutung wurden die Wicklungen der Spule auf einen Abstand von $\approx 13mm$ zum Silber verschoben. Bei einer erneuten Simulation mit der neuen geometrischen Anordnung ergab sich, dass die Verluste die Güte nicht mehr signifikant verkleinern sollten. Dies wurde im Kaltkopf getestet. Dabei gab es erneut keine signifikante Änderung der Güte des Resonators, die Verluste im Silber können demnach ebenfalls als Ursache ausgeschlossen werden.

Da die vorangegangenen Tests keine Erklärung ergaben wurde entschieden, die Spule neu zu wickeln, um einen Konstruktionsfehler wie z.B. ein beschädigtes/geknicktes Kabel aus-

schließen zu können. Diese zweite Spule wurde so gebaut, dass sie möglichst die selben Abmessungen wie die vorangegangene besitzt. Alle vorher besprochenen Konstruktions-schritte wurden hier wiederholt, hierbei wurde auch ein neuer Spulenkern benutzt. Als einziger Unterschied wurde die Spule nun direkt auf einen ausreichenden Abstand von $\approx 15\text{mm}$ zum Silberbecher platziert.

Bei der Spule wurden im Vorfeld der Messung die Widerstände der Verbindungen von Kupfer-Kabeln und Niob-Titan-Draht gemessen. Diese lagen dabei im selben Bereich wie bei der ersten Spule und sind damit unbedenklich.

Parameter	Wert
Spulenlänge l_{Sp} [mm]	36
Spulenkerndurchmesser d_{Sp} [mm]	20
Wicklungszahl N	567

Tabelle 4: Die geometrischen Abmessungen der 2. gebauten Spule.

Bei der Messung des freien Resonators für den zweiten Versuch ergab sich ein Q-Wert von $\approx (1.500 \pm 200)$. Dieser liegt damit ein wenig niedriger als bei der ersten Spule, allerdings im selben Bereich. Dass das Ergebnis trotz komplett neuem Aufbau nahezu unverändert ist, lässt darauf schließen, dass ein zufälliger Aufbaufehler mit hoher Wahrscheinlichkeit als Fehlerursache ausgeschlossen werden kann. Das Ergebnis hätte sonst stärker variieren müssen.

Da nun fast alles an den Resonatoren mindestens einmal ausgetauscht wurde ohne die Fehler zu offenbaren, wurde der Spulenkern bzw. sein Material als mögliche Ursache in Betracht gezogen. Das benutzte Quarzglas (siehe Kapitel 2.5) sollte nach Angaben in der Literatur eigentlich keine dielektrischen Verluste verursachen, die die Güte des Resonators auf den hier im Versuch gemessenen Wert reduzieren könnten. Um dies zu überprüfen, wurde eine dritte Spule gewickelt. Diese besteht aus einem Kern aus PTFE. Dieses Material wurde gewählt, da ein fertiger Kern mit ähnlichen Dimensionen wie die vorher benutzten Glaskerne bereits vorhanden war. PTFE als Spulenkern ist bereits erprobt, da es schon in der Vergangenheit bei ähnlichen Axial-Resonatoren zum Einsatz kam und diese wie vorgesehen funktionierten. Eine erneut schlechte Güte im Versuch könnte dann nicht mehr mit dem Spulenkern erklärt werden. Es müsste viel mehr einen Fehler in der Wicklung geben, der bisher noch nicht bemerkt wurde. Beim Aufbau der Spule mit PTFE-Kern wurde versucht, die Spule so ähnlich wie möglich zu den vorigen Resonatoren mit Quarzglaskernen zu wickeln. Dies soll einen möglichst guten Vergleich mit den vorherigen Messungen ermöglichen.

Parameter	Wert
Spulenlänge l_{Sp} [mm]	34,5
Spulenkerndurchmesser d_{Sp} [mm]	18
Wicklungszahl N	572

Tabelle 5: Die geometrischen Abmessungen der 3. gebauten Spule, Spulenkern aus PTFE.

Die Messung für die Spule mit diesen Werten ist in Tabelle 13 dargestellt. Aus dem Fit ergab sich für die freie Güte des Resonators:

$$Q_{frei} = 134600 \pm 200stat \pm 500sys.$$

Der Fehler der freien Güte beruht auf dem statistischen Fehlern des Fits, also den Standardabweichungen der Fit Parameter (angenommen sie sind voneinander unabhängig) und einer Abschätzung der systematischen Fehler durch Deformation der Spule für verschiedene Kühlzyklen und Einstellung des Netzwerkanalysators.

Diese Messung der Güte des Resonators mit PTFE-Kern belegt, dass tatsächlich der Spulenkern die Ursache für die viel zu geringe Güte der vorherigen beiden Resonatoren mit Quarzglaskernen war. Da sonst möglichst nichts am Aufbau geändert wurde, lässt sich dieser Schluss daraus mit hoher Wahrscheinlichkeit ziehen. Dies ist höchst verwunderlich, da die dielektrischen Verluste im Quarzglas gemäß Literatur (siehe Kapitel 3.5) nicht so deutlich schlechter angegeben werden. Eine Möglichkeit zur Erklärung wäre, dass das benutzte Glas verunreinigt ist. Dies ließ sich allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr überprüfen.

Für den Resonator mit PTFE-Kern wurde die Güte noch per Dämpfungs-Methode bestimmt. Die Güte des Resonators mit Dämpfungs-Methode ermittelt ergab sich zu:

$$Q_{\delta, frei} = 137100 \pm 100stat \pm 400sys. \quad (37)$$

Der statistische Fehler der Güte wurde aus dem Fit an die Messdaten abgeschätzt, der systematische aus dem Fehler über mehrere Kühlzyklen..

Die beiden Werte der Güte aus den verschiedenen Methoden haben eine hinreichend gute Übereinstimmung innerhalb der Fehlergrenzen.

Um den Resonator weiter zu charakterisieren wird die Induktivität der Spule bestimmt. Dafür wird eine zweite Messung des Resonators im Kaltkopf durchgeführt. Bei der zweiten Messung wird allerdings diesmal nicht der freie Resonator gemessen, sondern es wird eine Fallkapazität angeschlossen. Der Versuchsaufbau wurde so weit wie möglich unverändert gelassen, da jede Veränderung eine potentielle kleine Eigenkapazitätsänderung hervorru-

fen könnte. Daher wurde nur am bisher frei liegenden Hot-End ein Kondensator zwischen dem Hot-End Kupferkabel und dem Resonatorgehäuse angelötet. Somit sind beide Enden der Spule nun an dem Schild geerdet und die angelötete Kapazität ist parallel zur Spule geschaltet, wie bei einem Parallelschwingkreis gewünscht. Der benutzte Kondensator von der Firma Johanson Technologies hat eine Kapazität von $C_F = (15 \pm 1)pF$, gemessen mit einer LCR Pinzette, der Fehler ist aus Schwankung abgeschätzt. Mit den gemessenen Resonanzfrequenzen für den freien Resonator und mit angeschlossener Kapazität, kann jetzt die Induktivität der Spule errechnet werden. Dies geschieht nach Formel (20) der Resonanzfrequenz. Dabei wird die Eigenkapazität zwischen den Messungen als konstant angenommen und beide Gleichungen gleichgesetzt. Mit der Induktivität kann per selbiger Formel die Eigenkapazität des Resonators errechnet werden.

f_R frei [MHz]	f_R mit C_F [MHz]	Induktivität L [mH]	Eigenkapazität C_E [pF]
$(1,98378 \pm 0,00001)$	$(0,75057 \pm 0,00001)$	$2,57 \pm 0,18$	$2,50 \pm 0,18$

Tabelle 6: Messwerte der Resonanzfrequenzen und des Kondensators, sowie daraus errechnete Werte der Induktivität und der Eigenkapazität, Fehler der Frequenzen aus statistischem Fehler abgeschätzt, Induktivität und Eigenkapazitätsfehler folgt nach Fehlerfortpflanzung.

Mit den ermittelten Werten der Induktivität und der Eigenkapazität können die Eigenschaften der Spule mit der angenommenen Fallkapazität von $C_F = 30pF$ berechnet werden. Die Resonanzfrequenz ergibt sich nach Formel 20 zu:

$$f_{R,30pF} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot (C_E + 30pF)}} = (551 \pm 2)kHz \quad (38)$$

Diese Resonanzfrequenz liegt deutlich unter der Zielfrequenz von $\approx 600kHz$, die bei der Optimierung angedacht war. Der Grund dafür ist die Änderung der Geometrie der Spule mit PTFE-Kern im Vergleich zu den Glaskern-Spulen. Dies war nicht anders durchführbar, da nur ein PTFE-Kern in benutzter Abmessung vorlag.

Der gemessene Q wert ist ohne ein angeschlossene Kapazität, der andere G wert mit 15pF kann auch nicht genutzt werden um die Güte bei der letztendlichen Resonanzfrequenz zu bestimmen, weil wir die dortigen verluste nicht kennen die frequenzabhängig sind. Die Abschätzung erfolgt demnach nach Erfahrungswerten von ALPHATRAP [17]. Mit einem Ausgangswiderstand des Verstärkers von $22M\Omega$, $k \approx \frac{1}{20}$ unserer Spule und der Formel 14 und dder Zusammenrechnung von $R_{p,frei}$ mit $R_{T,eff}$, ergibt sich ungefähr $R_{p,frei}$ als Wert für den Parallelwiderstand im Experiment. Wir können diesen und damit die frei Güte benutzen, da die Falle die Güte im Gegensatz zu einem Kondensator nicht deutlich reduziert. Das Magnetfeld erzeugt Verluste, sodass wir mit dem bekanten Wert aus ALPHATRAP $Q_{loaded} = 40000$ eine Abschätzung unseres Q-Werts auf denselben Wert machen können.

Die abgeschätzte Güte des Resonators für den geplanten Fall einer angeschlossenen Falle erfüllt die gestellten Anforderungen an die minimale Güte Q (18). Die entworfene Spule erfüllt damit in Hinsicht auf Güte und Resonanzfrequenz die an sie gestellten Anforderungen. In der Zukunft sollte der Spulenkern jedoch besprochen ausgetauscht werden, sodass der Resonator auch die Anforderungen an die Wärmeleitfähigkeit erfüllt, was mit einem PTFE-Kern nicht gegeben ist. Dies ist z. B mit Saphir und eventuell kristallinem Quarz [22] & [12] & [15] gegeben, da diese nach der Literatur deutlich bessere Eigenschaften besitzen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde für das LSym Projekt ein Teil des kryogenen Detektionssystems entworfen, gebaut und getestet. Dabei wurden die Grundlagen des Experiments und besonders die Anforderungen an das Detektionssystem eingeführt. Im LSym-Projekt wird ein in einer Penning-Falle gelagertes Helium-Ion untersucht. Zur Ermittlung der axialen Oszillationsfrequenz des Helium-Atoms wurde in dieser Arbeit ein Resonator entworfen, der die Axial-Frequenz mit einem nicht-destruktiven Verfahren messen kann. Der Resonator wurde im Vorfeld sorgfältig im Rahmen der Anforderungen des Experiments ausgelegt. Dafür wurde der genutzte Parallelschwingkreis ausführlich theoretisch eingeführt und in Hinsicht auf Güte und Resonanzfrequenz rechnerisch optimiert. Aufgrund der geplanten niedrigen Einsatztemperatur von 300mK wurde besonderer Wert auf das Material der Spule gelegt. Dafür wurde eine neue Art des Spulenkerns verwendet, anders als sonst üblich bei dieser Art von Resonatoren. Dies wurde als notwendig erachtet, um die Wärmeleitfähigkeit des Resonators zu verbessern, damit dieser auf die geforderte Temperatur thermalisiert werden kann.

Aufgrund eines Fehlers bei der Materialauswahl des Spulenkerns bei dem Quarzglas (fused silica) statt kristallines Quarz eingesetzt wurde, waren die real im Rahmen der Arbeit gebauten Resonatoren nicht einsatzfähig. Im Widerspruch zu Angaben in der Literatur zeigte der Kern aus Quarzglas höhere dielektrische Verluste. Die resultierende Güte von ($Q \approx 2000$) entspricht nicht den Anforderungen des Experiments. Um das entworfene Design dennoch testen zu können, wurde ein Resonator im bereits bekannten Design mit PTFE-Kern mit leicht abweichender Geometrie benutzt. Aus den Ergebnissen der Tests dieses Resonators ergibt sich eine freie Güte $Q_{\delta, frei} = (137100 \pm 100)$, die den Erwartungen entspricht.

Für den Resonator wurde mit einem angelöteten Kondensator ebenfalls der Fall untersucht, in dem eine Falle angeschlossen wäre. Mit dem angelöteten Kondensator konnte der Resonator charakterisiert werden mit Induktivität $L = (2,57 \pm 0,18)\text{mH}$ und Eigenkapazität $C_E = (2,50 \pm 0,18)\text{pF}$. Es konnte aus bekannten Werten von ALPHATRAP abgeschätzt werden, dass unsere gemessene freie Güte mit angeschlossener Falle und Verstärker einen genügenden Q-Wert hat. Ebenso konnte die Resonanzfrequenz mit angeschlossener Falle zu $f_R = (551 \pm 2)\text{kHz}$ bestimmt werden. Sowohl die Güte als auch die Resonanzfrequenz erfüllen damit gut die Anforderungen des Experiments.

Bei der Resonanzfrequenz gibt es eine Abweichung von der ursprünglich geplanten Frequenz. Sie ist allerdings immer noch im Anforderungsbereich den das LSym-Experiment erfordert, da die axiale Frequenz des Teilchens eingestellt werden kann. Das geometrische Design der Spule konnte damit erfolgreich bestätigt werden. Der Resonator kann im vorliegenden Aufbau trotzdem nicht im Versuch benutzt werden, da das PTFE des Spulenkerns eine zu geringe Wärmeleitfähigkeit bei 300mK besitzt.

Im Rahmen dieser Arbeit war es zeitlich nicht mehr möglich, ein anderes Material für den Spulenkern zu testen. In der Zukunft muss für den in dieser Arbeit entworfenen Resonator ein anderer Spulenkern eingesetzt werden. Die relevanten Kriterien für ein mögliches Material sind eine hohe Wärmeleitfähigkeit bei den Temperaturen des Versuchs sowie ein geringer Verlustwinkel. Als mögliche Materialien wurden bereits kristallines Quarz oder Saphir bestimmt. Beide Werkstoffe entsprechen gemäß Literatur den gewünschten hohen Anforderungen im LSym-Projekt. Um den entworfenen Resonator in das LSym-Projekt zu integrieren, müssen Tests mit diesen Materialien als Spulenkern in der Zukunft wiederholt werden. Die Herstellungsmethodik, die geometrischen Abmessungen und die Vorgehensweise der zu wiederholenden Tests können aus der vorliegenden Arbeit übernommen werden.

Abbildungsverzeichnis

1	Teilchenbewegung in der Penning-Falle in Schwarz; einzelne Bewegungsmoden in grün und grau; Grafik übernommen aus [10].	5
2	Allgemeines Beispiel einer zylindrischen Penning-Falle, in LSym besitzt z. B. die AT offene Endkappen, die Cavity Trap hat fast komplett geschlossene Endkappen; übernommen aus [19].	6
3	Schaubild der Detektionselektronik, Parallelschwingkreis und Verstärker, angeschlossen an die zylindrische Penning-Falle, übernommen aus [3].	7
4	Realer Parallelschwingkreis; Fall a): Reales Schaltbild des Parallelschwingkreises; Fall b): Ersatzschaltbild mit zusammengefasstem effektiven Parallelwiderstand; Grafik übernommen aus [20]	8
5	a) Frequenzkurve des Resonatorrauschens; b) Peak auf der Rauschkurve bei Annäherung eines nicht-thermalisierten Teilchens an die Resonanzfrequenz; c) Dip bei der Resonanzfrequenz für thermales Teilchen, übernommen aus [3].	10
6	Skizze der Falle und Detektionselektronik mit den auftretenden Rauschquellen.	11
7	Konstruktionszeichnung des Resonatorgehäuses aus NbTi.	14
8	Wärmeleitfähigkeit von PTFE bei Temperaturen um 300mK, übernommen aus [4].	16
9	Skizze des Silberbechers in den der Quarzglaskern eingesetzt wird.	18
10	Der Glaskern ist im Silberbecher verlötet, das Bild zeigt den Kern nach einem Kalttest im Kaltkopf.	19
11	Die erste gewickelte Spule mit Quarzglaskern, Abmessungen in Tabelle 3; zu erkennen sind drei Kupferkabel; oben: Hot-End, Unten links: Cold-End, Unten rechts: Tap.	26
12	Links: Skizze des Messaufbaus; Rechts: realer Messaufbau am Kaltkopf montiert.	27
13	Resonanzkurve der Teflon Spule; aufgenommen mit dem Netzwerkanalysator mit span=100Hz und Bandbreite=20Hz	28
14	Abfall der Resonatorschwingung der 3. Spule; aufgenommen mit dem Oszilloskop; Blau: Messdaten, Orange: Gedämpfter Schwingungsfit.	29
15	Spektrum der 1. Spule.	30

Tabellenverzeichnis

1	Relevante Innen- und Aussenmaße des gefertigten Schildes.	14
2	Die errechneten optimalen geometrischen Parameter der Spule, sowie die zu erwartende Resonanzfrequenz einer Spule mit den ermittelten Eigenschaften.	25
3	Die tatsächlichen geometrischen Abmessungen der gebauten Spule.	26
4	Die geometrischen Abmessungen der 2. gebauten Spule.	32
5	Die geometrischen Abmessungen der 3. gebauten Spule, Spulenkern aus PTFE.	33
6	Messwerte der Resonanzfrequenzen und des Kondensators, sowie daraus errechnete Werte der Induktivität und der Eigenkapazität, Fehler der Frequenzen aus statistischem Fehler abgeschätzt, Induktivität und Eigenkapazitätsfehler folgt nach Fehlerfortpflanzung.	34

Literatur

- [1] J. Anstie, J. Hartnett, M. Tobar, J. Winterflood, D. Cros, and J. Krupka. Characterization of a spherically symmetric fused-silica-loaded cavity microwave resonator. Measurement Science and Technology, 14:286, 2003.
- [2] A. G. Boge. The effective inductance and resistance of screened coils. Institution of Electrical Engineers, 15:221–238, 1940.
- [3] J. Dilling, K. Blaum, M. Brodeur, and S. Eliseev. Penning-trap mass measurements in atomic and nuclear physics. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 68(Volume 68, 2018):45–74, 2018.
- [4] A. Drobizhev, J. Reiten, V. Singh, and Y. G. Kolomensky. Thermal conductivity measurements of ptfe and al2o3 ceramic at sub-kelvin temperatures. UC Berkely, 2017. doi:10.1016/0375-9601(71)90853-X.
- [5] S. Earnshaw. On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 7:97, Jan. 1848.
- [6] G. Gabrielse. The true cyclotron frequency for particles and ions in a penning trap. International Journal of Mass Spectrometry, 279(2):107–112, 2009.
- [7] G. Gabrielse, L. Haarsma, and S. Rolston. Open-endcap penning traps for high precision experiments. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes, 88(2):319–332, 1989.
- [8] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, and D. J. Wineland. Cooling methods in ion traps. Physica Scripta, 1995(T59):106, jan 1995.
- [9] M. Jacob, J. Mazierska, K. Leong, and J. Krupka. Microwave properties of low-loss polymers at cryogenic temperatures. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 50(2):474–480, 2002.
- [10] V. Kozlov and N. Severijns. WITCH, a Penning trap for weak interaction studies. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2005.
- [11] M. Kretzschmar. Theory of the elliptical penning trap. International Journal of Mass Spectrometry, 275(1):21–33, 2008.
- [12] J. Krupka, K. Derzakowski, M. Tobar, J. Hartnett, and R. G. Geyer. Complex permittivity of some ultralow loss dielectric crystals at cryogenic temperatures. Measurement Science and Technology, 10(5):387, may 1999.

- [13] M. S. Lubell. Empirical scaling formulas for critical current and critical field for commercial nbti. 1982. URL: <https://www.osti.gov/biblio/5459231>.
- [14] Mbr electronics gmbh: Cerasolzer datenblatt. URL: http://cerasolzer.com/PDFs/TechInfo_Cerasolzer_DE.pdf.
- [15] N. J. Simon. Cryogenic properties of inorganic insulation materials for iter magnets: A review. 1994. URL: <https://www.osti.gov/biblio/761710>, doi:10.2172/761710.
- [16] D. R. Smith and F. R. Fickett. Cryogenic properties of silver. National Institute of Standards and Technology, 1994.
- [17] S. Sturm, I. Arapoglou, A. Egl, M. Höcker, S. Kraemer, T. Sailer, B. Tu, A. Weigel, R. Wolf, J. Crespo López-Urrutia, and K. Blaum. The alphantrap experiment. The European Physical Journal Special Topics, 227:1425–1491, 02 2019.
- [18] P. Vianco, F. Hosking, and J. Rejent. Ultrasonic soldering for structural and electronic applications. Welding Journal-Including Welding Research Supplement, 75(11):343s, 1996.
- [19] M. Vogel, W. Quint, and W. Nörtershäuser. Trapped ion oscillation frequencies as sensors for spectroscopy. Sensors, 10(3):2169–2187, 2010.
- [20] A. Weigl. Entwicklung des kryogenen nachweissystems für alphantrap und the-trap. Master’s thesis, Ruprecht-Karls-Universität, Heidelberg, 2014.
- [21] H. Wheeler. Simple inductance formulas for radio coils. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 16(10):1398–1400, 1928.
- [22] M. Wolfmeyer and J. Dillinger. The thermal conductivity of sapphire between 0.4 and 4 °k. Physics Letters A, 34(4):247–248, 1971.