

# PPKTP-Quetschlichtquelle und Twin-Signal Recycling

Diplomarbeit

von

Christian Gräf  
Matr. Nr. 2176579

Institut für Gravitationsphysik der Leibniz Universität Hannover  
Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik  
Albert-Einstein-Institut Hannover

Hannover, den 9. September 2008

Referent: Prof. Dr. Roman Schnabel  
Korreferent: Prof. Dr. Karsten Danzmann



Gegenstand der vorliegenden Arbeit war der Aufbau einer Quetschlichtquelle bei einer Wellenlänge von 1064 nm, basierend auf periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat (PPKTP) als nichtlineares Medium, sowie die experimentelle Realisierung eines Interferometers in der neuartigen Twin-Signal Recycling Topologie.

Aufgrund der ausgezeichneten Eigenschaften wie z.B. der hohen effektiven Nichtlinearität, komfortabel zu realisierender Phasenanpassung und geringer optischer Absorption stellt PPKTP – trotz der bisher mit Lithiumniobat erzielten hohen nichtklassischen Rauschunterdrückung [1] – eine Alternative zur Erzeugung gequetschten Lichts dar. Im Rahmen dieser Arbeit ist daher eine PPKTP-Quetschlichtquelle entwickelt und aufgebaut worden, mit der auf Anhieb eine Unterdrückung des Schrotrauschens um knapp 6 dB bei einer Seitenbandfrequenz von 4 MHz demonstriert werden konnte.

Ferner wurden im Rahmen dieser Arbeit wichtige experimentelle Vorarbeiten für den Einsatz von nichtklassischem Licht zur Sensitivitätssteigerung eines Twin-Signal Recycling Interferometers im Tischexperiment durchgeführt. Diese Interferometertopologie erfordert – im Gegensatz zu einem Interferometer mit verstimmtem Signal Recycling Resonator – beim Einsatz gequetschten Lichts zur Steigerung der Detektionsempfindlichkeit im schrottrauschlimitierten Frequenzbereich keinen zusätzlichen Filterresonator. Gleichzeitig wird durch die simultane resonante Überhöhung des oberen und unteren Signalseitenbands zusätzlich ein Faktor zwei in der Sensitivität gewonnen. Basierend auf dem Dual Recycling Interferometer-Tischexperiment [2] hat ein Ausbau zu einem Twin-Signal Recycling Interferometer stattgefunden. Hierbei konnte eine elektronische Stabilisierung aller relevanten longitudinalen Freiheitsgrade über einen Zeitraum von mehreren Minuten erzielt werden. Darüberhinaus sind erste Messungen an Teilbereichen des neuen Interferometers im Zusammenspiel mit gequetschtem Licht erfolgt.

Korrigierte Version vom 9. September 2008.

<b>Kurzfassung</b>	<b>iii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Laserinterferometrische Methoden zur Gravitationswellendetektion</b>	<b>1</b>
1.1. Gravitationswellen . . . . .	1
1.2. Interferometrische Detektoren . . . . .	2
1.2.1. Prinzip . . . . .	2
1.2.2. Quantenrauschen und das Standard Quanten-Limit . . . . .	3
1.3. Neue Interferometertopologien und QND-Techniken . . . . .	5
1.3.1. Neuartige Topologien . . . . .	5
1.3.2. QND-Interferometrie mit gequetschtem Licht . . . . .	6
<b>2. Theoretische Modelle</b>	<b>9</b>
2.1. Zur Quantentheorie des Lichts . . . . .	9
2.1.1. Quantisierung des elektromagnetischen Feldes . . . . .	9
2.1.2. Der quantenmechanische harmonische Oszillator . . . . .	10
2.1.3. Die Heisenberg'sche Unschärferelation . . . . .	11
2.1.4. Quadraturoperatoren . . . . .	12
2.1.5. Kohärente Zustände . . . . .	13
2.1.6. Phasordiagramme . . . . .	15
2.2. Gequetschte Zustände des Lichts . . . . .	16
2.2.1. Erzeugung gequetschter Zustände . . . . .	16
2.2.2. Phasordarstellung gequetschter Zustände . . . . .	17
2.3. Das Seitenbandbild . . . . .	18
2.3.1. Klassische Felder und Modulation . . . . .	18

2.3.2. Quantenmechanische Erweiterung . . . . .	20
<b>3. Experimentelle Techniken</b>	<b>21</b>
3.1. Optische Resonatoren . . . . .	21
3.1.1. Matrixformalismus . . . . .	21
3.1.2. Fabry-Pérot-Resonatoren . . . . .	22
3.1.3. Impedanzangepasste, unter- und überkoppelte Resonatoren . . . . .	24
3.1.4. Modenanpassung . . . . .	26
3.1.5. Lineare Dreispiegelresonatoren . . . . .	28
3.2. Homodyndetektion . . . . .	30
3.2.1. Theoretische Vorüberlegungen . . . . .	31
3.2.2. Experimentelle Umsetzung . . . . .	32
3.3. Grundlagen der elektronischen Regelung . . . . .	33
3.3.1. Bestandteile von Regelkreisen . . . . .	33
3.3.2. Die „open loop“-Verstärkung . . . . .	34
3.3.3. Die geschlossene Regelschleife . . . . .	34
3.3.4. Stabilität von Regelkreisen . . . . .	35
3.4. Präparation der Laserlichtquelle . . . . .	36
3.4.1. Der Laser . . . . .	36
3.4.2. Modenfilterung . . . . .	37
3.4.3. Frequenzstabilisierung . . . . .	38
<b>4. Gequetschtes Licht mit periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat</b>	<b>41</b>
4.1. Der experimentelle Aufbau . . . . .	41
4.2. Frequenzverdopplung . . . . .	43
4.2.1. Erzeugung der zweiten Harmonischen . . . . .	43
4.2.2. Phasenanpassung . . . . .	44
4.2.3. „Intra-Cavity“ Frequenzverdopplung . . . . .	45
4.2.4. Die Frequenzverdopplerstufe im Experiment . . . . .	47
4.3. Erzeugung gequetschten Lichts . . . . .	48
4.3.1. Optische parametrische Verstärkung . . . . .	48
4.3.2. Periodische Polung und Quasi-Phasenanpassung . . . . .	49
4.3.3. Theoretisches Modell eines optischen parametrischen Verstärkers . . . . .	53
4.4. Konstruktionsmerkmale des PPKTP-Ofens . . . . .	56
4.4.1. Anforderungen an die Funktionalität . . . . .	56
4.4.2. Simulationen . . . . .	57
4.4.3. Entwurf und Realisierung . . . . .	57
4.5. Die PPKTP-Quetschlichtquelle im Experiment . . . . .	59
4.5.1. Justage und Modenanpassung des PPKTP-Resonators . . . . .	61
4.5.2. Elektronische Stabilisierung der Quetschlichtquelle . . . . .	63
4.5.3. Homodyndetektor zur Charakterisierung des PPKTP-Squeezings . . . . .	65
4.5.4. Stabilisierung des Homodynwinkels . . . . .	66
4.5.5. Messungen und Ergebnisse . . . . .	67
4.5.6. Auftretende Verluste . . . . .	69

<b>5. Das Twin-Signal Recycling Interferometer</b>	<b>73</b>
5.1. Grundlagen . . . . .	73
5.1.1. Die Twin-Signal Recycling Interferometertopologie . . . . .	73
5.1.2. Vom Dual Recycling- zum Twin-Signal Recycling-Experiment . . . . .	78
5.2. Simulationen . . . . .	78
5.2.1. Simulation der TSR-Fehlersignale . . . . .	78
5.2.2. Ermittlung der TSR-Resonatorgeometrie . . . . .	80
5.3. Der experimentelle Aufbau . . . . .	82
5.3.1. Das Interferometer . . . . .	82
5.3.2. Der Twin-Signal Recycling Resonator . . . . .	85
5.3.3. Einkopplung des Squeezings . . . . .	88
5.3.4. Justage und Modenanpassung . . . . .	89
5.3.5. Der Homodyndetektor . . . . .	94
5.4. Elektronische Stabilisierung des TSR-Interferometers . . . . .	95
5.4.1. Analyse der Fehlersignale . . . . .	96
5.4.2. Hierarchische Stabilisierung der Freiheitsgrade . . . . .	97
5.5. Twin Signal Recycling und gequetschtes Licht . . . . .	99
5.5.1. Gequetschtes Licht und verstimmte Fabry-Pérot-Resonatoren . . . . .	100
5.5.2. Squeezingmessungen mit verstimmtem TSR-Resonator . . . . .	101
5.5.3. Gequetschtes Licht und gekoppelte Dreispiegelresonatoren . . . . .	103
5.5.4. Squeezingmessungen in Reflexion des TSR-Interferometers . . . . .	104
 <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	 <b>109</b>
 <b>A. Elektronische Schaltungen</b>	 <b>111</b>
 <b>B. Konstruktionspläne des PPKTP-Ofens</b>	 <b>131</b>
 <b>C. MATLAB</b>	 <b>147</b>
 <b>D. FINESSE</b>	 <b>149</b>
 <b>E. LISO</b>	 <b>159</b>
 <b>F. Theoretische Ergänzungen</b>	 <b>161</b>
 <b>Literaturverzeichnis</b>	 <b>165</b>
 <b>Danksagung</b>	 <b>169</b>
 <b>Selbständigkeitserklärung</b>	 <b>171</b>



---

## Abbildungsverzeichnis

---

1.1. Quantenrauschen und das SQL . . . . .	4
1.2. Interferometertopologien . . . . .	6
1.3. Einfluss von Squeezing auf die spektrale Rauschdichte eines Interferometers . . . . .	7
2.1. Phasordarstellung des Vakuumzustandes und eines kohärenten Zustands . . . . .	15
2.2. Wignerfunktion und Phasordarstellung gequetschten Vakuums . . . . .	17
2.3. Klassische Amplituden- und Phasenmodulation im Seitenbandbild . . . . .	18
3.1. Schema Fabry-Pérot Resonator . . . . .	22
3.2. Transmisson des Fabry-Pérot Resonators . . . . .	23
3.3. Phasengang am Fabry-Pérot Resonator . . . . .	25
3.4. Modenanpassung an einen Fabry-Pérot Resonator . . . . .	26
3.5. Schema Dreispiegelresonator . . . . .	28
3.6. Transmission des Dreispiegelresonators . . . . .	29
3.7. Verhalten von Resonanzdubletts bei Variation der Resonatorparameter . . . . .	30
3.8. Schema eines Homodyndetektors . . . . .	32
3.9. Schema eines geschlossenen Regelkreises . . . . .	35
3.10. Schema eines Ringresonators zur Modenfilterung . . . . .	37
3.11. Schema der Laser-Präparationsstufe . . . . .	39
3.12. Simulation typischer PDH-Fehlersignale . . . . .	40
4.1. Schema des PPKTP-Quetschlichtexperiments . . . . .	42
4.2. Modellsystem zur Beschreibung von SHG und OPA . . . . .	45
4.3. Schema der Frequenzverdopplerstufe mit Elektronik . . . . .	47
4.4. Schema der optischen parametrischen Verstärkung . . . . .	48
4.5. Optische parametrische Verstärkung im Quanten-Phasorenbild . . . . .	49
4.6. Schema periodischer Polung eines nichtlinearen Kristalls . . . . .	50
4.7. Konversion über Interaktionslänge bei BPM und QPM . . . . .	53
4.8. Klassische Verstärkung im optischen parametrischen Verstärker . . . . .	55
4.9. Schema des PPKTP-Resonators . . . . .	57

4.10. Simulation Strahltaile über Luftspalt im PPKTP-Resonator . . . . .	58
4.11. Explosionszeichnung des PPKTP-Ofens . . . . .	59
4.12. Schema der PPKTP-Quetschlichtquelle mit Elektronik . . . . .	60
4.13. Fotografien zweier Teilbereiche des Squeezingexperiments . . . . .	61
4.14. Resonanzspektrum des PPKTP-Resonators . . . . .	62
4.15. Transferfunktion der Kristalltemperaturregelung . . . . .	64
4.16. Transferfunktion des Ofenresonators . . . . .	65
4.17. Homodyndetektor für die PPKTP-Squeezingmessungen . . . . .	66
4.18. Homodynmessung gequetschten Lichts aus der PPKTP-Quetschlichtquelle	67
4.19. Dunkelrauschkorrigierte PPKTP-Squeezingmessung . . . . .	68
4.20. PPKTP-Squeezing/Antisqeezingmessung bei reduzierter Pumpleistung .	69
4.21. Dunkelrauschkorrigierte PPKTP-Squeezing/Antisqeezingmessung . . . .	70
5.1. Vergleich der Dual Recycling- und der Twin Signal Recycling-Topologie .	74
5.2. Simulation eines Resonanzdubletts mit 1 kHz Frequenzaufspaltung . . . . .	75
5.3. Spektrale Rauschdichten von GEO 600 in DR- und in TSR-Konfiguration .	76
5.4. Kontrollmatrix der TSR-Fehlersignale . . . . .	79
5.5. Simulationen zur Ermittlung des TSR-Spiegel Krümmungsradius . . . . .	81
5.6. Schematische Darstellung des TSR-Experiments . . . . .	82
5.7. Schematische Zeichnung des TSR-Resonators . . . . .	86
5.8. Messung eines Resonanzdubletts . . . . .	87
5.9. Modenspektren der Resonatoren im TSR-Interferometer . . . . .	90
5.10. Fotografien des TSR-Spiegels und Resonators . . . . .	92
5.11. Fotografien des TSR-Homodynphotodetektors . . . . .	94
5.12. Squeezingmessung zur Charakterisierung des TSR-Homodyndetektors . . .	95
5.13. Fehlersignale PR-Resonator und Michelson-„dark port“ . . . . .	96
5.14. TSR-Stabilisierung: Zeitserien ausgewählter DC-Signale . . . . .	98
5.15. TSR-Stabilisierung: Zeitserien der Stellsignale . . . . .	99
5.16. Rotation der Seitenbänder bei Reflexion an verstimmt Resonatoren . . .	100
5.17. Reflexion von Squeezing am TSR-Resonator . . . . .	102
5.18. Rotation der Seitenbänder bei Reflexion am Dreispiegelresonator . . . . .	103
5.19. Reflexion von Squeezing am Dreispiegelresonator . . . . .	105
5.20. Resonanzzustände und resultierende Resonanzdubletts . . . . .	107



---

## Tabellenverzeichnis

---

4.1. Nichtlineare Kristallmaterialien . . . . .	51
5.1. Technische Parameter des Dual Recycling Interferometers . . . . .	85
5.2. Technische Parameter des TSR-Resonators . . . . .	88



---

## Abkürzungen und Symbole

---

---

### Abkürzungen

---

AC	alternating current
b.E.	beliebige Einheiten
BPM	birefringent phase matching
BS	beam splitter
DBS	dichroic beam splitter
EOM	elektrooptischer Modulator
FPR	Fabry-Pérot Resonator
FSR	Freier Spektralbereich
FWHM	Halbwertsbreite
GRIIRA	green-induced infrared absorption
GW	Gravitationswelle
LO	Lokaloszillator
MC	mode cleaner
NPRO	nichtplanarer Ringoszillator
OPA	optical parametric amplification
OPO	optical parametric oscillation
PBS	polarizing beam splitter

PD	Photodetektor
PDH	Pound-, Drever-, Hall-Verfahren
POM	Polyoxymethylen
PP	periodische Polung
PPKTP	periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat – $\text{KTiOPO}_4$
PR	Power Recycling
PRM	Power Recycling Mirror
PZT	piezoelectric transducer
QPM	quasi phase matching
RBW	resolution bandwidth
SHG	second harmonic generation
SQL	Standard Quanten Limit
SR	Signal Recycling
SRM	Signal Recycling Mirror
TEM	Transversale elektromagnetische Mode
TSR	Twin Signal Recycling
TSRC	Twin Signal Recycling Cavity
TSRM	Twin Signal Recycling Mirror
VBW	video bandwidth

---

**Physikalische Symbole**

---

$ 0\rangle$	Vakuumzustand
$\hat{a}^\dagger, \hat{a}$	Erzeuger, Vernichter
$ \alpha\rangle$	Kohärenter Zustand
$\vec{B}$	Magnetische Flussdichte
$\chi$	Elektrische Suszeptibilität
$c$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$\delta$	Fluktuationen

$\hat{D}(\alpha)$	„Displacement“-Operator
$d_{\text{eff}}$	effektive Nichtlinearität
$\eta_{\text{ak}}$	Auskoppeleffizienz
$\eta_{\text{det}}$	Detektionseffizienz
$\varepsilon_0$	Dielektrizitätskonstante des Vakuums, $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$
$\vec{E}$	Elektrische Feldstärke
$\mathcal{F}$	Finesse
$f$	Frequenz
$\gamma$	Zerfallsrate eines optischen Resonators
$\hat{H}$	Hamiltonoperator
$\hbar$	reduziertes Plancksches Wirkungsquantum
$h$	Dehnung
$i(t)$	Photostrom
$J_k(m)$	Besselfunktion
$\Delta k$	Phasenfehlانpassung
$k$	Wellenzahl
$\Lambda$	Periodenlänge bei periodischer Polung
$\lambda$	Wellenlänge
$l, L$	Länge
$\mu_0$	Permeabilität des Vakuums
$\hat{n}$	Anzahloperator
$ n\rangle$	Fockzustand
$n$	Brechungsindex
$\Omega$	Seitenbandfrequenz
$\omega$	Kreisfrequenz
$\hat{p}$	Impulsoperator
$\phi$	Verstimmung

$\vec{P}$	Elektrische Polarisationsdichte
$P$	Leistung
$\hat{q}$	Ortsoperator
$\varrho$	Amplitudenreflektivität eines Resonators
$r$	Amplitudenreflektivität
$r_c, R_c$	Krümmungsradien
$\hat{S}(\xi)$	Squeezingoperator
$\sigma$	Elektrische Leitfähigkeit
$\tau$	Amplitudentransmittivität eines Resonators
$\theta$	Quetschwinkel
$t$	Amplitudentransmittivität
$\mathcal{V}$	Visibility
$V^+, V^-$	Varianz der Amplituden-, bzw. Phasenquadratur
$w_0$	Strahltaillenradius
$\hat{X}^+, \hat{X}^-$	Amplituden-/Phasenquadraturoperator
$ \xi\rangle$	Gequetschter Zustand
$z_R$	Rayleighlänge

---

## Laserinterferometrische Methoden zur Gravitationswellendetektion

---

Experimentelle Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie gehören zu den großen Herausforderungen der modernen Physik. Die besondere Schwierigkeit liegt in der Kleinheit der auftretenden Effekte, zu deren Nachweis die empfindlichsten realisierbaren Messinstrumente notwendig sind.

### 1.1. Gravitationswellen

Wenige Monate nachdem EINSTEIN im Jahre 1915 seine Allgemeine Relativitätstheorie veröffentlicht hatte, war er es selbst, der die Existenz von Gravitationswellen voraussagte [3]. Diese Wellen sind eine direkte Konsequenz des Kausalitätsprinzips, nach dem sich jede Wirkung höchstens mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann. Ihr Auftreten beruht auf Quadrupolmomenten in den Massenverteilungen schwerer beschleunigter kosmischer Objekte wie sie z.B. bei Doppelsternsystemen, Supernovae oder kollidierenden schwarzen Löchern auftreten.

Obwohl eine starke Analogie zu den in der MAXWELLSchen Theorie des Elektromagnetismus auftretenden Wellen besteht, kommt Gravitationswellen insbesondere in der Astronomie eine ganz besondere Bedeutung zu. Die Tatsache, dass Gravitationswellen nahezu wechselwirkungsfrei alle Formen von Materie durchdringen, eröffnet neue Blickwinkel in der Erforschung des Kosmos. Daten über den inneren Aufbau von Himmelskörpern würden durch eine Gravitationswellenastronomie ebenso greifbar wie die im stochastischen Hintergrund verborgenen Informationen über das junge Universum unmittelbar nach dem Urknall.

Der erste indirekte Nachweis von Gravitationswellen gelang den Physikern HULSE und TAYLOR im Jahre 1974 bei der Untersuchung des zu einem Doppelsternsystem gehörigen Pulsars PSR 1913+16. Die Auswertung radioastronomischer Daten hatte ergeben, dass die Umlaufzeit während der Beobachtungsdauer allmählich abnahm. Dieser Energieverlust konnte in exzellenter Übereinstimmung durch die Abstrahlung von Gravitationswellen er-

klärt werden. Für diese Entdeckung wurde im Jahre 1993 der Nobelpreis verliehen. Eine umfassende Einführung in die Theorie und die Entstehung von Gravitationswellen findet sich z.B. in [4]. Für die weitere Diskussion sind primär die Auswirkungen von Gravitationswellen von Interesse. Gravitationswellen stauchen und dehnen die Raumzeit. Ihre Amplitude wird über die Größe

$$h = \frac{2\Delta L_{\text{GW}}}{L}, \quad (1.1)$$

die *Dehnung* (engl. „*strain*“) charakterisiert [5]. Dabei ist  $\Delta L_{\text{GW}}$  die Änderung des Abstands  $L$  zwischen zwei Raumzeitereignissen. Eine Supernovaexplosion in einer Entfernung von 10 kpc würde beispielsweise zu einer auf der Erde messbaren Dehnung von  $h \approx 10^{-20}$  führen. Die Messung dieser extrem kleinen Signale ist eine der großen Herausforderungen der modernen Physik.

## 1.2. Interferometrische Detektoren

Die ersten Versuche eines direkten Nachweises von Gravitationswellen sind in den sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts von dem Physiker J. WEBER mit sogenannten *Resonanzantennen* unternommen worden. Es handelt sich hierbei um mechanische Resonatoren, üblicherweise massive, frei aufgehängte Metallzylinder mit Massen von mehreren Tonnen. Sie sollen durch einlaufende Gravitationswellen zu Schwingungen bei ihrer Eigenfrequenz angeregt werden, die dann mithilfe von an den Resonanzkörper angebrachten Sensoren ausgelesen werden können. Die moderne Version dieses Detektortyps hat typischerweise eine Länge von mehreren Metern und erreicht eine bemerkenswerte Empfindlichkeit von  $10^{-20} (\sqrt{\text{Hz}})^{-1}$  für Messungen der Dehnung („strain sensitivity“), mit einer Bandbreite von ungefähr 100 Hz bei einer Detektionsfrequenz von 1 kHz. Trotz der kontinuierlichen Weiterentwicklung dieser Detektoren ist bislang noch keine erfolgreiche Gravitationswellenmessung mit ihnen gelungen.

Ein völlig anderes Konzept liegt den breitbandigen interferometrischen Detektoren zugrunde. Nach mehreren Jahrzehnten der Weiterentwicklung sind sie die aussichtsreichsten Kandidaten zum direkten Nachweis von Gravitationswellen.

### 1.2.1. Prinzip

Zur Zeit befindet sich ein Netzwerk erdgebundener interferometrischer Gravitationswellendetektoren bestehend aus den Detektoren GEO 600 [6], LIGO [7], TAMA 300 [8] und VIRGO [9] im Betrieb.

Das Prinzip, das allen interferometrischen Detektoren zugrundeliegt, ist die Messung der gravitationswelleninduzierten Änderung der Lichtlaufzeit zwischen freifallenden Testmassen. Zu diesem Zweck werden Michelson-Interferometer eingesetzt, wobei als Testmassen die aufgehängten Endspiegel des Interferometers dienen. Einlaufende Gravitationswellen bewirken eine periodische Verlängerung und Verkürzung der Interferometerarme, was eine Phasenänderung

$$\Delta\phi_{\text{GW}} = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta L_{\text{GW}} \quad (1.2)$$



der im Interferometer umlaufenden Lichtfelder der Wellenlänge  $\lambda$  zur Folge hat [5]. Ein Michelson-Interferometer ist in der Lage, eine Phasenänderung der innerhalb der Interferometerarme propagierenden Lichtfelder durch Interferenz am Strahlteiler in eine Amplitudenänderung im Signalport zu konvertieren. Diese kann mittels geeigneter Photodetektoren ausgelesen werden. Allerdings spielt hierbei die Polarisierung der Gravitationswelle eine wichtige Rolle. Auf Michelson-Interferometern beruhende Gravitationswellendetektoren werden üblicherweise bei dunklem Signalport betrieben. Nur eine Anregung der antisymmetrischen Schwingungsmode der Interferometerarme führt bei diesen Detektoren zu einem detektierbaren Signal.

Unter dem „dark fringe“-Betrieb versteht man die Wahl eines Arbeitspunktes des Interferometers, so dass durch Interferenz am Strahlteiler alles eingestrahlte Licht vom Interferometer reflektiert wird, sich das Interferometer also quasi als ideal reflektierender Spiegel verhält. Der Signalport bleibt in diesem Fall für das eingestrahlte Laserlicht dunkel.

Ein entscheidender Vorteil interferometrischer Detektoren gegenüber den Resonanzantennen ist ihre größere Detektionsbandbreite, die etwa von 10 Hz bis 10 kHz reicht. Somit ist prinzipiell eine Detektion von Gravitationswellen verschiedenen kosmologischen Ursprungs möglich.

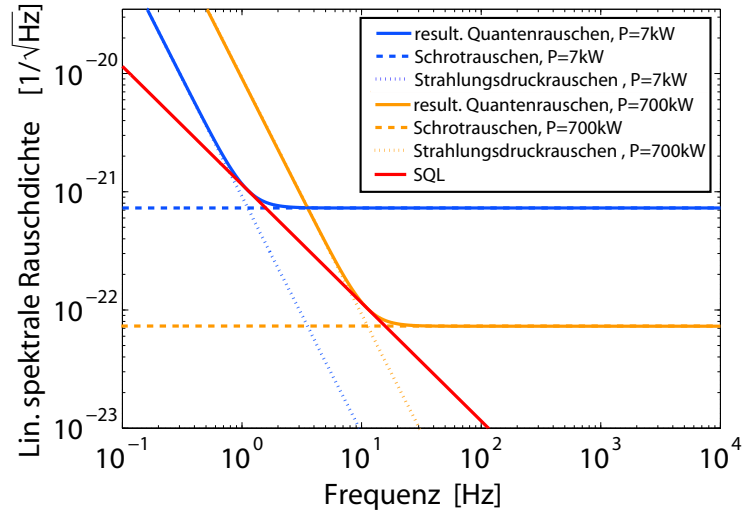
Eine Vielzahl klassischer und quantenmechanischer Rauschquellen wirkt sich limitierend auf die Messempfindlichkeit eines Gravitationswellendetektors aus. Zum Beispiel müssen das seismische Rauschen durch Vibration der Umgebung bei niedrigen Frequenzen, thermisch induzierte Fluktuationen der Spiegelpositionen im mittleren Detektionsfrequenzbereich und Schrotrauschen bei hohen Detektionsfrequenzen so gut wie möglich unterdrückt werden, um eine optimale Messempfindlichkeit des Detektors zu gewährleisten. Zur Optimierung der Sensitivität werden verschiedene Konzepte verfolgt, die in den folgenden Abschnitten skizziert werden.

### 1.2.2. Quantenrauschen und das Standard Quanten-Limit

Quantenrauschen hat seinen Ursprung insbesondere in der Photodetektion, in der Quantennatur des Lichts sowie in der Quantennatur der Bewegung der Spiegeltestmassen im Gravitationswellendetektor. Schrotrauschen und Strahlungsdruckrauschen sollen an dieser Stelle näher untersucht werden.

Das *Schrotrauschen* resultiert aus den quantenmechanischen Fluktuationen der Photonenzahl am Interferometerausgang. Das *Strahlungsdruckrauschen* ist eine Konsequenz der Unschärfe der Spiegelpositionen aufgrund des fluktuierenden Strahlungsdrucks im Interferometer, der eine Auslenkung der Spiegel bewirkt. Bereits vor mehr als zwei Jahrzehnten konnte ein Zusammenhang zwischen dem Strahlungsdruckrauschen und den quantenmechanischen Fluktuationen des Vakuums, das durch den Signalport in das Interferometer einkoppelt, aufgezeigt werden [11, 12].

Eine in diesem Zusammenhang auftretende Größe ist das *Standard Quanten-Limit* (SQL). Das SQL ist in einem laserinterferometrischen Gravitationswellendetektor erreicht, wenn die durch Strahlungsdruckrauschen verursachte Unschärfe der Spiegelpositionsmessung gerade der durch das Schrotrauschen verursachten Unschärfe entspricht [13]. Diese Aussage folgt unmittelbar aus der Heisenbergschen Unschärferelation (vgl. Abschnitt 2.1.3) für Ort und Impuls der Testmassen. Eine Ortsmessung verursacht einen unbekannt



**Abbildung 1.1.:** *Quantenrauschlimitierte Messempfindlichkeit für die Dehnung („strain sensitivity“) eines einfachen Michelson-Interferometers ohne Armresonatoren und Signal Recycling [10]. Bei einer Steigerung der umlaufenden Lichtleistung um den Faktor 100 fällt das Schrotrauschen um eine Größenordnung, während gleichermaßen das Strahlungsdruckrauschen zunimmt. Die Kurve des resultierenden Rauschens lässt sich für unterschiedliche Laserleistungen entlang der Geraden, die das SQL repräsentiert, verschieben. Das SQL wird jedoch nicht unterschritten.*

Impulsübertrag in Form von Strahlungsdruck auf die Testmasse, was den Ausgang späterer Ortsmessungen unvorhersagbar macht. Dies beruht auf der Nichtkommutativität der zugrundeliegenden quantenmechanischen Observablen. Für eine Ortsmessung an einer Spiegeltestmasse nimmt die spektrale Rauschdichte der durch Schrotrauschen bedingten Positionsfluktuationen die Form

$$\sqrt{S_z^{\text{SN}}} = \sqrt{\frac{\hbar c^2}{4\omega_0 P}} \quad (1.3)$$

mit der Trägerlichtleistung  $P$  und der optischen Frequenz  $\omega_0$  an [5]. Die spektrale Rauschdichte der durch Strahlungsdruckrauschen hervorgerufenen Positionsfluktuationen nimmt die Form

$$\sqrt{S_z^{\text{RP}}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0 P}{c^2 m^2 (2\pi f)^4}} \quad (1.4)$$

an. Dabei repräsentiert  $m$  die Masse eines Endspiegels,  $P$  die Leistung des Trägerfeldes und  $f = \Omega/2\pi$  die Seitenbandfrequenz im Rauschspektrum. Auffällig ist das Abfallen des Strahlungsdruckrauschens proportional zur zweiten Potenz der Seitenbandfrequenz  $f$ , während das Schrotrauschen über das ganze Spektrum konstant bleibt, es sich also um *weißes* Rauschen handelt. Das Gesamtrauschen im Interferometer setzt sich aus diesen beiden Anteilen zusammen. Es lässt sich unmittelbar schlussfolgern, dass zu höheren Frequenzen hin das Schrotrauschen den dominierenden Quantenrauschbeitrag liefert. Die resultierenden spektralen Rauschdichten werden, falls keine Korrelationen zwischen den

beiden Beiträgen bestehen, jedoch nie das SQL unterbieten, welches durch den Ausdruck

$$\sqrt{S_z^{\text{SQL}}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m(2\pi f)^2}} \quad (1.5)$$

gegeben ist [5]. Offensichtlich ist das SQL unabhängig von der Laserleistung und fällt mit der Seitenbandfrequenz ab. Eine graphische Darstellung dieser Zusammenhänge findet sich in Abbildung 1.1.

Eine tiefgehende Untersuchung zeigt, dass das Schrotrauschen im Interferometer auf das Rauschen in der Phasenquadratur und das Strahlungsdruckrauschen auf das Rauschen in der Amplitudenquadratur in das Interferometer einkoppelnden Vakuums zurückzuführen ist. Es herrscht eine formale Analogie zwischen der Kommutatorrelation des Amplituden- und Phasenquadraturoperators des Lichtfeldes und der Kommutatorrelation zwischen Orts- und Impulsoperator der Testmasse. Das SQL kann als Schranke für die Genauigkeit aufgefasst werden, mit der eine Ortsmessung einer freifallenden Testmasse in Abwesenheit von Korrelationen zwischen den beiden Quadraturen erfolgen kann [14].

### 1.3. Neue Interferometertopologien und QND-Techniken

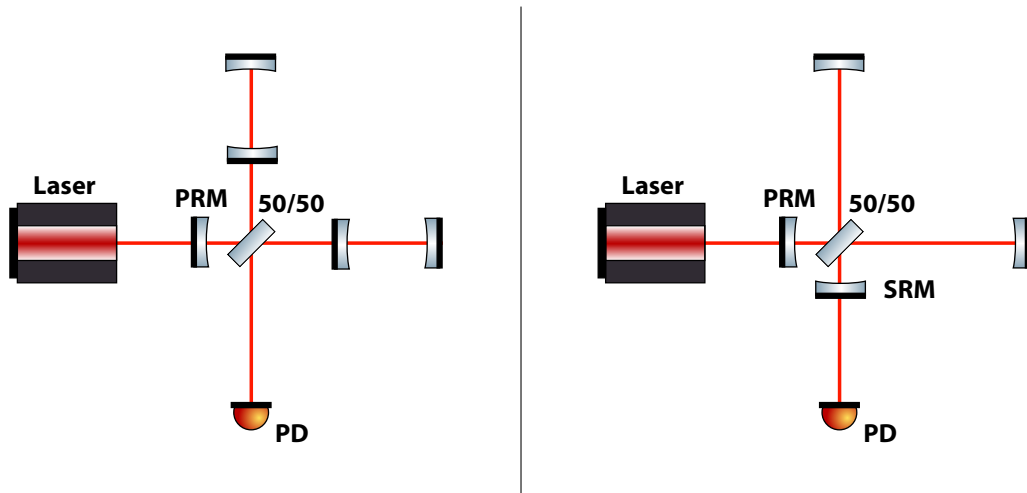
Verschiedene Konzepte zielen auf die Steigerung der Messempfindlichkeit von Gravitationswellendetektoren ab. Neben der Modifikation der zugrundeliegenden *Interferometertopologie* durch die Integration zusätzlicher optischer Elemente in den Aufbau existieren Konzepte, die dem Bereich der *Quantum-non-Demolition* Techniken zuzuordnen sind, zu denen auch der Einsatz gequetschten Lichts gehört.

#### 1.3.1. Neuartige Topologien

Interferometrische Gravitationswellendetektoren erreichen heutzutage spektrale Phaserausdichten in der Größenordnung  $10^{-11}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  in einem Frequenzbereich von 100 Hz bis ungefähr 1 kHz. Dies entspricht einer spektralen Rauschdichte bezüglich der durch Gravitationswellen induzierten Dehnung des Raums von  $10^{-23}$  ( $\sqrt{\text{Hz}})^{-1}$ .

Solche Empfindlichkeiten sind bei momentanem Stand der Technik mit einem einfachen Michelson-Interferometer nicht zu erreichen. Durch geschickte Erweiterungen des Michelson-Grundkonzeptes sind jedoch Interferometertopologien geschaffen worden, die im Hinblick auf den Einsatz als Gravitationswellendetektor in ihren Eigenschaften denen eines einfachen Michelson-Interferometers überlegen sind.

Bei den LIGO-Detektoren [7] werden z.B. Resonatoren in den Interferometerarmen eingesetzt. Zusätzlich sorgt ein Spiegel im Pfad des Eingangslaserstrahls für eine resonante Überhöhung des im Interferometer umlaufenden Trägerfeldes. Diese Technik ist auch als *Power Recycling* (PR) bekannt. Bei GEO 600 ist neben dem Power Recycling die Technik des *Signal Recycling* (SR) im Einsatz. Darunter versteht man die resonante Überhöhung eines Gravitationswellensignals, die durch einen zusätzlichen Spiegel im Signalport erreicht werden kann. Vereint ein Detektor Power- und Signal Recycling, spricht man – wie im Fall von GEO 600 – auch von einem *Dual Recycling* Interferometer. In Abbildung 1.2 sind diese Topologien schematisch dargestellt. Eine wichtige Voraussetzung zum Einsatz von



**Abbildung 1.2.:** Vergleich zweier Interferometertopologien. Die linke Abbildung zeigt ein Michelson-Interferometer mit Armresonatoren und einem zusätzlichen Spiegel (PRM) im Eingangsport zur Leistungsüberhöhung. Die rechte Abbildung zeigt ein Dual Recycling-Interferometer mit je einem zusätzliche Spiegel zur Leistungs- und Signalüberhöhung (SRM).

Recycling-Techniken ist der bereits erwähnte „dark fringe“-Betriebsmodus. In der Praxis wird das Interferometer durch einen elektronischen Regelkreis auf diesen Arbeitspunkt stabilisiert.

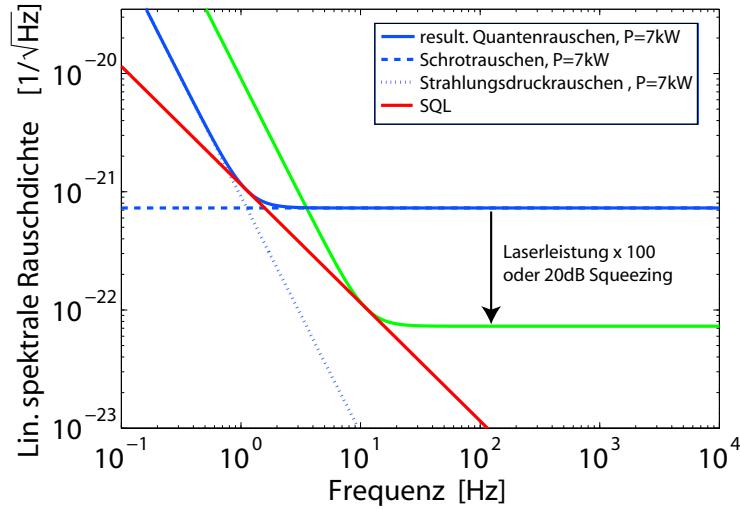
Dass der Kreativität beim Entwurf neuer Interferometertopologien keine Grenzen gesetzt sind, zeigt z.B. das *Xylophon-Interferometer* [15]. Einem von MIZUNO aufgestellten, bis heute nicht widerlegten Theorem zur Folge hängt die Empfindlichkeit eines interferometrischen Gravitationswellendetektors (ohne QND-Techniken) über die Frequenz integriert nur von der in den Armen umlaufenden Lichtleistung ab [16]. Ein festes „Empfindlichkeitsbudget“ kann also durch Änderung der Topologie nur über die Detektionsfrequenzen umverteilt werden.

Eine Besonderheit der Signalüberhöhung bei GEO 600 ist ihre Verstimmung (engl. „detuning“) gegenüber der Frequenz des Trägerfeldes. Es handelt sich um ein „detuned“ Signal Recycling, bei dem *in situ* die Resonanzfrequenz durch Verstimmen des SR-Resonators geändert werden kann. Dadurch findet, je nach Einstellung, eine resonante Überhöhung eines oberen oder unteren Signalseitenbands statt.

Eines der Ziele dieser Arbeit war der Ausbau eines Dual Recycling Interferometers im Labormaßstab zu einem Interferometer in *Twin-Signal Recycling* Topologie. Diese neuartige Interferometertopologie bietet gerade im Hinblick auf den Einsatz gequetschten Lichts im schrotrauschlinitierten Frequenzbereich Vorteile gegenüber einem Dual Recycling Interferometer mit verstimmtem Signal Recycling (vgl. Kap. 5).

### 1.3.2. QND-Interferometrie mit gequetschtem Licht

Für Messungen, deren Empfindlichkeit das Standard Quanten-Limit unterbietet, hat sich die Bezeichnung *Quantum-non-Demolition* Messung (QND) etabliert. Ein erfolgverspre-



**Abbildung 1.3.:** Einfluss von Squeezing auf die spektrale Rauschdichte eines einfachen Michelson-Interferometers ohne Armresonatoren und Signal Recycling [10]. Dargestellt ist der Einsatz von bezüglich der Phasenquadratur breitbandig gequetschten Lichts mit einer Rauschunterdrückung von 20 dB. Die resultierende Empfindlichkeitssteigerung im schrotrauschlimitierten Frequenzbereich ist dieselbe wie bei der Erhöhung der umlaufenden Laserleistung um einen Faktor 100.

chendes Konzept aus dem Bereich der QND-Interferometrie ist der Einsatz gequetschten Lichts. Eine grundlegende Prämisse zur Gültigkeit des SQL war die völlige Unkorreliertheit der Quantenrauschbeiträge. Durch deren Korrelation wäre eine Messung mit einer Empfindlichkeit unterhalb des SQL greifbar. Die Injektion gequetschten Lichts erlaubt es, solche Korrelationen in einem Gravitationswellendetektor zu erzeugen.

Gequetschte Zustände des Lichts reduzieren das Rauschen in der einen Quadratur zu Ungunsten des Rauschens in der orthogonalen Quadratur. Das Rauschen in der Phasenquadratur zeigt sich verantwortlich für das Schrotrauschen im Interferometer, das Rauschen in der Amplitudenquadratur ist die Ursache des Auftretens von Strahlungsdruckrauschen. Demnach hängt von der Detektionsfrequenz ab, welche der beiden Quadraturen im Hinblick auf das Rauschen im Interferometer dominiert.

Zur breitbandigen Steigerung der Messempfindlichkeit des Interferometers kann *frequenzabhängiges, breitbandig gequetschtes Vakuum* in das Interferometer eingekoppelt werden, bei dem bei jeder interessierenden Seitenbandfrequenz die Orientierung der Squeezingellipse derart präpariert worden ist, dass eine optimale Rauschunterdrückung erzielt wird. Der dominante Rauschbeitrag kann dann um einen Faktor

$$S \propto e^{-2r} \quad (1.6)$$

in Abhängigkeit vom *Squeezingparameter*  $r$  gequetscht werden (vgl. Abschnitt 2.2).

Die Präparation des Vakuums, genauer das Aufprägen einer Frequenzabhängigkeit ist jedoch mit großem Aufwand verbunden. Zu diesem Zweck muss das gequetschte Vakuum vor seiner Injektion in das Interferometer an eigens dazu aufgebauten *Filterresonatoren*

reflektiert werden, deren Länge in der Größenordnung der Interferometerarme liegt [17]. Eine in diesem Zusammenhang wichtige Erkenntnis war der theoretische Nachweis der Kompatibilität von gequetschtem Licht mit Recycling-Techniken, die in allen Detektoren eingesetzt werden. Für die Dual Recycling Topologie, auf der GEO 600 beruht, ist dieser Nachweis von HARMS [18] erbracht worden.

Da die Squeezingellipse des gequetschten Vakuums bei der Reflexion an einem verstimmtten Signal Recycling Resonator eine unerwünschte Rotation erfährt, muss mithilfe geeigneter experimenteller Mittel eine Kompensation dieser Rotation erfolgen. Im Fall des breitbandigen Einsatzes gequetschten Lichts werden dazu zwei oder mehr Filterresonatoren hoher Finesse eingesetzt, an denen das Squeezing vor der eigentlichen Injektion in das Interferometer reflektiert wird. Beschränkt man sich auf hohe Detektionsfrequenzen im schrotrauschlinitierten Bereich ab etwa 100 Hz, so muss immer noch ein Filterresonator zur Kompensation dieser Rotation eingesetzt werden.

Die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Twin-Signal Recycling Topologie kommt in diesem Frequenzbereich gänzlich ohne Filterresonatoren aus (siehe Kap. 5).

Bislang wird noch in keinem der großen Detektoren gequetschtes Licht eingesetzt. Im Rahmen des *GEO-HF* Projektes [19] wird GEO 600 der erste Detektor sein, der zur Steigerung seiner Sensitivität bei Frequenzen im schrotrauschlinitierten Bereich mit gequetschtem Licht betrieben wird. Squeezing stellt in diesem Fall eine Alternative zur Erhöhung der im Detektor umlaufenden Laserleistung dar (vgl. Abbildung 1.3).

Neben Kristallen aus Lithiumniobat, mit denen bereits Squeezing von mehr als 10 dB erzeugt werden konnte [1], kommt PPKTP als weiterer Kandidat für das nichtlineare Medium der GEO 600-Quetschlichtquelle in Frage. Untersuchungen zur Erzeugung gequetschten Lichts mit PPKTP sind im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden (siehe Kap. 4).

Gequetschte Zustände sind sogenannte *nichtklassische* Zustände des Lichts. Eine konsistente Beschreibung kann nur auf Grundlage der Quantentheorie erfolgen. In den folgenden Abschnitten werden die zur quantenmechanischen Beschreibung von Licht notwendigen Grundlagen erarbeitet. Dieses Gerüst wird um die Grundlagen einer Theorie der gequetschten Zustände erweitert.

Zur Visualisierung und qualitativen Beschreibung solcher Zustände haben sich verschiedene Modelle etabliert, von denen die wichtigsten in Kürze vorgestellt werden.

## 2.1. Zur Quantentheorie des Lichts

Eine der großen Errungenschaften der Physik des neunzehnten Jahrhunderts war die Beschreibung elektromagnetischer Wellen durch ein System partieller Differentialgleichungen, deren Zusammenstellung zwischen 1861-1864 auf J. C. MAXWELL zurückgeht. Damit war eine Theorie zur klassischen Beschreibung von Licht verfügbar geworden.

Durch die Aufstellung der *Quantenhypothese des Lichts* läutete A. EINSTEIN zu Beginn des 20. Jahrhunderts ein neues Zeitalter der Physik ein. Es war schliesslich der amerikanische Physiker R. J. GLAUBER, der mit seiner im Jahre 1963 veröffentlichten Theorie der *kohärenten Zustände* [20] ein geeignetes Werkzeug zur quantenmechanischen Beschreibung von Laserlicht lieferte. Die Ausführungen in den folgenden Abschnitten basieren im wesentlichen auf der Darstellung in [21].

### 2.1.1. Quantisierung des elektromagnetischen Feldes

Die Lösung der Maxwellgleichungen für eine Mode einer stehenden elektromagnetischen Welle innerhalb eines eindimensionalen Resonators besitzt die Form

$$E_x(z, t) = \sqrt{\left(\frac{2m\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)} q(t) \sin(kz) \quad (2.1)$$

für das in x-Richtung polarisierte elektrische Feld, die zugehörige magnetische Flussdichte ist gegeben durch

$$B_y(z, t) = \left( \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{k} \right) \sqrt{\left( \frac{2m\omega^2}{V\varepsilon_0} \right)} \dot{q}(t) \cos(kz) . \quad (2.2)$$

Die Randbedingung verschwindender Felder bei  $z = 0$  und  $z = L$  liefert für die erlaubten Frequenzen  $\omega_m = c(m\pi/L)$  mit  $m \in \mathbb{N}$ . Das effektive Volumen des Resonators wird durch  $V$  ausgedrückt,  $q(t)$  und  $\dot{q}(t)$  stehen für den kanonischen Ort bzw. Impuls. Die Konstante  $m$  ist lediglich eingefügt worden, um die Analogie zum mechanischen Oszillator herauszustellen und nimmt den Wert  $m = 1$  an. Die klassische Hamiltonfunktion ist gegeben durch

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dV \left[ \varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z, t) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{p^2}{m} + m\omega^2 q^2 \right) , \end{aligned} \quad (2.3)$$

woraus sich eine formale Äquivalenz zum mechanischen harmonischen Oszillator mit Einheitsmasse ablesen lässt. Die Korrespondenzregel erlaubt durch die Ersetzungen  $q \rightarrow \hat{q}$  und  $p \rightarrow \hat{p}$  mit  $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$  den Übergang zur quantenmechanischen Formulierung des Problems.

### 2.1.2. Der quantenmechanische harmonische Oszillator

Ausgehend vom Hamiltonoperator des Systems,

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{q}^2 \quad , \quad (2.4)$$

lässt sich mittels geeigneter Umformungen das Problem dimensionslos formulieren und rein algebraisch lösen. Dazu werden die Operatoren *Erzeuger* und *Vernichter*,

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{q} - \frac{i}{m\hbar\omega} \hat{p} \right\} , \\ \hat{a} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{q} + \frac{i}{m\hbar\omega} \hat{p} \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

eingeführt, für die die bosonische Vertauschungsrelation

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (2.6)$$

gilt. Der Hamiltonoperator geht durch obige Ersetzung in die Form

$$\hat{H} = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.7)$$

über.



## Fockzustände

Die Eigenzustände von Gleichung (2.7) lassen sich für gegebene Energie aus der zugehörigen Eigenwertgleichung ermitteln:

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (2.8)$$

und werden *Anzahl-* bzw. *Fockzustände* genannt. Diese Zustände sind Eigenzustände zum *Anzahloperator*  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ :

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad (2.9)$$

mit den zugehörigen Eigenwerten

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) . \quad (2.10)$$

Bemerkenswert ist an dieser Stelle, dass der Zustand mit  $|n=0\rangle$ , der quantenmechanische *Vakuumzustand*, eine nichtverschwindende *Grundzustandsenergie*  $E_{n=0} = \frac{\hbar\omega}{2}$  besitzt. Untersucht man die Wirkung der Operatoren  $\hat{a}^\dagger$  und  $\hat{a}$  auf Fockzustände, werden auch die Bezeichnungen „Erzeuger“, „Vernichter“, sowie „Anzahloperator“ deutlich:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle \\ \hat{a} |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle \\ \hat{n} |n\rangle &= n |n\rangle . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Durch sukzessives Anwenden des Erzeugers auf den Grundzustand lässt sich jeder beliebige Fockzustand konstruieren:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle . \quad (2.12)$$

Vom mathematischen Standpunkt aus betrachtet bilden die Eigenzustände  $|n\rangle$  eine vollständige Orthonormalbasis des Lösungsraumes von (2.8), d.h.

$$\begin{aligned} \langle n|n'\rangle &= \delta_{nn'} , \\ \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n| &= \mathbb{1} . \end{aligned} \quad (2.13)$$

Folglich lässt sich jede Lösung der stationären Schrödingergleichung des quantenmechanischen harmonischen Oszillators nach den Zuständen (2.12) entwickeln; eine Eigenschaft, die auf die Linearität der Schrödingergleichung zurückzuführen ist.

### 2.1.3. Die Heisenberg'sche Unschärferelation

Eines der fundamentalen Prinzipien der Quantenmechanik stellt die von W. HEISENBERG abgeleitete sogenannte *Unschärferelation* dar, die gewisse Einschränkungen in der simultanen Messbarkeit zweier nichtkommutierender quantenmechanischer Observablen aufzeigt. Eine allgemeine Formulierung lautet

$$\Delta \hat{A} \Delta \hat{B} \geq \frac{1}{2} | [\hat{A}, \hat{B}] | \quad , \quad (2.14)$$

unter Verwendung des quantenmechanischen *Kommutators*

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \quad (2.15)$$

sowie der *Standardabweichung* einer quantenmechanischen Observablen,

$$\Delta\hat{A} = \sqrt{\langle\hat{A}^2\rangle - \langle\hat{A}\rangle^2}. \quad (2.16)$$

So wie sich für das freie Teilchen zwanglos die Unschärfebeziehung bezüglich Ort und Impuls aufstellen lässt,

$$\Delta\hat{q}\Delta\hat{p} \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (2.17)$$

gelingt dies auch für kompliziertere Systeme, wie z.B. den harmonischen Oszillator, was an späterer Stelle geschehen soll.

#### 2.1.4. Quadraturoperatoren

Erzeuger und Vernichter sind nicht hermitesch und insofern auch keine quantenmechanischen Repräsentanten experimentell messbarer Größen. Durch eine Rückkehr zur Orts- und Impulsdarstellung des harmonischen Oszillators gewinnt man die experimentell zugänglichen *Amplituden-* und *Phasenquadraturoperatoren*:

$$\begin{aligned} \hat{X}^+ &= \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \cdot \hat{q}, \\ \hat{X}^- &= \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) = \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \cdot \hat{p}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Der Hamiltonoperator des harmonischen Oszillators erhält damit die Form:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left( \hat{n} + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega \left\{ \left( \hat{X}^+ \right)^2 + \left( \hat{X}^- \right)^2 \right\}. \quad (2.19)$$

Der enge Zusammenhang zwischen kontinuierlichen Quadraturoperatoren und dem diskreten Anzahloperator wird deutlich – Wellen- und Teilchennatur des Lichts sind untrennbar miteinander verbunden.

Für den Kommutator der Quadraturoperatoren ergibt sich

$$[\hat{X}^+, \hat{X}^-] = \frac{i}{2} \quad (2.20)$$

und für die Unschärfebeziehung

$$(\Delta\hat{X}^+)^2(\Delta\hat{X}^-)^2 \geq \frac{1}{16}. \quad (2.21)$$

Eine simultane Messung beider Quadraturen kann nicht mit beliebiger Genauigkeit erfolgen. Zustände, für die in Gleichung (2.21) das Gleichheitszeichen gilt, bezeichnet man auch als *Zustände minimaler Unschärfe*.

## Vakuumpzustände

Der Vakuumpzustand soll auf die Eigenschaft minimaler Unschärfe untersucht werden. Da für die Besetzungszahl  $\hat{n}|0\rangle = 0$  gilt, geht man beim Vakuum von einem mit null Photonen besetzten Zustand aus. Um diese (triviale) Vermutung zu bestätigen, soll der entsprechende Erwartungswert ermittelt werden. Für eine beliebige Quadratur

$$\hat{X}^\theta = \hat{a}e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{i\theta} = \hat{X}^+ \cos(\theta) + \hat{X}^- \sin(\theta) \quad (2.22)$$

folgt für den Erwartungswert

$$\langle 0|\hat{X}^\theta|0\rangle = \langle 0|\hat{a}e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{i\theta}|0\rangle = 0. \quad (2.23)$$

Dies deckt sich mit dem erwarteten Resultat. Aus der verschwindenden Besetzungszahl könnte man ein verschwindendes Rauschen folgern. Für die Varianz folgt jedoch

$$\langle (\Delta\hat{X}^\theta)^2 \rangle_{\text{Vak}} = \langle (\Delta\hat{X}^+)^2 \rangle_{\text{Vak}} = \langle (\Delta\hat{X}^-)^2 \rangle_{\text{Vak}} = \frac{1}{4}. \quad (2.24)$$

Die (naive) Annahme verschwindenden Rauschens wird durch diese Rechnung widerlegt. Es ist demnach möglich, ein von null abweichendes Messergebnis zu erhalten, obwohl kein Quant in der untersuchten Mode des elektromagnetischen Feldes vorhanden ist. In der Konsequenz bedeutet dies, dass selbst das Vakuum ein der Heisenbergschen Unschärfere-lation unterliegender, verrauschter Zustand ist. Da die Varianzen beider Quadraturen des Vakuumpzustands den Wert 1/4 annehmen, handelt es sich um einen Zustand minimaler Unschärfe.

An offenen Ports optischer Komponenten kann das Vakuum einkoppeln und so (zusätzliches) Rauschen in ein Experiment einbringen. Viele optische Experimente sind durch das Vakuump rauschen limitiert.

### 2.1.5. Kohärente Zustände

Die Tatsache, dass die Anzahlzustände  $|n\rangle$  in Gleichung (2.12) keine wohldefinierte Phase besitzen und der Erwartungswert des elektromagnetischen Feldes für diese Zustände verschwindet [21], macht sie relativ ungeeignet zur Beschreibung von Laserstrahlung. Abhilfe schaffen hier die *kohärenten Zustände*. Der unitäre Translationsoperator

$$D(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}} \quad (2.25)$$

erzeugt einen solchen kohärenten Zustand  $|\alpha\rangle$  durch eine Verschiebung des Vakuumpzustandes innerhalb des Phasenraums,

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= D(\alpha)|0\rangle \\ &= e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}|0\rangle \\ &= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Den Betrag  $\alpha$  der Translation bezeichnet man als die *kohärente Amplitude* des resultierenden Zustands. Es ist leicht nachzuprüfen, dass kohärente Zustände Eigenzustände des Vernichters zum Eigenwert  $\alpha$  sind,

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (2.27)$$

Weiterhin erfüllen sie die (komplexe) Vollständigkeitsrelation

$$\int \frac{d^2\alpha}{\pi} |\alpha\rangle\langle\alpha| = 1, \quad (2.28)$$

sind aber nicht paarweise orthogonal:

$$|\langle\alpha|\beta\rangle|^2 = e^{-|\alpha-\beta|^2} \neq \delta(\alpha-\beta). \quad (2.29)$$

Für große  $|a-b|^2$  geht der Wert des Skalarprodukts jedoch gegen null, weswegen die korrespondierenden Zustände näherungsweise als orthogonal angesehen werden können.

Anders als bei den Anzahlzuständen verschwindet für kohärente Zustände der Erwartungswert des elektrischen Feldoperators nicht, sondern nimmt eine Gestalt entsprechend der klassischen Beschreibung an:

$$\langle\alpha|\hat{E}_x(\vec{r}, t)|\alpha\rangle = 2|\alpha|\sqrt{\left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}\right)} \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \theta). \quad (2.30)$$

Die Eigenschaft des zugrundeliegenden Vakuumzustandes, einen Zustand minimaler Unschärfe zu repräsentieren, bleibt auch nach der Verschiebung erhalten:

$$\langle(\Delta\hat{X}^+)^2\rangle_\alpha = \frac{1}{4} = \langle(\Delta\hat{X}^-)^2\rangle_\alpha. \quad (2.31)$$

Die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung der Photonenzahl eines Feldes gerade  $n$  Photonen zu detektieren, folgt einer Poissonverteilung

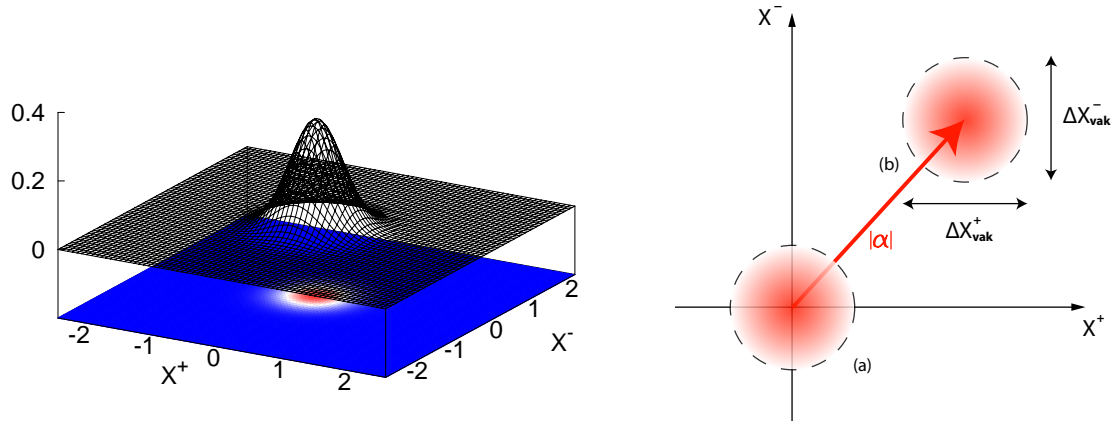
$$\begin{aligned} P_n(|\alpha\rangle) &= |\langle n|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \\ &= e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!} \end{aligned} \quad (2.32)$$

um den Mittelwert  $\bar{n}$ , wobei  $|\alpha|^2 = \bar{n}$  ausgenutzt worden ist. Das Verhältnis der Photonenzahlschwankung zur mittleren Photonenzahl nimmt mit steigendem  $\bar{n}$  ab,

$$\frac{\Delta n}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}. \quad (2.33)$$

Zu guter Letzt soll die Phasenverteilung kohärenter Zustände untersucht werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Phase  $\varphi$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\varphi, |\alpha\rangle) &= \frac{1}{2\pi} |\langle\varphi|\alpha\rangle|^2 \\ &\approx \sqrt{\left(\frac{2|\alpha|^2}{\pi}\right)} e^{-2|\alpha|^2(\varphi-\theta)^2} \end{aligned} \quad (2.34)$$



**Abbildung 2.1.:** Wignerfunktion des Vakuumzustands und ihre Projektion im Quadraturphasenraum (links) und Phasordarstellung des Vakuums und eines kohärenten Zustands (rechts). Das Vakuumrauschen (a) unterscheidet sich nicht vom Rauschen des kohärenten Zustands (b) mit der kohärenten Amplitude  $\alpha$ . Die Anwendung des Translationsoperators auf den Vakuumzustand hat keinen Einfluß auf das Rauschen.

nähert sich für große  $|\alpha|^2 = \bar{n}$  einer Gaußverteilung an. Weiterhin nimmt die Breite der Verteilung für wachsendes  $\bar{n}$  ab, sodass im Grenzfall großer Photonenzahlen  $\mathcal{P}(\varphi, |\alpha\rangle) \approx \delta(\varphi - \theta)$  gilt, was der klassischen Situation einer wohldefinierten Phase gleichkommt. Die große Ähnlichkeit der Eigenschaften kohärenter Zustände mit der klassischen elektromagnetischen Beschreibung von Lichtfeldern ist unübersehbar. Demnach stellen sie das geeignete quantenmechanische Werkzeug zu konsistenten Beschreibung von Laserstrahlung dar.

### 2.1.6. Phasordiagramme

Phasordiagramme spielen sowohl für die klassische, als auch für die quantenmechanische Beschreibung von Lichtfeldern eine Rolle. Das Konzept der *Phasoren* („Zeiger“) beruht auf der sogenannten *Polardarstellung* einer komplexen Zahl  $z = re^{i\phi}$  mit  $z \in \mathbb{C}$  in Form eines Vektors in der komplexen Ebene.

Ursprünglich dienten Phasordiagramme zur Veranschaulichung elektromagnetischer Vorgänge wie z.B. der Interferenz im Rahmen einer klassischen Beschreibung. In den achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts ist dieses Darstellungskonzept von CAVES zur qualitativen Analyse von Lichtfeldern im quantenmechanischen Kontext übernommen und zur Beschreibung von Modulationsfeldern erweitert worden [22].

Bei diesen „quantenmechanischen“ Phasoren handelt es sich um Vektoren aus dem sogenannten Phasenraum, der von den Quadraturamplituden  $\hat{X}^+$  und  $\hat{X}^-$  aufgespannt wird. Ein kohärenter Zustand  $|\alpha\rangle$  wird im Phasordiagramm als Ursprungsvektor mit den Komponenten  $(\hat{X}_\alpha^+, \hat{X}_\alpha^-)$  dargestellt, dessen Betrag der kohärenten Anregung  $\alpha$  entspricht und auf dessen Spitze ein *Rauschkreis* mit dem Durchmesser  $d = \Delta \hat{X}^+$  aufsitzt. Dieser Rauschkreis repräsentiert das Vakuumrauschen und damit den Einfluss von Quantenrauschen

auf eine Messung. Eine experimentelle Messung kann nicht präziser sein als durch den Rauschkreis vorgegeben. Die zugrundeliegenden Zustände zweier Phasoren, deren Rauschkreise sich überschneiden, sind ununterscheidbar.

Der eleganteste Zugang zum Phasorenbild führt über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Quadraturamplituden. Die *Wignerfunktion* stellt eine solche (quasi-) Wahrscheinlichkeitsverteilung dar. Sie besitzt für Vakuumzustände und kohärente Zustände eine „gaußförmige“ Charakteristik. Die Projektion ihrer Kontur bei halber Höhe liefert gerade die Begrenzung des Rauschkreises im Phasordiagramm. Eine eingehendere Behandlung der Wignerfunktion soll an dieser Stelle nicht erfolgen, dafür sei auf die Literatur verwiesen [21]. In Abbildung 2.1 ist der Zusammenhang zwischen der Wignerfunktion und dem Phasorenbild grafisch dargestellt.

## 2.2. Gequetschte Zustände des Lichts

Die Definition gequetschter Zustände erfolgt über das ihnen charakteristische Rauschen in Amplituden- und Phasenquadratur. Ein Zustand heißt gequetscht, wenn für eine beliebige Quadratur  $\hat{X}^\theta$  (vgl. Gl. 2.22)

$$\langle (\Delta \hat{X}^\theta)^2 \rangle < \frac{1}{4} \quad (2.35)$$

gilt. Der gequetschte Zustand ist in einer Quadratur demnach *weniger* verrauscht, als der Vakuumzustand (vgl. Gl. (2.24)). Deswegen spricht man auch von *gequetschtem Rauschen*. Da auch hier die Unschärferelation, Gleichung (2.21), erfüllt sein muß, nimmt das Rauschen in der orthogonalen, ungequetschten Quadratur  $X^{\theta+\pi/2}$  zu. Analog zum Begriff des Squeezings der einen Quadratur bezeichnet man den Vorgang in der orthogonalen Quadratur als *Antisqueezing*.

### 2.2.1. Erzeugung gequetschter Zustände

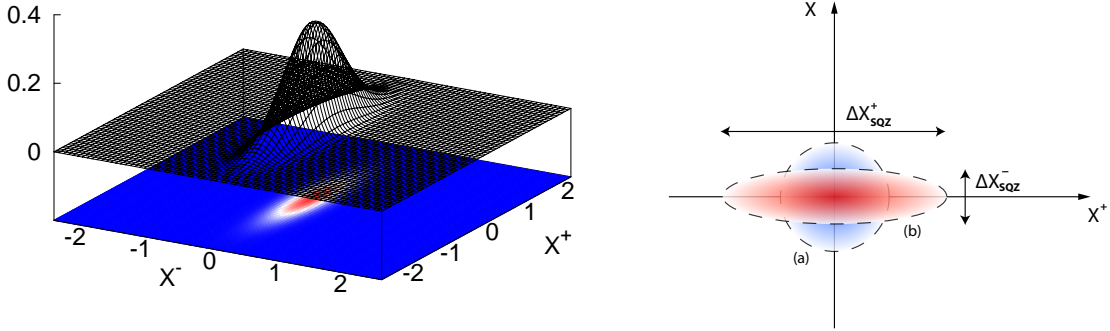
Eine Möglichkeit gequetschte Zustände mathematisch zu erzeugen stellt der *Squeezingoperator*

$$\hat{S}(\xi) = \exp \left[ \frac{1}{2} \left( \xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2} \right) \right] \quad (2.36)$$

dar [21]. Dabei ist  $\xi = r e^{i\vartheta}$  eine komplexe Zahl mit dem *Squeezingparameter*  $r$  und es gilt  $0 \leq r < \infty$  und  $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$ . Die Ähnlichkeit mit dem Verschiebeoperator in Gleichung (2.25) ist evident. Das Vorkommen der Operatoren  $\hat{a}^\dagger$  und  $\hat{a}$  in zweiter Potenz im Squeezingoperator weist auf eine paarweise Erzeugung und Vernichtung von Photonen, also auf das Vorliegen eines „zwei-Photonen Prozesses“ hin.

Aus der Anwendung des Squeezingoperators auf den Vakuumzustand

$$|\xi\rangle = \hat{S}(\xi)|0\rangle \quad (2.37)$$



**Abbildung 2.2.:** Wignerfunktion und deren Projektion im Quadraturphasenraum (links) und Phasordarstellung eines bezüglich der Phasenquadratur gequetschten Vakuumzustands (rechts). Der zur Rauschellipse (b) gehörige Zustand weist in der Phasenquadratur geringeres Rauschen als das Vakuum (a) auf und ist demnach gequetscht.

resultiert ein *gequetschter Vakuumzustand*. Eine Auswertung der quadratischen Schwankung von Amplituden- und Phasenquadrator liefert

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \hat{X}^+)^2 \rangle &= \frac{1}{4} e^{-2r}, \\ \langle (\Delta \hat{X}^-)^2 \rangle &= \frac{1}{4} e^{2r} \end{aligned} \quad (2.38)$$

und damit Squeezing in der Amplitudenquadratur. Die Wahl  $\vartheta = \pi$  kehrt die Situation um und führt zu Squeezing in der Phasenquadratur. Anders als beim Vakuum stellen gequetschte Zustände nicht *zwangsläufig* Zustände minimaler Unschärfe dar.

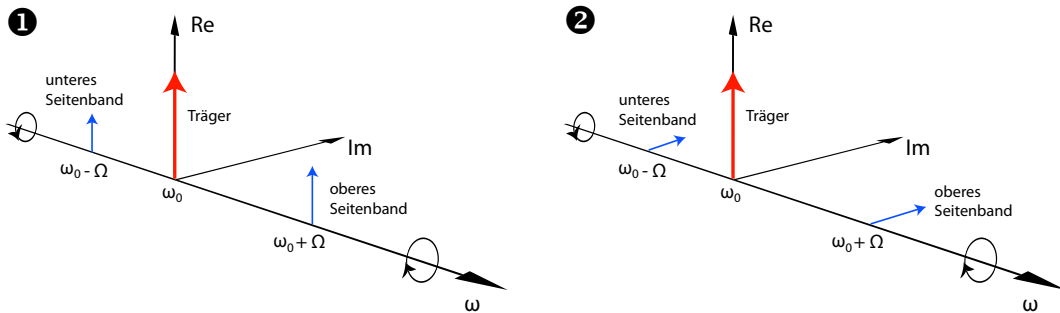
Eine weitere bemerkenswerte Eigenschaft gequetschter Vakuumzustände offenbart sich bei der Berechnung der Photonenzahl. Es gilt

$$\langle \xi(r, \vartheta) | \hat{n} | \xi(r, \vartheta) \rangle \propto \sinh^2 r \quad (2.39)$$

Anders als der Vakuumzustand ist das gequetschte Vakuum mit Photonen besetzt, deren Anzahl mit zunehmendem Quetschgrad, ausgedrückt durch den Squeezingparameter  $r$ , steigt.

### 2.2.2. Phasordarstellung gequetschter Zustände

Das im Rahmen der kohärenten Zustände vorgestellte Konzept des Phasorenbildes kann zwanglos auf gequetschte Zustände übertragen werden. Wieder erhält man den Umriss der Rauschcharakteristik im Quadraturphasenraum durch Projektion der zum untersuchten Zustand gehörigen Wignerfunktion bei halber Höhe in die  $\hat{X}^+ - \hat{X}^-$  Ebene. Anders als beim Vakuumzustand ist die Wignerfunktion eines gequetschten Zustands nicht kreissymmetrisch, sondern ist bezüglich ihrer Hauptachsen gestaucht, bzw. gestreckt. Dementsprechend ist die Projektion in die Ebene nicht mehr kreisförmig, sondern elliptisch. Die Länge der kleinen Halbachse entspricht gerade dem Rauschen in der gequetschten Quadratur, die der großen Halbachse dem Rauschen der antigequetschten Quadratur. Abbildung 2.2 zeigt den Übergang vom Vakuum zum gequetschten Vakuum im Phasorenbild.



**Abbildung 2.3.:** *Klassische Amplituden- und Phasenmodulation im Seitenbandbild. Abbildung 1* gibt die Situation bei einer Amplitudenmodulation mit der Seitenbandfrequenz  $\Omega$  wieder. Die beiden entgegengesetzt rotierenden Seitenbandphasoren fallen in der reellen Ebene zusammen, bei Interferenz mit dem Träger ändert sich dieser bezüglich seines Betrags. *Abbildung 2* zeigt die Verhältnisse bei einer klassischen Phasenmodulation derselben Frequenz. Die Seitenbandphasoren fallen in der imaginären Ebene zusammen, der Trägerphasor erfährt bei Interferenz eine Richtungsänderung.

## 2.3. Das Seitenbandbild

Das *Seitenbandbild* spielt aufbauend auf dem in Abschnitt 2.1.6 vorgestellten Phasorenbild eine wichtige Rolle zur Veranschaulichung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Vorgänge, insbesondere der Modulation elektromagnetischer Felder. Neben der klassischen Variante existiert eine quantenmechanische Erweiterung des Seitenbandbegriffs, der zur Analyse gequetschter Felder dient und von dem ausgiebig an späterer Stelle in Abschnitt 5.5 Gebrauch gemacht wird.

### 2.3.1. Klassische Felder und Modulation

Die Darstellung im Seitenbandbild erfolgt üblicherweise relativ zu einem ausgezeichneten Feld, dem „Träger“, der Frequenz  $\omega_0$ . Bedient man sich des Phasorenbildes, kann dieses Trägerfeld als komplexer Phasor über einer Frequenzachse dargestellt werden, um die er mit der Frequenz  $\omega_0$  rotiert. Neben dieser Frequenzachse wird der klassische „Seitenbandraum“ noch von einer Achse für den Realteil und einer für den Imaginärteil der auftretenden Phasoren aufgespannt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit begibt man sich in ein bei der Frequenz  $\omega_0$  mitrotierendes Koordinatensystem (engl. „rotating frame“), in dem der Trägerphasor ruht und sich an der Position  $\omega = 0$  befindet. Betrachtet man nun der Fall der Modulation bei der Frequenz  $\Omega$ , so werden durch diese *Seitenbänder* bei den Frequenzen  $\omega = \omega_0 \pm n\Omega = \pm n\Omega$  oberhalb und unterhalb des Trägers erzeugt. Man unterscheidet je nach Vorzeichen zwischen *oberem* und *unterem* Seitenband.

Die Modulation von Lichtfeldern hat in den durchgeführten Experimenten einen großen Stellenwert. Als Beispiele seien die Eigenschaft eines Michelson-Interferometers, Phasenmodulation in Amplitudenmodulation zu konvertieren oder die Modulation des Lichtfeldes mithilfe eines EOMs zur Gewinnung von Fehlersignalen zu regelungstechnischen



Zwecken genannt. Prinzipiell können alle Eigenschaften eines Lichtfeldes moduliert werden. Eine beliebige sinusförmige Modulation der Amplitude oder der Phase erzeugt neue Feldkomponenten, die gegenüber dem Trägerfeld frequenzverschoben sind. Ein Teil der Trägerleistung geht bei der Modulation in die erzeugten *Seitenbänder* über. Je nach Modulationsart und -stärke variieren diese Seitenbänder in relativer Amplitude und Phase. Dies ist in Abbildung 2.3 anschaulich dargestellt.

### Phasenmodulation

Bei der Phasenmodulation kann eine große Anzahl Seitenbänder erzeugt werden. Die Anzahl der Seitenbänder mit erwähnenswerter Leistung hängt vom *Modulationsindex*  $m$  ab. Ausgehend von einem Feld

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_0 t} \quad (2.40)$$

kann eine sinusförmige Phasenmodulation des Feldes in der Form

$$E = E_0 e^{i(\omega_0 t + m \cos(\omega_m t))} \quad (2.41)$$

beschrieben werden. Mithilfe der *Besselfunktionen*  $J_k(m)$  kann die Gleichung folgendermaßen umformuliert werden:

$$E = E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k J_k(m) e^{ik\omega_m t} . \quad (2.42)$$

Das Feld für  $k = 0$  oszilliert mit der Frequenz des Eingangsfeldes  $\omega_0$  und repräsentiert den Träger. Die Seitenbänder können in *untere* für  $k < 0$  und *obere* für  $k > 0$  unterteilt werden. Zu den Seitenbändern gehören um  $k_m \omega_m$  frequenzverschobene Lichtfelder. Zu gleichen absoluten Werten von  $k$  gehören *Paare von Seitenbändern der Ordnung*  $k$ . Ein Merkmal von Gleichung (2.42) ist das Auftreten einer unendlichen Anzahl von Seitenbändern. Da die Besselfunktionen für große  $k$  sehr kleine Werte annehmen, kann im Grenzfall kleiner Modulationsindizes ( $m \ll 1$ ) die Näherung

$$J_k(m) = \frac{1}{k!} \left(\frac{m}{2}\right)^k + O(m^{k+2}) \quad (2.43)$$

vorgenommen werden. Für ( $m \ll 1$ ) gilt für das phasenmodulierte Feld

$$E = E_0 e^{i\omega_0 t} \cdot (J_0(m) - iJ_{-1}(m)e^{-i\omega_m t} + iJ_1(m)e^{i\omega_m t}) . \quad (2.44)$$

Zusammen mit der Eigenschaft der Besselfunktionen, dass

$$J_{-k}(m) = (-1)^k J_k(m) \quad (2.45)$$

gilt, erhält man

$$E = E_0 e^{i\omega_0 t} \left(1 + i\frac{m}{2} (e^{-i\omega_m t} + e^{i\omega_m t})\right) \quad (2.46)$$

als Näherung erster Ordnung in  $m$ .

## Amplitudenmodulation

Im Gegensatz zur Phasenmodulation werden bei der (sinusförmigen-) Amplitudenmodulation immer exakt zwei Seitenbänder erzeugt. Weiterhin existiert ein natürliches Maximum für den Modulationsindex: es gilt  $m = 1$  genau dann, wenn die Amplitude zwischen null und der doppelten Amplitude des unmodulierten Feldes schwankt.

Für den Fall passiver Amplitudenmodulation, wie sie z.B. beim Einsatz von elektrooptischen Modulatoren erfolgt, gilt

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{i\omega_0 t} \left( 1 - \frac{m}{2} (1 - \cos(\omega_m t)) \right) \\ &= E_0 e^{i\omega_0 t} \left( 1 - \frac{m}{2} + \frac{m}{4} e^{i\omega_m t} + \frac{m}{4} e^{-i\omega_m t} \right). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Eine Amplitudenmodulation äußert sich unmittelbar bei der Detektion des modulierten Lichtfeldes. Durch Interferenz der Modulationsseitenbänder mit dem Träger wird sie in Form einer *Schwebung* sichtbar.

### 2.3.2. Quantenmechanische Erweiterung

Das quantenmechanische Seitenbandbild ist eine konsequente Erweiterung der klassischen Variante. Der entsprechende „Seitenbandraum“ wird von einer Frequenzachse und je einer Achse für die Amplituden- und Phasenquadratur aufgespannt. Der Repräsentant des Trägerfeldes ist nach wie vor ein Vektor bei der Frequenz  $\omega_0$ , dessen Betrag der kohärenten Anregung  $\alpha$  entspricht. An die Stelle der klassischen Phasoren bei den jeweiligen Seitenbandfrequenzen treten die zur quantenmechanischen Beschreibung herangezogenen Phasoren mit aufsitzender Rauschellipse, die der quantenmechanischen Unschärfe Rechnung tragen. Die Orientierung dieser Seitenbandphasoren verhält sich bedingt durch den quantenmechanischen Charakter völlig indeterministisch.

Bei gequetschten Zuständen hingegen bleibt die relative Orientierung zweier Phasoren eines Seitenbandpaares erhalten. Man sagt auch, Squeezing bewirke eine *quantenmechanische Korrelation* von Seitenbändern.

Die gequetschte Quadratur hängt davon ab, in welcher Richtung die beiden Phasoren eines Seitenbandpaares zusammenfallen bzw. sich zu null summieren. Die Länge der korrelierten Seitenbandpaare entspricht der Stärke des Squeezings. Diese Aussage befindet sich in Einklang mit Gleichung (2.39), aus der hervorgeht, dass beim Quetschen im gequetschten Zustand Photonen „deponiert“ werden. Der Stärke der Korrelation sind – zumindest in der Praxis – Grenzen gesetzt; dies wird durch eine den Seitenbandphasoren aufsitzende Rauschellipse gekennzeichnet, die als eine Art „unkorrelierter Anteil“ zu verstehen ist.

Ein ausführliche Diskussion des quantenmechanischen Seitenbandbildes findet sich in [10].

Für die vorliegende Arbeit sind verschiedene grundlegende Konzepte der Optik zum Einsatz gekommen und finden sich in unterschiedlicher Ausprägung im experimentellen Aufbau wieder. Das Spektrum reicht von den vielseitig einsetzbaren optischen Resonatoren über die elektronische Stabilisierung experimenteller Freiheitsgrade bis zur homodynen Detektion von gequetschten Zuständen. Die wichtigsten dieser experimentellen Methoden sollen hier vorgestellt werden.

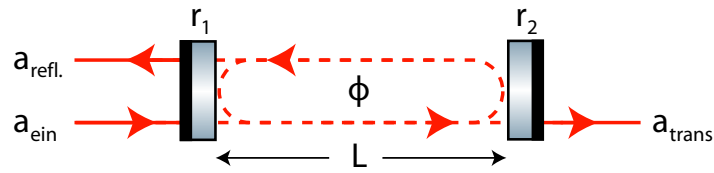
### 3.1. Optische Resonatoren

Der Einsatzbereich optischer Resonatoren ist breit gefächert. Er reicht von der Frequenzreferenz zur Laserstabilisierung über den Modenfilter bis zum nichtlinearen Resonator zur Erzeugung höherer Harmonischer oder nichtklassischen Lichts. Trotz ihrer wenigen Bestandteile besitzen optische Resonatoren bereits in ihren einfachsten Ausführungen bemerkenswerte Eigenschaften. Diese sollen im folgenden Abschnitt diskutiert werden.

#### 3.1.1. Matrixformalismus

Gewöhnlich besteht ein optischer Resonator aus einer Reihe teilweise transmittierender Spiegel in einer Anordnung, die dem eingekoppelten Laserlicht eine Vielzahl von Umläufen ermöglicht. Der einfallende Lichtstrahl wird im stabilen Resonatorbetrieb bei jedem Resonatorumlauf in sich selbst reflektiert. Man unterscheidet zwischen *linearen Resonatoren*, bei denen die Spiegel entlang einer Achse angeordnet sind und sich eine stehende Welle ausbildet und sogenannten *Ringresonatoren*, bei denen das Licht einen definierten Umlaufsinn besitzt.

Zur Analyse des frequenzabhängigen Verhaltens optischer Resonatoren soll von lediglich einer einzigen resonanten räumlichen Mode des Lichts ausgegangen werden. Die Krümmungsradien der zugrundeliegenden Resonatorspiegel sollen einen stabilen Betrieb gewährleisten, die Modenanpassung (vgl. Abschnitt 3.1.4) sei perfekt realisiert. Unter diesen



**Abbildung 3.1.:** Schematische Zeichnung eines Fabry-Pérot-Resonators. Gebildet wird der Resonator der Länge  $L$  aus zwei Spiegeln mit Amplitudenreflektivitäten  $r_1$ , bzw.  $r_2$ . Die Verstimmung gegenüber der Resonanz mit dem Träger des eingekoppelten Feldes wird durch  $\phi$  ausgedrückt. Der Resonator bewirkt eine Kopplung der Amplituden von einlaufendem  $a_{\text{ein}}$ , reflektiertem  $a_{\text{refl.}}$  und transmittiertem Feld  $a_{\text{trans}}$ .

Voraussetzungen hängt das Resonanzverhalten optischer Resonatoren lediglich von ihrer Länge, bzw. von der Frequenz des einfallenden Lichts ab.

Für den Fall, dass alle optischen Elemente entlang einer einzigen optischen Achse angeordnet sind, lässt sich das elektrische Feld in jedem Punkt als Überlagerung von hin- und rücklaufender elektromagnetischer Welle angeben:

$$\vec{a} := \vec{a}_1 e^{-i(kz - \omega t)} + \vec{a}_2 e^{i(kz + \omega t)}. \quad (3.1)$$

Die Amplituden beider Wellen können durch einen zweidimensionalen komplexen Vektor ausgedrückt werden. Gewöhnliche optische Komponenten bewirken eine beiderseitige Kopplung der auftretenden Felder. Eine Beschreibung durch  $2 \times 2$ -Matrizen scheint demnach angebracht.

Eine Propagation des Lichtstrahls über einen endlichen Raumbereich wird durch die Matrix [16]

$$S = \begin{pmatrix} e^{-(\gamma + ik)L} & 0 \\ 0 & e^{(\gamma + ik)L} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

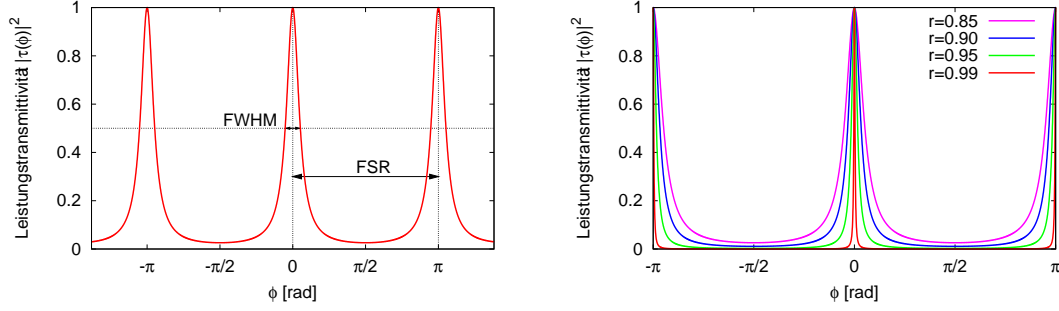
beschrieben, wobei  $L$  die Propagationslänge beschreibt und der Koeffizient  $\gamma$  die Absorption. Spiegel koppeln die Felder auf ihren beiden Seiten im Rahmen ihrer (Amplituden-) Reflektivität  $r$  und Transmittivität  $t$ . Die resultierende Matrix lautet

$$M = \frac{-1}{it} \begin{pmatrix} 1 - \mathcal{A} & -r \\ r & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Der Parameter  $\mathcal{A}$  beschreibt den Leistungsverlust pro Reflexion durch Absorption und Streuung an der optischen Komponente.

### 3.1.2. Fabry-Pérot-Resonatoren

Die einfachste Resonatorconfiguration stellt der *Fabry-Pérot-Resonator* (FPR) dar. Er besteht lediglich aus zwei Spiegeln, die entlang der optischen Achse im Abstand  $L$  zueinander aufgestellt sind (vgl. Abb. 3.1). Licht, das durch den Koppelspiegel in den Resonator eingestrahlt wird, erfährt zahlreiche Reflexionen innerhalb des Resonators. Das



**Abbildung 3.2.:** Eigenschaften des Fabry-Pérot Resonators. In der linken Abbildung werden die Definitionen der Halbwertsbreite (FWHM) und des freien Spektralbereichs (FSR) im Leistungstransmissionsspektrum  $|\tau(\phi)|^2$  eines FPR veranschaulicht. In der rechten Abbildung wird die Leistungstransmission durch einen impedanzangepassten FPR für verschiedene Spiegelreflektivitäten dargestellt. Mit steigender Amplitudenreflektivität der Resonatorspiegel nimmt die Halbwertsbreite der Resonanzkurve ab; die Finesse steigt.

resonatorinterne Feld besteht aus den Beiträgen dieser reflektierten Teilstrahlen. Das am Einkoppelspiegel reflektierte Feld entsteht durch Interferenz zwischen dem direkt reflektierten Eingangsstrahl und einem ausgekoppelten Anteil des resonatorinternen Feldes.

Mithilfe des Matrixformalismus aus dem vorherigen Abschnitt lässt sich ein Fabry-Pérot-Resonator als Matrixprodukt aus zwei Spiegelmatrizen und einer Abstandsmatrix für einen Vakuum-Zwischenraum konstruieren:

$$\begin{aligned} M_2 S M_1 &= \frac{-1}{\tau_1 \tau_2} \begin{pmatrix} 1 - \mathcal{A}_2 & -r_2 \\ r_2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-ikL} & 0 \\ 0 & e^{ikL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \mathcal{A}_1 & -r_1 \\ r_1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{-1}{\tau_1 \tau_2} \begin{pmatrix} -r_1 r_2 e^{ikL} + (1 - \mathcal{A}_1)(1 - \mathcal{A}_2)e^{-ikL} & r_2 e^{ikL} - r_1(1 - \mathcal{A}_2)e^{-ikL} \\ -r_1 e^{ikL} + r_2(1 - \mathcal{A}_1)e^{-ikL} & e^{ikL} - r_1 r_2 e^{-ikL} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Im Regelfall wird ein Laserstrahl auf einer Seite des Resonators eingekoppelt, dies führt auf die Beziehung

$$\begin{pmatrix} a_{\text{trans}} \\ 0 \end{pmatrix} = M_2 S M_1 \begin{pmatrix} a_{\text{ein}} \\ a_{\text{refl}} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

wobei  $a_{\text{trans}}$ ,  $a_{\text{ein}}$  und  $a_{\text{refl}}$  die komplexen Amplituden des transmittierten, des einfallenden, bzw. des reflektierten Strahls sind. Durch Verhältnisbildung dieser Amplituden lässt sich die Reflektivität, bzw. die Transmittivität des Resonators ermitteln:

$$\varrho_{\text{FPR}}(\phi) = \frac{a_{\text{refl}}(\phi)}{a_{\text{ein}}} = \frac{r_1 - (1 - \mathcal{A}_1)r_2 e^{-i2\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\phi}} \quad (3.6)$$

$$\tau_{\text{FPR}}(\phi) = \frac{a_{\text{trans}}(\phi)}{i a_{\text{ein}}} = \frac{i \tau_1 \tau_2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\phi}}, \quad (3.7)$$

wobei  $\phi = kL = \omega L/c$  für das „tuning“, bzw. die Verstimmung des Resonators steht, also für die mikroskopische Spiegelposition relativ zu einer Referenzposition. Interpretiert

man die komplexen Funktionen  $\varrho_{\text{FPR}}, \tau_{\text{FPR}}$  als Transferfunktionen des Resonators, so wird auch der Einfluss auf die Phase eines reflektierten, bzw. transmittierten Lichtfeldes klar. Die Phasenänderung ist durch die mathematische Operation  $\arg(\varrho)$  zugänglich und stellt in der Polarform der komplexen Zahl  $\varrho$  den Winkel in der komplexen Ebene dar. Der Phasenverlauf in Abhängigkeit verschiedener Resonatoranordnungen wird im folgenden Abschnitt näher erläutert.

Eine Reihe messbarer Größen charakterisiert optische Resonatoren. Die *Finesse*  $\mathcal{F}$  eines Resonators ist definiert als das Verhältnis zwischen *freiem Spektralbereich* FSR

$$\text{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (3.8)$$

und *Halbwertsbreite* FWHM (vgl. Abb. 3.2) und ist gegeben durch

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} = \frac{\pi}{2 \arcsin\left(\frac{1-r_1r_2}{2\sqrt{r_1r_2}}\right)} \approx \frac{\pi\sqrt{r_1r_2}}{1-r_1r_2} \approx \frac{\pi}{1-r_1r_2}. \quad (3.9)$$

Sie hängt von den Reflektivitäten der verwendeten Resonatorspiegel ab und kann als Maß für die Güte eines Resonators zur Einschätzung der Überhöhung eines eingekoppelten Lichtfeldes herangezogen werden.

Weitere charakteristische Größen sind die Zahl der *Resonatorumläufe* und die *Zerfallsrate* des Resonators. Die Umlaufzahl  $b$  gibt die effektive Anzahl von Reflexionen an, die ein Photon im Resonator erfährt, bevor es mit einer Wahrscheinlichkeit  $p_{\text{aus}} \geq 1/e$  ausgekoppelt wird. Es gilt

$$b = \frac{1}{V_{\text{ges}}}, \quad (3.10)$$

wobei  $V_{\text{ges}}$  für die gesamten Resonatorverluste steht. Für den einfachen Fabry-Pérot Resonator lassen sich die Verluste ausdrücken durch  $V_{\text{ges}} = T_1 + R_1 + T_2 + R_2 = 2 - R_1 - R_2$ . Für niedrige Verluste gilt weiterhin der Zusammenhang  $\mathcal{F} = 2\pi b$ . Für die resonante Überhöhung eines in den Resonator eingekoppelten Lichtfeldes gilt demnach  $I_{\text{int}} = bI_0$ , wobei  $I_0$  für die Intensität des einfallenden Lichts steht.

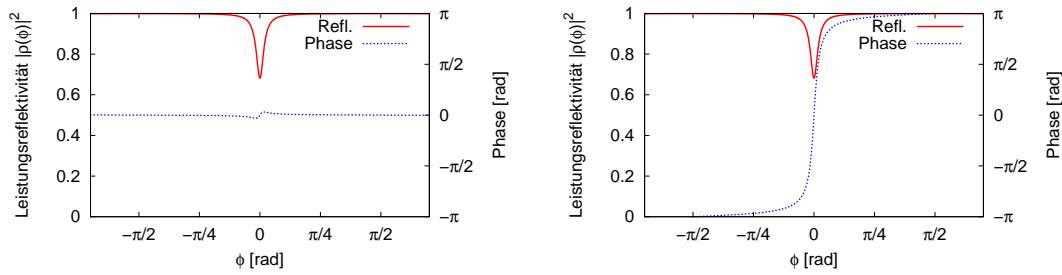
Die *Halbwertszeit* eines optischen Resonators ist gegeben durch

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\text{FSR}} = \frac{2Lb}{c}. \quad (3.11)$$

Eine bemerkenswerte Eigenschaft dieser Größe ist ihre Unabhängigkeit vom „Zustand“ des Resonators. Die Halbwertszeit eines Photons im Resonator bleibt, ob nun Resonanz herrscht oder nicht, stets dieselbe.

### 3.1.3. Impedanzangepasste, unter- und überkoppelte Resonatoren

Die bislang für den Fabry-Pérot-Resonator abgeleiteten Eigenschaften sind allgemeingültig. Zwei wichtige Spezialfälle sind der *unterkoppelte*, bzw. der *überkoppelte Resonator*. Variiert man eine der Spiegelreflektivitäten im Fabry-Pérot-Resonator bei gleichzeitig festgehaltener zweiter Reflektivität zeigt sich im verlustfreien Fall  $\mathcal{A} = 0$  maximale Transmission  $|\tau_{\text{FPR}}| = 1$  für gleiche Spiegelreflektivitäten  $r_1 = r_2$ . Die maximale Transmission



**Abbildung 3.3.:** Phasengang eines am Fabry-Pérot Resonator reflektierten Feldes bei Überstreichen der Resonanz. Die linke Abbildung gibt die Situation beim unterkoppelten Resonator, die rechte beim überkoppelten Resonator wieder. In rot dargestellt ist die Leistungsreflektivität, blau-punktiert die Phase des reflektierten Feldes. Die Finesse beträgt in beiden Fällen  $\mathcal{F} \approx 27$ .

geht einher mit einer verschwindenden Reflexion  $\varrho_{\text{FPR}} = 0$  am Fabry-Pérot-Resonator. Diese Situation bezeichnet man als den *impedanzangepassten* Fall. Für den realistischeren Fall nichtverschwindender Verluste  $\mathcal{A} \neq 0$  sind die Reflektivitäten entsprechend

$$r_1 = (1 - \mathcal{A})r_2 \quad (3.12)$$

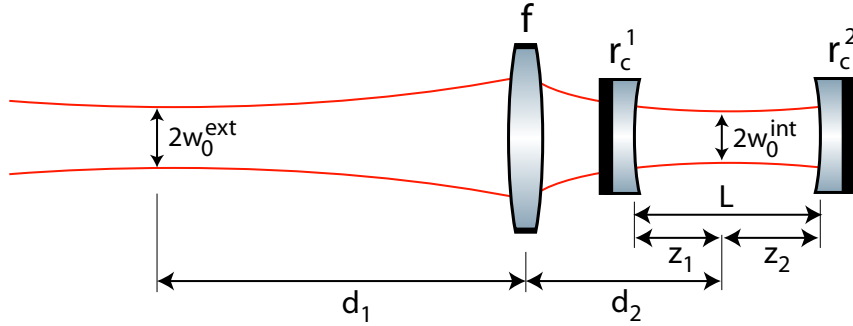
zu wählen, um eine Impedanzanpassung zu gewährleisten. Eine Erhöhung oder Verringerung der Reflektivität eines der Spiegel führt nun zu einer nichtverschwindenden Reflexion am Resonator. Für den Fall  $r_1 > (1 - \mathcal{A})r_2$  spricht man vom unterkoppelten, für  $r_1 < (1 - \mathcal{A})r_2$  vom überkoppelten Resonator. Die Reflektivität des FPR lässt sich in der Form

$$\varrho_{\text{FPR}} = \frac{r_1 - (1 - \mathcal{A})r_2 e^{-i2\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\phi}} = r_1 + r_2 \frac{(it_1)^2 e^{-i2\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\phi}} \quad (3.13)$$

schreiben. Der erste Term liefert den direkt am Einkoppelspiegel reflektierten Anteil und ist unabhängig vom „tuning“ des Resonators. Der zweite Term beschreibt den Anteil des Feldes, der durch den Koppelspiegel aus dem Resonator entweicht; Amplitude und auch die Phase hängen offensichtlich vom Verstimmungszustand des Resonators ab.

Interpretiert man Gleichung (3.13) im Phasorenbild (vgl. Abschnitt 2.1.6), so wird der erste Term durch einen konstanten Phasor dargestellt, der zweite Term durch einen in Abhängigkeit von  $\phi$  in Betrag und Richtung variierenden Phasor. Beim unterkoppelten Resonator ist der variable Phasor immer kürzer als der konstante, die vektorielle Summe wird immer in der rechten komplexen Halbebene verbleiben. Die Phase, der Winkel zwischen dem Summenvektor und der reellen Achse wird sich bei Überstreichen einer Resonanz lediglich geringfügig ändern. Beim überkoppelten Resonator ist im Resonanzfall der variable Phasor länger als der konstante, der Summenvektor verläuft bis in die negative komplexe Halbebene, die Phase erfährt eine Verschiebung um  $2\pi$  bei Überstreichen der Resonanz. Abbildung 3.3 zeigt das Resonanzverhalten dieser beiden Konfigurationen im direkten Vergleich.

Im dieser Arbeit zugrundeliegenden Experiment finden sich beide Typen von Resonatoren



**Abbildung 3.4.:** Modenanpassung an einen Fabry-Pérot Resonator. Die externe Strahlmitte mit Radius  $w_0^{\text{ext}}$  soll dazu mithilfe einer Linse auf die durch die Resonatorgeometrie festgelegte interne Strahlmitte  $w_0^{\text{int}}$  abgebildet werden.

wieder. Das Verhalten der Phase bei Reflexion von gequetschtem Licht an verstimmt Resonatoren hat maßgeblichen Einfluß auf die Rotation der Rauschellipse gequetschter Zustände (vgl. Abschnitt 2.2).

### 3.1.4. Modenanpassung

Jedesmal, wenn ein Laserstrahl mit gegebenen Strahlparametern in einen optischen Resonator eingekoppelt wird, stellt sich die Frage der Modenanpassung an die Eigenmoden des Resonators. Die Resonatorgeometrie erfordert im Regelfall eine Präparation des einzukoppelnden Strahls, die z.B. mithilfe von Linsen realisiert werden kann. Diese Ausgangssituation ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

Ein wichtiges Kriterium zum stabilen Resonatorbetrieb ist die *Selbstkonsistenz* der zu präparierenden Resonatormode. Bei jedem Resonatorumlauf muss die umlaufende Welle in sich selbst reflektiert werden. Für einen Gaußstrahl (vgl. Anhang F) ist diese Bedingung erfüllt, wenn die Wellenfrontkrümmung am Ort der Resonatorspiegeloberflächen gerade mit deren Krümmung übereinstimmt. Für einen Resonator mit den Spiegelkrümmungen  $r_c^1$  und  $r_c^2$  muss

$$\begin{aligned} r_c^1 &= R_c^1 = z_1 \left( 1 + \frac{z_R^2}{z_1^2} \right), \\ r_c^2 &= R_c^2 = z_2 \left( 1 + \frac{z_R^2}{z_2^2} \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

gelten. Die Radien  $R_c^1, R_c^2$  repräsentieren die Krümmung des Gaußstrahls,  $z_1$  und  $z_2$  sind die Abstände der Resonatorspiegel von der Strahlmitte und  $z_R$  ist die Rayleighlänge.

Fasst man die Abstände von der Strahlmitte zur Resonatorlänge zusammen,  $z_1 + z_2 = L$ , führt dies auf die Gleichung

$$z_1 = \frac{L(r_c^2 - L)}{r_c^1 + r_c^2 - 2L}, \quad (3.15)$$



aus der sich wiederum eine Gleichung für die Rayleighlänge

$$z_R^2 = L \frac{(L - r_c^1)(L - R_c^2)(r_c^1 + r_c^2 - L)}{(2L - R_c^1 - R_c^2)^2} \quad (3.16)$$

ergibt. Die Gleichungen besitzen reelle Lösungen für den Fall, dass der Zähler positiv ist, wenn also

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{r_c^1}\right) \left(1 - \frac{L}{r_c^2}\right) \leq 1 \quad (3.17)$$

gilt. Dieser Zusammenhang ist als das *Stabilitätskriterium* optischer Resonatoren bekannt [23]. In der Praxis erfolgt die Realisierung gleicher Krümmungsradien am Ort der Resonatorspiegel durch Abbildung der Taille des einzukoppelnden Strahls auf die durch die Resonatorgeometrie vorgegebene resonatorinterne Strahltaile. Dazu ist in aller Regel zumindest eine Linse notwendig.

Die Strahlparameter  $q_1$  und  $q_2$  der beiden Strahltaillen  $w_0^{\text{ext}}$  und  $w_0^{\text{int}}$  sind rein imaginär [24]:

$$\begin{aligned} q_1 &= i \frac{\pi (w_0^{\text{ext}})^2}{\lambda}, \\ q_2 &= i \frac{\pi (w_0^{\text{int}})^2}{\lambda}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Nutzt man zur Transformation dieses Ausdrucks das ABCD-Gesetz für eine Linsenabbildung (vgl. Anhang F), so erhält man

$$\frac{d_1 - f}{d_2 - f} = \frac{(w_0^{\text{ext}})^2}{(w_0^{\text{int}})^2} \quad (3.19)$$

und

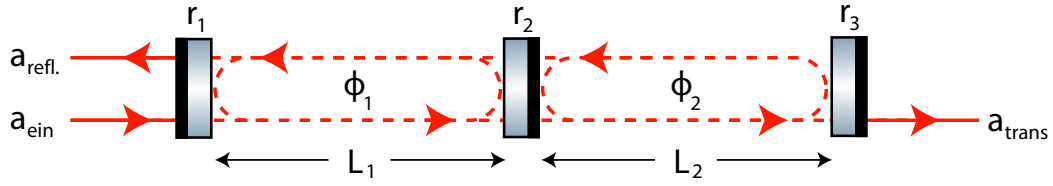
$$(d_1 - f)(d_2 - f) = f^2 - f_0^2 \quad (3.20)$$

mit  $f_0 = \pi w_0^{\text{ext}} w_0^{\text{int}} / \lambda$  für den Real- und Imaginärteil. Jede Linse mit einer Brennweite  $f > f_0$  ist für die Abbildung geeignet. Die zur Positionierung der Linse benötigten Abstände  $d_1$  und  $d_2$  erhält man aus der Kombination der Gleichungen (3.19) und (3.20):

$$\begin{aligned} d_1 &= f \pm \frac{w_0^{\text{ext}}}{w_0^{\text{int}}} \sqrt{f^2 - f_0^2}, \\ d_2 &= f \pm \frac{w_0^{\text{int}}}{w_0^{\text{ext}}} \sqrt{f^2 - f_0^2}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Aufgrund experimenteller Randbedingungen kommt man in der Praxis in den seltensten Fällen mit nur einer Linse aus.

Für nahezu alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Modenanpassungen ist die Software *JamMt* [25] verwendet worden, die es erlaubt, interaktiv den Einfluß verschiedenster experimenteller Parameter auf die untersuchte optische Abbildung zu verfolgen. Ein Algorithmus, der nach Eingabe aller relevanten Parameter automatisch Lösungen für ein Modenanpassungsproblem berechnet, macht das Programm zu einem wertvollen Hilfsmittel im Laboralltag.



**Abbildung 3.5.:** Schematische Zeichnung eines Dreispiegelresonators. Durch Hinzufügen eines weiteren Spiegels zur gewöhnlichen Fabry-Pérot Konfiguration nimmt die Komplexität des Systems erheblich zu. Es müssen nunmehr die „tunings“ zweier Teilresonatoren,  $\phi_1$  und  $\phi_2$ , kontrolliert werden, die zusätzlich eine gegenseitige Abhängigkeit aufweisen. Der mittlere Spiegel wirkt als koppelndes Element, die beiden Teilresonatoren können demnach eingekoppelte Lichtleistung untereinander „austauschen“.

### 3.1.5. Lineare Dreispiegelresonatoren

Analog zu den Überlegungen in Abschnitt 3.1.2 für den gewöhnlichen Fabry-Pérot Resonator können lineare Dreispiegelresonatoren auf die gleiche Weise unter Anwendung des Matrixformalismus analysiert werden (vgl. Abbildung 3.5).

Die komplexen Strahlamplituden liefern das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a_{\text{trans}} \\ 0 \end{pmatrix} = M_3 S_2 M_2 S_1 M_1 \begin{pmatrix} a_{\text{ein}} \\ a_{\text{refl}} \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

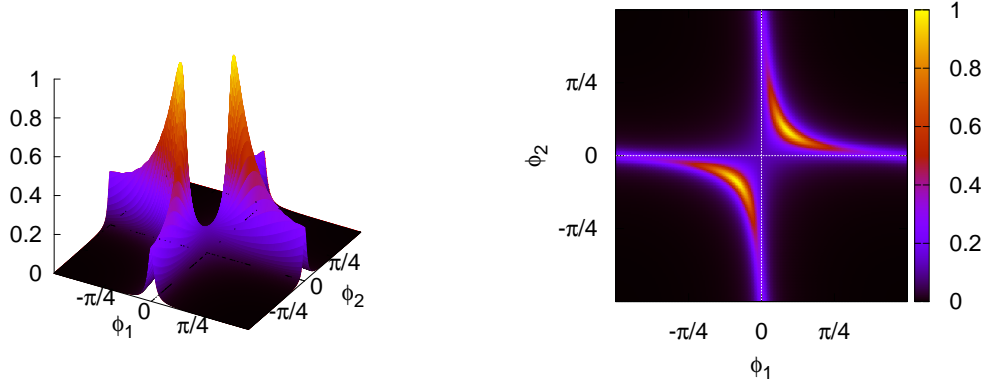
in dem die Transformationsmatrix wieder durch das Produkt der auftretenden Spiegelmatrizen  $M_i$ , sowie der Abstandsmatrizen  $S_i$  gegeben ist. Die Komponenten der Transformationsmatrix  $T = M_3 S_2 M_2 S_1 M_1$  sind gegeben durch

$$\begin{aligned} T_{11} &= -\frac{i}{\sigma} \left[ \left( \zeta_2 \zeta_3 e^{ikL_2} - r_2 r_3 e^{ikL_2} \right) \zeta_1 e^{-ikL_1} + \left( -r_2 \zeta_3 e^{-ikL_2} + r_3 e^{ikL_2} \right) r_1 e^{ikL_1} \right] \\ T_{12} &= -\frac{i}{\sigma} \left[ \left( \zeta_2 \zeta_3 e^{ikL_2} - r_2 r_3 e^{ikL_2} \right) r_1 e^{-ikL_1} - \left( -r_2 \zeta_3 e^{-ikL_2} + r_3 e^{ikL_2} \right) e^{ikL_1} \right] \\ T_{21} &= -\frac{i}{\sigma} \left[ \left( \zeta_2 r_3 e^{-ikL_2} - r_2 e^{ikL_2} \right) \zeta_1 e^{-ikL_1} + \left( -r_2 r_3 e^{-ikL_2} + e^{ikL_2} \right) r_1 e^{ikL_1} \right] \\ T_{22} &= -\frac{i}{\sigma} \left[ - \left( \zeta_2 r_3 e^{-ikL_2} - r_2 e^{ikL_2} \right) r_1 e^{-ikL_1} - \left( -r_2 r_3 e^{-ikL_2} + e^{ikL_2} \right) e^{ikL_1} \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

mit  $\zeta_i = (1 - \mathcal{A}_i)$  und  $\sigma = \tau_1 \tau_2 \tau_3$ . Für die komplexen Amplituden der beteiligten Felder gilt

$$a_{\text{trans}} = T_{11} a_{\text{ein}} + T_{12} a_{\text{refl}}, \quad (3.24)$$

$$0 = T_{21} a_{\text{ein}} + T_{22} a_{\text{refl}}. \quad (3.25)$$



**Abbildung 3.6.:** Transmission des Dreispiegelresonators in Abhängigkeit der mikroskopischen Positionen zweier Resonatorspiegel („tuning“) relativ zum dritten. Für die Berechnung der Kurven sind Amplitudenreflektivitäten  $r_1 = r_3 = 0.9$  und  $r_2 = 0.85$  gewählt worden. Die linke Abbildung zeigt die Funktion  $|\tau(\phi_1, \phi_2)|^2$ , die Leistungstransmission aufgetragen über den „tunings“ der Resonatorspiegel. Die rechte Abbildung zeigt die Projektion derselben Funktion in die  $\phi_1$ - $\phi_2$ -Zustandsebene, mit einer farblichen Kodierung der Funktionswerte.

Zur Vereinfachung sollen verschwindende Verluste angenommen werden,  $\zeta_i = 0$ . Damit folgt das Verhalten des Resonators wieder aus den Amplitudenverhältnissen,

$$\varrho(\phi_1, \phi_2) = -\frac{r_3 e^{-i\phi_2} (e^{-i\phi_1} - r_1 r_2 e^{i\phi_1}) - e^{i\phi_2} (r_2 e^{-i\phi_1} - r_1 e^{i\phi_1})}{r_3 e^{-i\phi_2} (r_2 e^{i\phi_1} - r_1 e^{-i\phi_1}) - e^{i\phi_2} (e^{i\phi_1} - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})} \quad (3.26)$$

$$\tau(\phi_1, \phi_2) = \frac{\tau_1 \tau_2 \tau_3}{r_3 e^{-i\phi_2} (r_2 e^{i\phi_1} - r_1 e^{-i\phi_1}) - e^{i\phi_2} (e^{i\phi_1} - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})}, \quad (3.27)$$

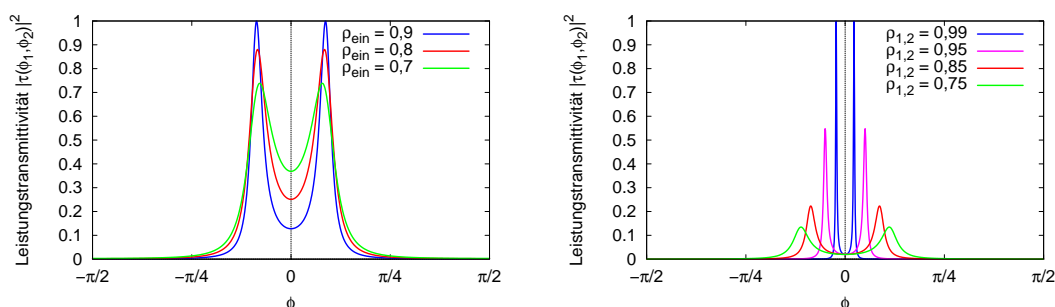
wobei die Ersetzungen  $\phi_1 = \omega L_1/c$  und  $\phi_2 = \omega L_2/c$  für die mikroskopischen Positionen – die Verstimmung der Teilresonatoren – vorgenommen worden sind. Im Auftreten dieser beiden Parameter liegt das gegenüber dem einfachen Fabry-Pérot Resonator, der lediglich einen Längensfreiheitsgrad besitzt, unterschiedliche Verhalten begründet. Abbildung 3.6 zeigt die Transmission  $|\tau(\phi_1, \phi_2)|^2$  des Dreispiegelresonators in Abhängigkeit von den Parametern  $\phi_1$  und  $\phi_2$  für einen exemplarischen Satz von Amplitudenreflektivitäten  $r_1, r_2, r_3$  der eingesetzten Spiegel. Die Wahl der Spiegelreflektivitäten legt offensichtlich das Verhalten des Systems fest. Jeder Zustand, den der Dreispiegelresonator annehmen kann, ist durch einen Punkt in der  $\phi_1$ - $\phi_2$ -Fläche repräsentiert.

Eine Variation der Frequenz des eingestrahlt Laserlichts um  $\Delta\omega$  kommt einer simultanen Verstimmung beider Teilresonatoren gleich:

$$\Delta\phi_k = \Delta\omega L_k/c. \quad (3.28)$$

Damit liegt auch eine Proportionalität der beiden Verstimmungen untereinander vor,  $\Delta\phi_1/\Delta\phi_2 = L_1/L_2$ . Diese Relation repräsentiert einen Schnitt durch die  $\phi_1$ - $\phi_2$ -Ebene mit der Steigung  $L_1/L_2$ ,

$$\phi_1 = \frac{L_1}{L_2} \phi_2 + \beta. \quad (3.29)$$



**Abbildung 3.7.:** Verhalten von Resonanzdoublets bei Variation der zugrundeliegenden Parameter. Die linke Abbildung zeigt eine Vergrößerung der Bandbreite bei gleichzeitig abnehmender Transmission für sinkende Reflektivität des Einkoppelspiegels. Die rechte Abbildung zeigt den Einfluss der Reflektivität des mittleren Spiegels. Sinkt dessen Reflektivität, erzielt man eine größere Frequenzaufspaltung des Resonanzdoublets bei gleichzeitig sinkender transmittierter Leistung.

Der ergänzte Ordinatenabschnitt  $\beta$  hängt von der initialen mikroskopischen Position der Resonatorspiegel ab.

Die experimentelle Entsprechung dieser Situation ist das kontinuierliche und gleichmäßige „Durchfahren“ der Resonatorlängen z.B. durch Ansteuern der Piezoaktuatoren der Resonatorspiegel mit einer Dreiecksspannung. Das resultierende Transmissionsspektrum ist dann gerade ein entsprechender Querschnitt durch die  $\phi_1$ - $\phi_2$ -Ebene und zeigt eine charakteristische Struktur in Form von *Resonanzdoublets*. Dabei ist zu beachten, dass eine Änderung der Position des zentralen Spiegels sich auf die Längen beider Teilresonatoren auswirkt. Je nach anfänglichem „Offset“ der Spiegel verändert sich die Lage des Querschnitts und damit die Gestalt der Transmissionskurve. Dies war maßgeblich für die Squeezingmessungen in Abschnitt 5.5.4 und wird dort ausführlich anhand mehrerer Beispiele erläutert.

Eine bemerkenswerte Eigenschaft des Dreispiegelresonators ist die Tatsache, dass die Erfüllung der Resonanzbedingung eines oder beider Teilresonatoren,  $\phi_i = 0$  nicht gleichbedeutend mit Resonanz des Dreispiegelresonators ist.

Betrachtet man den Spezialfall mit  $L_1/L_2 = 1$  und  $\beta = 0$ , so bilden sich bezüglich der Verstimmung des Dreispiegelresonators symmetrische Resonanzdoublets aus. Es zeigt sich, dass die *Frequenzaufspaltung*, also der Abstand der beiden Transmissionsmaxima, eine Funktion der Kopplung innerhalb des Dreispiegelresonators durch die Transmittivität des zentralen Spiegels ist. Abbildung 3.7 zeigt die Frequenzaufspaltung eines Dreispiegelresonators für verschiedene Transmittivitäten des internen Spiegels.

## 3.2. Homodyndetektion

Das Verfahren der „*balanced homodyne detection*“ erlaubt einen Zugang zur Messung der Quadraturfluktuationen [26]. Ein Signalfeld interferiert auf einem 50/50 Strahlteiler mit einem hellen Lokalszillator, einem Lichtfeld gleicher Frequenz, räumlicher Mode und Po-

larisation. Zwei Photodetektoren messen die Intensitäten der Lichtstrahlen an den Ausgangsports des Strahlteilers, eine elektronische Schaltung bildet die Differenz der beiden gewonnenen Photoströme. Dieses elektrische Differenzsignal charakterisiert in seine spektralen Anteile zerlegt das zu untersuchende optische Signalfeld.

### 3.2.1. Theoretische Vorüberlegungen

Photodetektoren zählen Photonen und wandeln diese in einen Photostrom um. Folglich ist dieser Photostrom proportional zur Zahl der auf die Diode auftreffenden Photonen,

$$\hat{n}^\dagger(t) = \hat{a}^\dagger \hat{a} \propto i(t). \quad (3.30)$$

An dieser Stelle ist es nützlich, zu linearisieren. Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren können als Summe aus zeitlich konstantem Mittelwert und seinen Fluktuationen

$$\hat{a}(t) = \langle a \rangle + \Delta \hat{a}(t) = \alpha + \Delta \hat{a}(t) \quad (3.31)$$

geschrieben werden, mit der Bedingung  $\langle \Delta \hat{a} \rangle \equiv 0$ . Setzt man nun voraus, daß die kohärente Anregung sehr viel größer als die Abweichung vom Mittelwert ist,  $|\Delta \hat{a}| \ll |\alpha|$ , können Terme zweiter und höherer Ordnungen bei Produkten von Operatoren vernachlässigt werden:  $\Delta \hat{a} \cdot \Delta \hat{b} \approx 0$ . Mit der Notation  $\delta \hat{a}$  für fluktuierende Terme schreiben sich Erzeuger und Vernichter nach der Linearisierung in der Form

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \alpha + \delta \hat{a}(t), \\ \hat{a}^\dagger &= \alpha^* + \delta \hat{a}^\dagger(t). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Betrachtet man nun Amplituden- und Phasenquadraturoperatoren, Gl. (2.18), so schreibt sich in linearisierter Form deren Schwankung entsprechend

$$\begin{aligned} \delta X^+ &= \frac{1}{2} (\delta \hat{a}^\dagger + \delta \hat{a}), \\ \delta X^- &= \frac{i}{2} ((\delta \hat{a}^\dagger - \delta \hat{a})). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Unter Anwendung dieser Näherung und der Voraussetzung einer reellen kohärenten Anregung lässt sich folgender Ausdruck für den Photostrom finden:

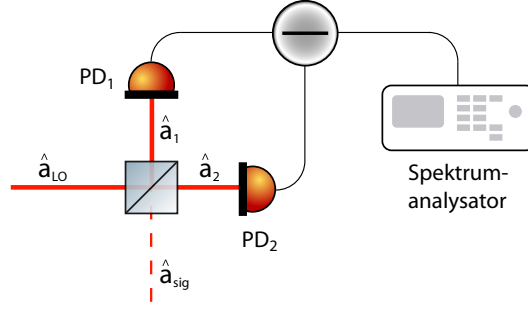
$$\begin{aligned} i(t) &\propto |\alpha|^2 + \alpha(\delta \hat{a}^\dagger(t) + \delta \hat{a}(t)) \\ &= |\alpha|^2 + \alpha \delta \hat{X}^+(t), \end{aligned} \quad (3.34)$$

der sich als Summe eines Gleichstromanteils, entsprechend der Intensität des eingestrahlten Laserlichtes, und dem Rauschen der Amplitudenquadratur, das mit der kohärenten Amplitude  $\alpha$  skaliert, schreiben lässt.

Die Fouriertransformierte des Photostroms

$$i(\omega) \propto |\alpha|^2 \delta(0) + \alpha \delta \hat{X}^+(\omega) \quad (3.35)$$

läßt sich anschaulich im Seitenbandbild als Summe aus einem Trägerfeld mit kohärenter Amplitude  $|\alpha|^2$  und Seitenbändern bei der Frequenz  $\omega$  interpretieren.



**Abbildung 3.8.:** Schema eines Homodyndetektors. Heller Lokaloszillator- und Signalstrahl werden auf einem 50/50-Strahlteiler zur Interferenz gebracht. Die beiden Strahlen an den Ausgängen des Strahlteilers fallen auf ein Paar elektronisch abgestimmter Photodetektoren, deren Differenzsignal einem Spektrumanalysator zugeführt wird.

### 3.2.2. Experimentelle Umsetzung

Der Aufbau eines Homodyndetektors, wie er auch für die Messungen der Squeezingspektren für die vorliegende Arbeit zum Einsatz gekommen ist, ist schematisch in Abbildung 3.8 dargestellt worden.

Aus der Algebra des Strahlteilers ergeben sich für die auslaufenden Felder die Beziehungen

$$\begin{aligned}\hat{a}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \hat{a}_{\text{sig}} + e^{i\theta} \hat{a}_{\text{LO}} \right) \\ \hat{a}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \hat{a}_{\text{sig}} - e^{i\theta} \hat{a}_{\text{LO}} \right) .\end{aligned}\quad (3.36)$$

Man erhält nun unter der Annahme perfekter Detektionseffizienz  $\eta = 1$  für die Photoströme

$$\begin{aligned}\hat{i}_{\text{PD1/2}} &= \hat{a}_{1/2}^\dagger \hat{a}_{1/2} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \pm e^{-i\theta} \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \right] \left[ \hat{a}_{\text{sig}} \pm e^{i\theta} \hat{a}_{\text{LO}} \right] \\ &\approx \frac{1}{2} \left[ \alpha_{\text{sig}}^2 + \alpha_{\text{LO}}^2 \pm 2\alpha_{\text{sig}}\alpha_{\text{LO}} \cos(\theta) + \right. \\ &\quad \left. + \alpha_{\text{sig}} \left( \delta\hat{X}_{\text{sig}}^\dagger \pm \delta\hat{X}_{\text{LO}}^{-\theta} \right) + \alpha_{\text{LO}} \left( \delta\hat{X}_{\text{LO}}^\dagger \pm \delta\hat{X}_{\text{sig}}^\theta \right) \right] .\end{aligned}\quad (3.37)$$

In der Praxis gilt nun in sehr guter Näherung  $|\alpha_{\text{LO}}| \gg |\alpha_{\text{sig}}|$ , so dass Produkte mit  $\alpha_{\text{sig}}$  vernachlässigt werden können:

$$\begin{aligned}\hat{i}_{\text{Diff}} &= 2\alpha_{\text{sig}}\alpha_{\text{LO}} \cos(\theta) + \alpha_{\text{sig}}\delta\hat{X}_{\text{LO}}^{-\theta} + \alpha_{\text{LO}}\delta\hat{X}_{\text{sig}}^\theta \\ &\approx 2\alpha_{\text{sig}}\alpha_{\text{LO}} \cos(\theta) + \alpha_{\text{LO}}\delta\hat{X}_{\text{sig}}^\theta .\end{aligned}\quad (3.38)$$

Ein Spektrumanalysator wertet nun das Signal

$$i_\Delta(\omega, \theta) = \alpha_{\text{LO}} \langle \delta\hat{X}_{\text{sig}}^\theta \rangle \quad (3.39)$$

aus, welches eine Proportionalität zu den Fluktuationen der entsprechenden Quadratur aufweist, die mit der kohärenten Amplitude des Lokaloszillators skaliert. Fluktuationen des Lokaloszillators haben keinen Einfluß auf diese Messung. Die relative Phase zwischen Signalfeld und Lokaloszillator legt fest, welche Quadratur untersucht wird.

Experimentell spielt in diesem Kontext der sogenannte *Homodynkontrast* (engl. „*homodyne visibility*“)

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.40)$$

eine wichtige Rolle: er ist ein Maß für die Güte des Modenüberlapps von Signalstrahl und Lokaloszillator am Homodynstrahlteiler. Zur Messung der Intensitäten  $I_{\max}$  und  $I_{\min}$  werden die Strahlen so gut wie möglich auf dem Strahlteiler mittels Modenanpassungsverfahren überlagert. Praktisch wird die Phase des Lokaloszillators mittels eines piezoaktuierten Spiegels kontinuierlich durchgeföhren und die entstehenden Interferenzminima und -maxima mittels eines Oszilloskops am DC-Ausgang einer der Homodynphotodetektoren beobachtet. Nach der Optimierung dieser Maxima und Minima kann justiert werden.

Für den Fall nichtperfekten Homodynkontrasts entstehen Verluste. Vakuum, das an alle Moden des Lichtfeldes perfekt angepaßt ist, koppelt in die Messung ein:

$$\begin{aligned} \hat{i}_{\Delta}(\omega, \theta) &= \alpha_{\text{LO}} \left( \sqrt{\eta} \delta \hat{X}_{\text{sig}}^{\theta} + \sqrt{1 - \eta} \delta \hat{v} \right) \\ &= \alpha_{\text{LO}} \left( \mathcal{V} \delta \hat{X}_{\text{sig}}^{\theta} + \sqrt{1 - \mathcal{V}^2} \delta \hat{v} \right). \end{aligned} \quad (3.41)$$

### 3.3. Grundlagen der elektronischen Regelung

Eine entscheidende Komponente optischer Experimente ist die elektronische Stabilisierung von experimentellen Freiheitsgraden. Die dazu aufgebauten elektronischen *Regelkreise* übernehmen so unterschiedliche Aufgaben wie die Längenregelung optischer Resonatoren oder die Temperaturstabilisierung im Kristallofen. Der Zweck eines solches Systems liegt darin, einen physikalischen Parameter möglichst auf einem vorher definierten Wert, dem *Arbeitspunkt*, zu halten. Um zeitliche Fluktuationen der zu regelnden Größe zu unterdrücken, muss diese ständig überwacht werden und falls diese vom Arbeitspunkt abweicht, muss ein geeignetes, zur Abweichung proportionales *Fehlersignal* detektiert, elektronisch gefiltert und in das System rückgekoppelt werden, um die Abweichung zu kompensieren. Die Darstellung erfolgt in Anlehnung an die in [15].

#### 3.3.1. Bestandteile von Regelkreisen

Ein Regelkreis setzt sich aus mehreren Teilbereichen zusammen. Der Begriff der *Regelstrecke* beschreibt das zu kontrollierende physikalische System. Bei dem *Sensor* handelt es sich um einen Detektor, der den zu kontrollierenden Parameter überwacht. Der Ausgang des Sensors liefert das Fehlersignal, das die Abweichung der Regelstrecke vom Arbeitspunkt beschreibt. Der *Servo* formt das Fehlersignal vom Sensor in ein *Stellsignal* um, das schließlich in die Regelstrecke zurückgekoppelt wird. Die Aufgabe des *Aktuators* ist schließlich, den zu regelnden Parameter auf Grundlage des Stellsignals zu beeinflussen und diesen auf seinem Arbeitspunkt zu halten.

Für die vorliegende Arbeit war die Regelung von Bestandteilen der durchgeführten Experimente von Interesse. Bei den Regelschleifen handelt es sich z.B. um einen optischen Resonator, die Heizung eines nichtlinearen Kristalls oder ein Interferometer. Als Sensoren für optische Regelschleifen sind Photodetektoren eingesetzt worden, zur Messung von Temperaturen sind NTC-Thermistoren verwendet worden. Als Servos dienten analoge elektronische Schaltungen, die auf aktiven Filtern basieren (siehe Anhang A). Man unterscheidet hier je nach Signalcharakteristik zwischen *Proportionalverstärkern* (P-Regler), *Integratoren* (I-Regler) und *Differenzierern* (D-Regler). Ein elektronischer Servo wird in der Regel mit einer Kombination dieser drei Elemente bestückt sein. Als Aktuatoren zur Längenregelung dienen piezoelektrische Kristalle, für die das Stellsignal vor deren Ansteuerung häufig noch hochspannungsverstärkt werden mußte. Als Aktuator für die Temperaturstabilisierung dienen Peltierelemente. Für die weiteren Betrachtungen werden Sensor und Aktuator als Teil der Regelstrecke angenommen.

### 3.3.2. Die „open loop“-Verstärkung

Lineare Systeme können durch ihre Transferfunktion charakterisiert werden. Beschränkt man sich auf solche regelungstechnischen Systeme, ist es ausreichend, lediglich sinusförmige Signale einer festen Frequenz in Betracht zu ziehen. Eingangs- und Ausgangssignal des Systems können dann in der Form

$$\begin{aligned} S_{\text{ein}}(t) &= \operatorname{Re} \{ A_0 e^{i\omega t} \} , \\ S_{\text{aus}}(t) &= \operatorname{Re} \{ A_1 e^{i\omega t} \} \end{aligned} \quad (3.42)$$

geschrieben werden. Die Transferfunktion ist dann das komplexe Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangssignal als Funktion der Signalfrequenz:

$$G(\omega) = \frac{S_{\text{aus}}(f)}{S_{\text{ein}}(f)} . \quad (3.43)$$

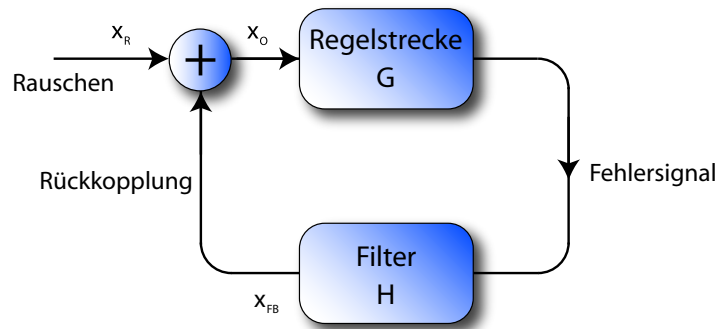
Häufig wird diese Größe als „open loop“-Verstärkung bezeichnet. Für aufeinanderfolgende, „in Reihe geschaltete“ Teilsysteme ergibt sich die Gesamtverstärkung als komplexes Produkt der einzelnen Verstärkungen:  $G = G_1 \times G_2$ . Für „parallelgeschaltete“ Teilsysteme summieren sich die Einzelverstärkungen komplex zur Gesamtverstärkung auf:  $G = G_1 + G_2$ .

### 3.3.3. Die geschlossene Regelschleife

Ein Regelkreis gilt als geschlossen, wenn alle seine Bestandteile in einem geschlossenen Kreis miteinander verbunden sind. Der Sensor ist in die Regelstrecke integriert worden. Sein Ausgangssignal wird an den Servo weitergegeben, der seinerseits ein Signal für den Aktuator erzeugt. Der Aktuator wiederum ist mit der Regelstrecke verbunden, um auf den zu regelnden Parameter einwirken zu können.

Zur Erleichterung der Analyse soll von einem stabil arbeitenden Regelkreis ausgegangen werden. Im einfachsten Fall kann eine Regelschleife aus zwei Teilsystemen zusammengesetzt angenommen werden, der Regelstrecke ( $G$ ) und einem elektronischen Filter ( $H$ ), der





**Abbildung 3.9.:** Schema eines geschlossenen Regelkreises. Sensor und Aktuator sind als in die Regelstrecke integriert angenommen worden. Die Einkopplung von Rauschen in die Regelschleife erfolgt über das virtuelle „Addierglied“ links oben in der Abbildung. Das Fehlersignal wird elektronisch gefiltert und in die Regelstrecke zurückgekoppelt, wobei eine Unterdrückung des Rauschens stattfindet.

als Servo fungiert (vgl. Abbildung 3.9).

Die „open loop“-Verstärkung eines solchen Systems berechnet sich nach den Überlegungen im vorigen Abschnitt zu  $G \times H$ . Zur Analyse der Eigenschaften bei geschlossenem Kreis müssen Testsignale wie z.B. Rauschen injiziert werden. Dieses Testsignal wird direkt vor der Regelstrecke „addiert“. Zur Berechnung der Signale an jedem Punkt in diesem geschlossenen Kreis müssen die Gleichungen

$$\begin{aligned} x_O &= x_{RK} + x_R, \\ x_{RK} &= x_O \times GH \end{aligned} \quad (3.44)$$

gelöst werden. Dies führt auf die Gleichungen

$$x_O = \frac{1}{1 - GH} x_R, \quad x_{RK} = \frac{GH}{1 - GH} x_R, \quad (3.45)$$

aus denen hervorgeht, dass in  $x_O$  für „open loop“-Verstärkungen  $|GH| \gg 1$  eine Unterdrückung des eingespeisten Rauschens erzielt wird. Der Term  $1/(1 - GH)$ , auf den die Rauschunterdrückung zurückzuführen ist, wird auch als „closed-loop“-Verstärkung bezeichnet.

### 3.3.4. Stabilität von Regelkreisen

Für Regelkreise unterscheidet man drei verschiedene Betriebszustände:

Beim *stabilen Betrieb* wird die Regelstrecke auf oder in der Nähe des Arbeitspunktes gehalten. Einkoppelnde Störungen werden um einen Faktor entsprechend der „open loop“-Verstärkung abgeschwächt. Treten *Oszillationen* im Regelkreis auf, läßt dies entweder auf Schwächen im Entwurf der Elektronik oder auf Mängel in der Abstimmung der Proportionalverstärkung schließen. Im *freilaufenden Betrieb* ist der Regelkreis nicht geschlossen. Störungen werden nicht unterdrückt und demnach wird die Regelgröße nicht auf dem Arbeitspunkt gehalten. Die Situation stellt sich ähnlich für einen geschlossenen Regelkreis

mit zu geringer Verstärkung dar.

Die Vermeidung von Oszillationen ist ein wichtiges Kriterium beim Entwurf der Regelungselektronik. Dieses Problem aus dem Bereich der Stabilitätsanalyse kann in aller mathematischen Strenge formuliert und quantitativ behandelt werden [27].

Die wichtigsten Erkenntnisse zusammenfassend hat sich in der Praxis ein einfaches Kriterium für den Entwurf von stabilen Reglern etabliert: Die Phasenänderung in der „open loop“-Transferfunktion zwischen „DC“ ( $f = 0$  Hz) und der „unity gain“-Frequenz darf nicht mehr als  $-180^\circ$  betragen. Da man beim Design der „open loop“-Verstärkung des Reglers auf eine zu hohen Frequenzen hin abfallende Verstärkung abzielt, ist die „unity gain“-Frequenz gerade die Frequenz, bei der die Verstärkung der Filterelektronik eins beträgt. In der Praxis hat es sich bewährt, noch einen zusätzlichen Spielraum von ca.  $30^\circ$ - $40^\circ$  bei der Phasenänderung über den Frequenzbereich, bei dem Verstärkung erfolgt, einzuräumen.

Die aus einer Phasenänderung von  $\Delta\phi < -180^\circ$  bei „unity gain“-Frequenz resultierende Instabilität des Regelkreises lässt sich auf ein singuläres Verhalten von Gleichung (3.45) zurückführen. Der Nenner nähert sich für in diesem Fall für  $|GH| \rightarrow 1$  dem Wert null an, worauf die Regelung mit oszillatorischem Verhalten reagiert.

Ein nützliches Hilfsmittel zum Entwurf stabiler Regelungselektronik ist die Software *LISO* [28]. Zum Entwurf eines Temperaturkontrollers für den PPKTP-Ofen (vgl. Abschnitt 4.5.2) ist diese Software eingesetzt worden, um nach der Messung der Transferfunktion des zu regelnden Systems komfortabel die Regelungselektronik berechnen zu lassen. Das den Berechnungen zugrundeliegende LISO-Skript findet sich in Anhang E.

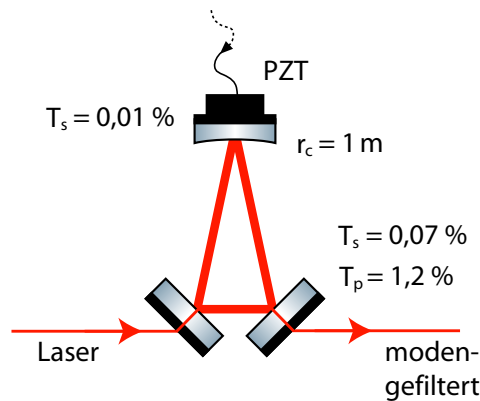
## 3.4. Präparation der Laserlichtquelle

Für Experimente der vorliegenden Art kann eine Laserlichtquelle nicht ohne weitere Präparation des Ausgangslichtfeldes eingesetzt werden. Das Licht muss von etwaigen zirkular polarisierten Anteilen bereinigt, Rückreflexe vermieden und eine optimale Modenqualität gewährleistet werden. Diese Maßnahmen sollen in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

### 3.4.1. Der Laser

Bei dem für die vorliegende Arbeit verwendeten Laser handelte es sich um eine kommerziellen Vierniveau-Festkörperlaser Modell *Mephisto* der Firma *Innolight GmbH*. Herzstück dieses Lasers ist ein Nd:YAG-Kristall, der als monolithischer, nichtplanarer Ringoszillator (NPRO) ausgeführt ist. Als Laserresonator fungiert der Kristall mit seinen verspiegelten Stirnflächen selbst, auf eine externe Resonatoranordnung kann verzichtet werden. Pumplichtquelle sind zwei Laserdiodeneinheiten, jeweils bestehend aus mehreren Einzeldioden, die bei einer Wellenlänge  $\lambda = 808$  nm eine Leistung von insgesamt 5,5 W abgeben. Mithilfe eines polarisierenden Strahlteilers (PBS) werden diese Strahlen überlagert und in den NPRO-Kristall gelenkt. Aus diesem Pumplicht erzeugt der NPRO-Kristall Laserlicht der Wellenlänge  $\lambda_0 = 1064$  nm bei einer Ausgangsleistung von 2 W.

Zwei Typen von Aktuatoren sind in den Laser integriert worden, um durch Einflußnahme auf die optische Weglänge im Kristall eine Durchstimbarkeit der Laserfrequenz zu



**Abbildung 3.10.:** Schema eines Ringresonators zur Modenfilterung. Ein Piezostellelement (PZT) dient der mikroskopischen Positionierung („tuning“) des gekrümmten Endspiegels. Die polarisationsabhängigen Reflektivitäten der Resonatorspiegel erlauben zwei Betriebsmodi: einen Betriebsmodus hoher Finesse für *s*-polarisiertes Licht und einen niedrigerer Finesse für *p*-polarisiertes Licht.

ermöglichen. Durch ein Peltierelement kann die Kristalllänge über die Variation der Temperatur beeinflusst werden. Die Regelungsbandbreite ist hierbei jedoch gering und beträgt etwa ein Hz. Der Laserkristall kann weiterhin mithilfe eines angeklebten Piezostellelements durch Anlegen einer Spannung verformt werden.

Die bei diesem Lasertyp auftretende starke Relaxationsoszillation wirkt sich dramatisch auf das Amplitudenrauschen bei Frequenzen bis zu etwa einem MHz aus. Zur Kompensation besitzt der Laser einen sogenannten *Noise Eater*, eine interne Regelungseinrichtung, die durch die Stabilisierung des Pumpstroms in der Lage ist, dieses Rauschen bis zu einem gewissen Grad zu unterdrücken.

Drei weitere essentielle optische Komponenten befinden sich unmittelbar nach dem Laser im Strahlengang. Eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte bereinigt das Laserlicht von zirkularen Polarisationsanteilen. Die  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte bildet zusammen mit dem Faraday Isolator eine *optische Diode*. Um den stabilen Betrieb der Laserlichtquelle zu gewährleisten, sind Reflexionen des ausgekoppelten Strahls zurück in den Laserresonator zu vermeiden. Die optische Diode dient gerade der weitestgehenden Unterdrückung solcher Rückreflexe ( $-30$  bis  $-40$  dB) zur störungsfreien Aufrechterhaltung des Laserprozesses.

### 3.4.2. Modenfilterung

Die *Modenfilterung* ist ein gängiges Konzept zur Optimierung der Strahlqualität, die eine Laserlichtquelle „von Haus aus“ bietet. Kaum ein Experiment im Bereich der Interferometrie oder der Erzeugung gequetschten Lichts kommt ohne eine solche Modenfilterungsstufe aus.

Bei dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modenfilter handelt es sich um einen optischen Ringresonator bestehend aus drei Spiegeln (vgl. Abbildung 3.10) die auf einen Abstandhalter (engl. „spacer“) aus Invar aufgeklebt worden sind. Es handelt sich somit um

eine *quasimonolithische* Konstruktion. Die Länge eines Umlaufs innerhalb des Resonators beträgt  $L = 0,42$  m, woraus sich ein freier Spektralbereich von  $\text{FSR} = c/L \approx 714,3$  MHz ergibt. Für den Ein- und Auskoppelspiegel kommen hochwertige Planspiegel mit den polarisationsabhängigen Leistungstransmittivitäten  $T_{s\text{-pol}} = 0,07\%$  und  $T_{p\text{-pol}} = 1,2\%$  zum Einsatz. Hieraus folgt unmittelbar, dass der Modenfilter je nach Polarisation des Eingangsfeldes bei hoher oder niedriger Finesse betrieben werden kann. Der piezoaktuierbare Endspiegel besitzt eine Leistungstransmittivität von  $T_{s\text{-pol}} = 0,01\%$  und einen Krümmungsradius von einem Meter. Die folgenden Eigenschaften des Modenfilters machen ihn so wertvoll für optische Präzisionsmessungen. Zunächst wirkt ein Modenfilter wie ein Tiefpaßfilter auf das transmittierte Laserlicht und unterdrückt somit das Amplituden- und Phasenrauschen auf dem Feld, das außerhalb der Resonatorbandbreite liegt. Darüberhinaus besitzt ein Modenfilter die Eigenschaft, die räumliche Modenstruktur des Eingangsfeldes zu bereinigen. Entsprechend justiert und elektronisch stabilisiert kommt in einem Modenfilter lediglich der fundamentale  $\text{TEM}_{00}$ -Mode zur Resonanz. Der transmittierte Laserstrahl besitzt dann ein Intensitätsprofil in Form einer Gaußverteilung. In den dieser Arbeit zugrundeliegenden Experimenten ist der Modenfilter ausschließlich mit p-polarisiertem Licht bei niedriger Finesse betrieben worden. Die Bandbreite in diesem Betriebsmodus war ausreichend klein, um eine genügende Rauschunterdrückung bei Seitenbandfrequenzen von einigen MHz zu gewährleisten, die für die durchgeführten Experimente relevant waren.

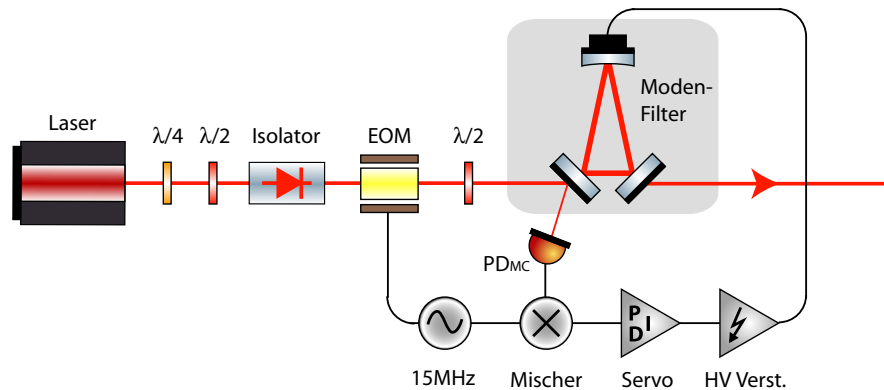
### 3.4.3. Frequenzstabilisierung

Eine gängige Methode zur Frequenzstabilisierung ist das POUND-DREVER-HALL-Verfahren (PDH), das von R.V. POUND entwickelt und von R. DREVER in seine heute gebräuchliche Form gebracht worden ist [29].

Ursprünglich wurde beim PDH-Verfahren ein optischer Resonator als Frequenzreferenz verwendet, auf den ein Laser mithilfe eines elektronischen Regelkreises stabilisiert worden ist. Demgegenüber stellt in der vorliegenden Arbeit der Laser selbst die Frequenzreferenz dar. Optische Resonatoren werden mithilfe der PDH-Methode elektronisch auf Resonanz mit dem Träger oder einer beliebigen Seitenbandfrequenz des Laserlichtfeldes stabilisiert. Die Hintergründe dieses Verfahrens sollen beispielhaft anhand der Regelung des Modenfilters diskutiert werden. Ein Schema des Aufbaus findet sich in Abbildung 3.11.

Die Resonanzfrequenz des Modenfilters kann über die Beeinflussung der Länge des Lichtweges innerhalb des Resonators an die Frequenz des eingekoppelten Laserlichts angepasst werden. Als Stellelement dient dazu ein Piezokristall, der zusammen mit dem Resonatorspiegel auf den Abstandhalter (vgl. Abschnitt 3.4.2) aufgeklebt worden ist.

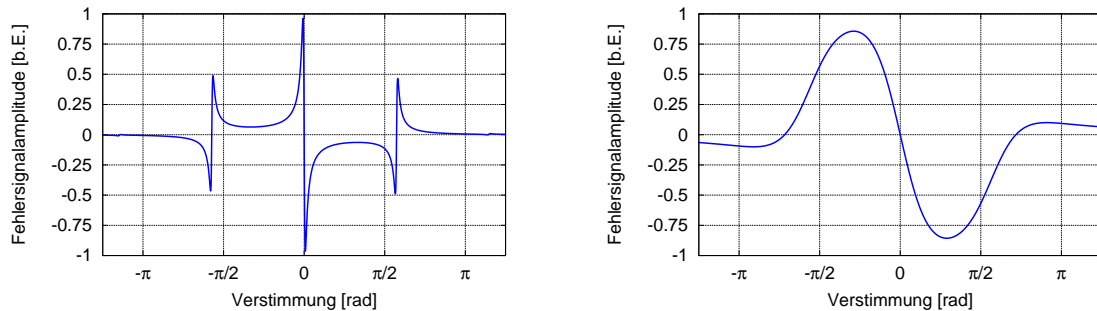
Verschiedene Ansätze zur Gewinnung geeigneter Fehlersignale für Regelungsprobleme dieser Art sind denkbar. Ehemals gängige Verfahren wie z.B. die Stabilisierung auf eine Flanke der Transmissionskurve („DC lock“) besitzen jedoch eine hohe Fehleranfälligkeit in Bezug auf Leistungsfluktuationen des Lasers. Im Optimalfall ist das Fehlersignal unabhängig von Leistungsschwankungen des Lichtfeldes und besitzt beim Arbeitspunkt des Resonators einen steilen Nulldurchgang, sodass im Vorzeichen die „Richtung“, in die die Regelung zu erfolgen hat, kodiert ist. Die PDH-Methode vereint diese beiden Vorteile bei geringem Aufwand und guter experimenteller Implementierbarkeit.



**Abbildung 3.11.:** Schematische Zeichnung der Laser-Präparationsstufe. Das Ausgangsfeld passiert unmittelbar nach Verlassen der Laserlichtquelle eine  $\lambda/4$ - und eine  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und einen Faraday Isolator. Mithilfe eines EOMs werden dem Laserstrahl Modulationsseitenbänder bei 18 MHz aufgeprägt, die zu Regelungszwecken dienen, unter anderem der Frequenzstabilisierung des Modenfilters auf den Laser auf Grundlage des Pound-Drever-Hall Verfahrens. Die zusätzliche  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte dient der Auswahl des „Betriebsmodus“ des Modenfilters.

Beim PDH-Verfahren wird das am Resonator reflektierte Licht ausgewertet. Im Vorfeld sind mithilfe eines EOMs Modulationsseitenbänder, im vorliegenden Fall bei 18 MHz, aufmoduliert worden, die im Regelfall außerhalb der Resonatorbandbreite liegen. Das Feld in Reflexion am Resonator setzt sich durch Interferenz zusammen aus einem unmittelbar am Einkoppelspiegel reflektierten Anteil und einem Teil des gespeicherten Feldes, das den Resonator durch den Einkoppelspiegel verlässt. Die Phase des reflektierten Feldes hängt empfindlich von Abweichungen der Resonanzfrequenz von der Laserfrequenz ab (vgl. Abb. 3.3), ist jedoch einer direkten Messung nicht zugänglich. Über einen Umweg kann diese Phaseninformation dennoch ausgewertet werden. Die Modulationsseitenbänder, die ihrerseits aufgrund der hohen Modulationsfrequenz vom Resonator unbeeinflusst geblieben sind, interferieren mit dem phasenverschobenen Träger. Mithilfe eines Photodetektors kann dieses Signal in eine Photospannung umgewandelt werden. Diese liefert bei der Phasenmodulationsfrequenz des Lichtfeldes mithilfe eines elektronischen Multiplizierers demoduliert und tiefpaßgefiltert ein typisches PDH-Fehlersignal, wie in Abbildung 3.12 dargestellt.

Das Stellsignal wird durch einen *Universalservo* (vgl. Anhang A) generiert, das hochspannungsverstärkt an das aufgeklebte Piezostellelement, das als Aktuator fungiert, angelegt wird. Wählt man die Frequenz der Phasenmodulation innerhalb der Resonatorbandbreite, so ändert das Fehlersignal zwar seine Gestalt, besitzt aber dennoch die typischen Charakteristika und kann gleichberechtigt zu Regelungszwecken eingesetzt werden. Im Fall des optischen parametrischen Verstärkers (vgl. Abschnitt 4.3) erfolgt eine Modulation des Kontrollstrahls beispielsweise bei einer Seitenbandfrequenz, die innerhalb der Linienbreite des nichtlinearen Resonators liegt. Die parametrische Verstärkung wirkt sich auch auf die Modulationsseitenbänder aus, was eine Kontrolle der Pumpphase für optimales Squeezing ermöglicht.



**Abbildung 3.12.:** Simulation typischer PDH-Fehlersignale mit FINESSE [30]. Der freie Spektralbereich des simulierten Resonators beträgt 1,5 GHz, die Frequenz der auf den Laser aufgeprägten Phasenmodulation beträgt 15 MHz. Die linke Abbildung zeigt ein typisches PDH-Fehlersignal für den Fall einer außerhalb der Resonatorbandbreite liegenden Modulationsfrequenz. Die der Simulation zugrundeliegende Reflektivität der Resonatorspiegel betrug  $R = 99,92\%$ . Das Fehlersignal in der rechten Abbildung ist typisch für eine Modulationsfrequenz, die innerhalb der Resonatorbandbreite liegt. Die Spiegelreflektivitäten sind mit  $R = 97\%$  erheblich niedriger gewählt worden.

Eine detaillierte Beschreibung der PDH-Methode mitsamt eines quantitativen Modells findet sich in [31]. Das PDH-Verfahren läßt sich ohne weiteres auf lineare Resonatoren übertragen, wie sie hauptsächlich in den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten vorkommen. Dazu ist gegebenenfalls der Einsatz weiterer, insbesondere polarisationsoptischer Komponenten notwendig, um das reflektierte Feld auswerten zu können. Dies wird z.B. im Zusammenhang mit der Gewinnung der Fehlersignale zur Stabilisierung des nichtlinearen Resonators zur Erzeugung von gequetschtem Licht in Abschnitt 4.5 erläutert.

Die gesamte Präparationsstufe konnte betriebsbereit vom Vorgängerexperiment übernommen werden.

---

## Gequetschtes Licht mit periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat

---

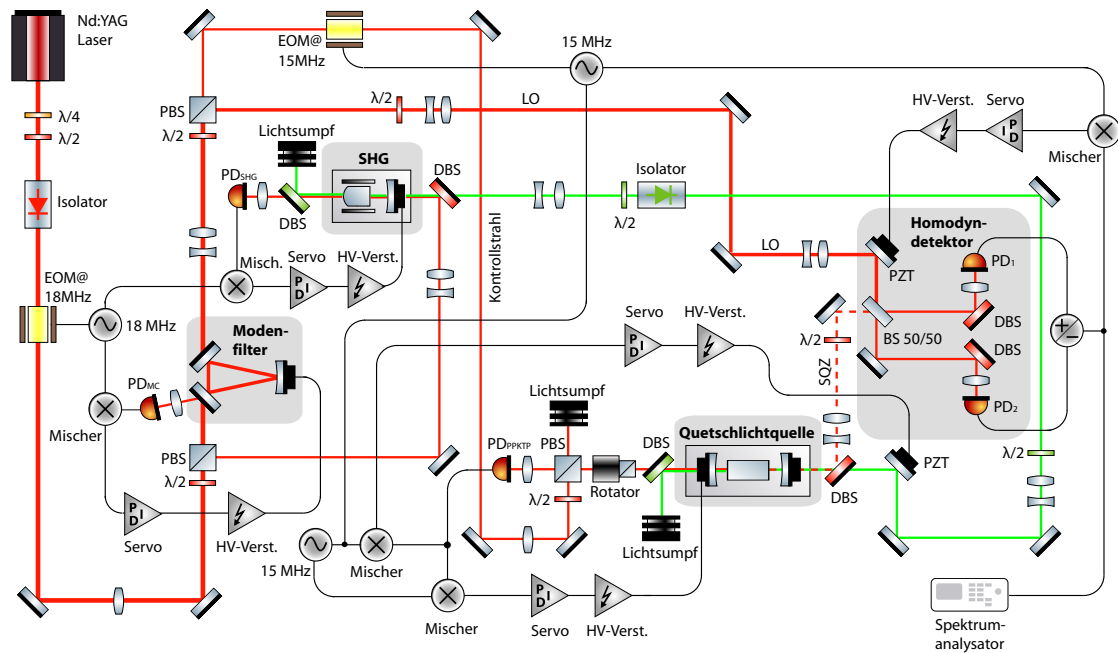
Ein wichtiger Meilenstein der vorliegenden Arbeit war die Erzeugung gequetschten Lichts auf der Basis von periodisch gepoltem  $\text{KTiOPO}_4$  (Kaliumtitanylphosphat), kurz *PPKTP*. Dazu ist ein neuer Kristallofen entwickelt worden, um den Anforderungen bezüglich der Temperaturstabilität des Kristalls und der Leistungsüberhöhung mit dem nichtlinearen Medium wechselwirkender Laserstrahlung zu genügen. Darüberhinaus sollte der neue Ofen aufbauend auf den Erfahrungen mit den bisher verwendeten Quetschlichtquellen eine bessere Justierbarkeit gewährleisten.

### 4.1. Der experimentelle Aufbau

Für den Betrieb einer Quetschlichtquelle sind verschiedene Voraussetzungen bezüglich der experimentellen Infrastruktur zu erfüllen. Neben der Bereitstellung eines Kontrollfeldes zur elektronischen Regelung des nichtlinearen Resonators und des Quetschwinkels sowie eines Pumpfeldes für den Prozeß der parametrischen Abwärtskonversion (vgl. Abschnitt 4.3) wird zur Homodyndetektion des gequetschten Lichts ein optischer Lokaloszillator (LO) mit definierter Phasenbeziehung zum gequetschten Feld benötigt. Abbildung 4.1 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau.

Als Lichtquelle dient ein Nd:YAG-Laser, Typ Mephisto der Firma Innolight GmbH [32]. Der Laser basiert auf einem laserdiodegepumpten monolithischen, nichtplanaren Ringoszillator (NPRO) und besitzt eine Ausgangsleistung von 2 W bei einer Wellenlänge von 1064 nm. Eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte im Strahlengang dient der Elimination zirkular polarisierter Anteile im Laserlicht, die Kombination aus  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und Faraday-Isolator fungiert als optische Diode und verhindert etwaige Rückreflexion in den Laser, die zur Störung des Laserprozesses führen würde. Details zur Laserlichtquelle finden sich in Abschnitt 3.4.

Mithilfe eines elektrooptischen Modulators (EOM) wird der Laserstrahl bei einer Seitenbandfrequenz von 18 MHz phasenmoduliert, um eine Längenregelung des Modenfilters



**Abbildung 4.1.:** Schematische Darstellung des PPKTP-Quetschlichterperiments. Grau unterlegt sind die Schlüsselstellen des Aufbaus: Modenfilterung, Frequenzverdopplerstufe (SHG), Quetschlichtquelle und Homodyndetektor. Auf den Aufbau und die Eigenschaften der drei letztgenannten experimentellen Teilbereiche wird ausführlich in den folgenden Abschnitten dieses Kapitels eingegangen.

(Abschnitt 3.4.2) sowie des Resonators der Frequenzverdopplerstufe (Abschnitt 4.2.4) zu ermöglichen. Eine Kombination aus einer  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und einem polarisierenden Strahlteiler (PBS) dient der stufenlos einstellbaren Aufspaltung des Laserstrahls in zwei Teilstrahlen. Der eine wird zur weiteren Verwendung modengefiltert, der andere wird der Frequenzverdopplerstufe als Pumpfeld zugeführt.

Der Modenfilter (MC) ist ein weiteres Hilfsmittel zur Präparation der Hauptlaserlichtquelle. Er gewährleistet eine gute Modenqualität des transmittierten Strahls und dient darüberhinaus der Unterdrückung von Amplituden- und Phasenrauschen auf dem Lichtfeld. Eine detaillierte Beschreibung hierzu findet sich in Abschnitt 3.4.2.

Der modengefilterte Laserstrahl wird erneut an einer  $\lambda/2$ -PBS-Kombination aufgespalten, um dann nach Passieren eines zweiten EOMs mit zusätzlichen Phasenmodulationsseitenbändern bei 15 MHz versehen der Quetschlichtquelle als Resonator-Kontrollstrahl zugeführt zu werden, bzw. als Lokaloszillator für die Homodyndetektion des gequetschten Feldes (Abschnitt 4.5) zu dienen.

Teile der Infrastruktur des PPKTP-Quetschlichterperiments, nämlich die Laserlichtquelle samt Präparationsstufe einschließlich des Modenfilters sowie die Frequenzverdopplerstufe, sind vom Vorgängereperiment übernommen worden und werden ausführlichst in [2, 10] vorgestellt.



## 4.2. Frequenzverdopplung

Wie wir an späterer Stelle, in Abschnitt 4.3.1 feststellen werden, benötigt der Prozess der optischen parametrischen Verstärkung ein Pumpfeld bei der doppelten Frequenz des zu erzeugenden gequetschten Feldes. Eine Frequenzverdopplerstufe (SHG) stellt dieses, im vorliegenden Fall auf der Grundlage nichtlinearer Wechselwirkung von Laserlicht mit einem Lithiumniobat-Kristall, bereit.

### 4.2.1. Erzeugung der zweiten Harmonischen

Die Frequenzverdopplung beruht als sogenannter *quadratischer Effekt* auf der Polarisation zweiter Ordnung des zugrundeliegenden Dielektrikums (vgl. Anhang F).

Um dies zu verstehen, geht man von der Bestrahlung eines nichtlinearen Kristalls mit einer Kombination monochromatischer Lichtfelder mit korrespondierender Feldstärke

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E}_1(\vec{x}, t)e^{i\omega_1 t} + \vec{E}_2(\vec{x}, t)e^{i\omega_2 t} + c.c. \right] \quad (4.1)$$

aus. Die resultierende Polarisation zweiter Ordnung

$$\begin{aligned} \vec{P}^{(2)}(\vec{x}, t) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}(\vec{x}, t)\vec{E}(\vec{x}, t) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \vec{P}_1(\vec{x}, 2\omega_1)e^{i2\omega_1 t} + c.c. \right] + \frac{1}{2} \left[ \vec{P}_2(\vec{x}, 2\omega_2)e^{i2\omega_2 t} + c.c. \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \vec{P}_+(\vec{x}, \omega_1 + \omega_2)e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} + c.c. \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \vec{P}_-(\vec{x}, \omega_1 - \omega_2)e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c. \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \vec{P}_0(\vec{x}, 0) + c.c. \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

zerfällt in Komponenten bei der doppelten Grundfrequenz  $2\omega_i$ , der Summenfrequenz  $\omega_1 + \omega_2$ , der Differenzfrequenz  $\omega_1 - \omega_2$  und einen Term, der einer optischen Gleichrichtung bei  $\omega = 0$  entspricht.

Für ebene Wellen nimmt das treibende Feld die Form

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E}_1(\omega_1)e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{x} - \omega_1 t)} + \vec{E}_2(\omega_2)e^{-i(\vec{k}_2 \cdot \vec{x} - \omega_2 t)} + c.c. \right] \quad (4.3)$$

und entsprechend die Summenfrequenzkomponente der Polarisation zweiter Ordnung die Form

$$\vec{P}_{\omega_1 + \omega_2}^{(2)}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}_1(\omega_1)\vec{E}_2(\omega_2) e^{-i[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{x} - (\omega_1 + \omega_2)t]} + c.c. \right] \quad (4.4)$$

an. Dies kann als eine „Polarisationswelle“ mit dem Wellenvektor  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2$  aufgefaßt werden, die als Quellterm für eine Welle

$$\vec{E}_{\omega_3}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E}(\omega_3) e^{-i(\vec{k}_3 \cdot \vec{x} - \omega_3 t)} + c.c. \right] \quad (4.5)$$

mit der neuen Frequenz  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  wirkt.

Beim SHG-Prozess handelt es sich um einen Spezialfall der Summenfrequenzbildung mit identischer Frequenz der eingestrahnten Photonen,  $\omega_1 = \omega_2$ . In der für die vorliegende Arbeit betriebenen Frequenzverdopplerstufe wird infrarotes Laserlicht der Wellenlänge 1064 nm in grünes Licht der Wellenlänge 532 nm konvertiert.

### 4.2.2. Phasenanpassung

Phasensensitive nichtlineare Prozesse, wie z.B. die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Frequenzverdopplung und der Effekt der optischen parametrischen Verstärkung (OPA), erfordern eine Phasenanpassung der in das zugrundeliegende nichtlineare Medium eingekoppelten Felder. Die Phasenanpassung hat die effiziente Kopplung der Polarisationswelle in Gleichung (4.4) an das in Gleichung (4.5) dargestellte resultierende Feld zum Ziel. Dazu müssen, im vereinfachten Fall ebener Wellen, die beteiligten Wellenvektoren in Betrag und Richtung übereinstimmen,

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 . \quad (4.6)$$

Das bedeutet, dass im Prinzip eine definierte Phasenbeziehung der wechselwirkenden Laserstrahlen in Propagationsrichtung gewährleistet sein muß, denn letztendlich resultiert eine nichtverschwindende Phasenfehlanpassung, wie sich im Verlauf dieses Abschnitts zeigen wird, in einer geringen Konversionseffizienz.

Im Fall der Frequenzverdopplung kollinear Laserstrahlen wird die Phasenfehlanpassung in Abhängigkeit von den Wellenzahlen des fundamentalen und des harmonischen Feldes ausgedrückt durch

$$\Delta k = k_{\text{harm}} - 2k_{\text{fund}} . \quad (4.7)$$

In der Praxis unterscheidet man je nach verwendetem Kristallmaterial zwischen verschiedenen Methoden zur Phasenanpassung. Neben der modernen *Quasi-Phasenanpassung* (Abschnitt 4.3.2), die zu ihrer Realisierung eine besondere Konfektionierung des Kristalls („periodische Polung“) voraussetzt, sind vor allem Methoden, die auf Doppelbrechung beruhen, von praktischer Bedeutung. Man unterscheidet je nach Polarisationsbeziehung der beteiligten fundamentalen und der harmonischen Mode zwischen Typ-I und Typ-II-Phasenanpassung, die sich in beiden Fällen über eine Anpassung der Kristalltemperatur und der Einfallswinkel der wechselwirkenden Strahlen erreichen läßt.

Nach einiger Rechnung, die sich z.B. in [33] findet und deswegen hier nicht im Detail angegeben wird, erhält man im Grenzfall schwacher Konversion

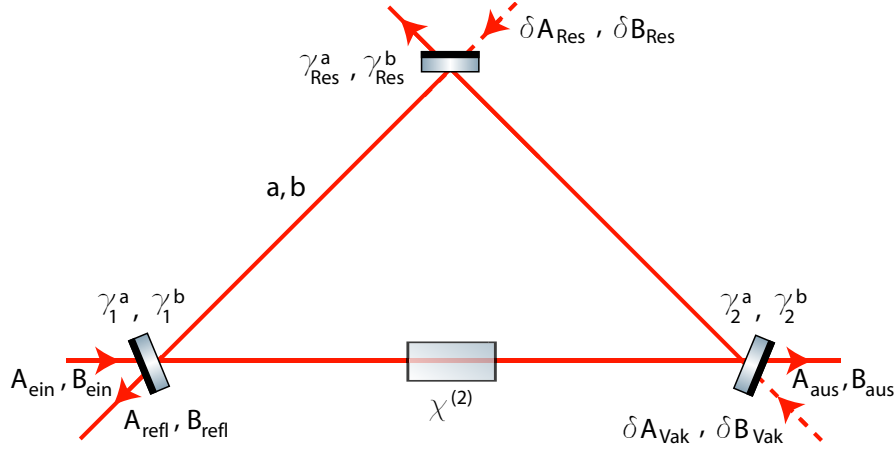
$$I_{\text{harm}}(L) = \Gamma^2 L^2 I_{\text{fund}}^2 \left[ \frac{\sin(\Delta k L / 2)}{(\Delta k L) / 2} \right]^2 \quad \text{mit} \quad \Gamma = \sqrt{\frac{4d_{\text{eff}}^2 \omega^2}{c^3 \varepsilon_0 n_{\omega}^2 n_{2\omega}}} \quad (4.8)$$

für die Intensität des harmonischen Feldes bei einer Phasenfehlanpassung  $\Delta k$  und Interaktionslänge  $L$ . Faßt man Gleichung (4.8) als Funktion der Phasenfehlanpassung  $\Delta k$  auf, zeigt die Intensität für nichtperfekte Phasenanpassung bei Variation der Interaktionslänge  $L$  oszillatorisches Verhalten. Nur bei perfekter Phasenanpassung  $\Delta k = 0$  und unter Ausnutzung der stetigen Fortsetzbarkeit des Kardinalsinus für verschwindendes Argument erhält man für die Intensität des harmonischen Feldes eine in  $L$  quadratische Funktion

$$I_{\text{harm}}(L) \Big|_{\Delta k=0} = \Gamma^2 L^2 I_{\text{fund}}^2 \quad (4.9)$$

und damit eine kontinuierliche Verstärkung. Bei perfekter Phasenanpassung steigt die Feldstärke des harmonischen Feldes linear, die Intensität quadratisch mit der Kristall-Interaktionslänge des fundamentalen Feldes.

Ähnliche Resultate erhält man unter Annahme Gaußscher Strahlen. Die Gleichung (4.6)



**Abbildung 4.2.:** Modellsystem zur theoretischen Beschreibung von „intra cavity“ Frequenzverdopplung und optischer parametrischer Verstärkung. Diese nichtlinearen Prozesse beruhen auf den Eigenschaften eines nichtlinearen Mediums ( $\chi^{(2)}$ ). Den Grad der Kopplung der internen Lichtfelder ( $a, b$ ) an die externen Lichtfelder ( $A, B$ ), Vakuumfluktuationen und Verluste ( $\delta A, \delta B$ ) spiegeln die entsprechenden Kopplungskonstanten  $\gamma$  wieder.

für die Wellenvektoren der beteiligten Felder nimmt für diesen Fall die Gestalt  $\vec{k}_3 \gtrsim \vec{k}_1 + \vec{k}_2$  an. Für die Harmonische Leistung erhält man, anders als in Gleichung (4.9), ein *lineares* Anwachsen mit der Interaktionslänge [23].

### 4.2.3. „Intra-Cavity“ Frequenzverdopplung

Eine gängige Methode zur Erzielung genügend großer Feldstärken zur Ausnutzung von auf nichtlinearer Licht-Kristall-Wechselwirkung beruhender Effekte ist der Einsatz optischer Resonatoren. Es soll im Folgenden ein Formalismus abgeleitet werden, der die Dynamik von nichtlinearen Resonatoren zur Frequenzverdopplung und zur optischen parametrischen Verstärkung beschreibt.

Der dem betrachteten System zugrundeliegende Hamiltonoperator [34] ist von der Form

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\omega_1\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_2\hat{b}^\dagger\hat{b} + \frac{i\hbar\kappa}{2} \left( (\hat{a}^\dagger)^2\hat{b} - \hat{a}^2\hat{b}^\dagger \right) + \\ & + i\hbar(E_1\hat{a}_1^\dagger e^{-i\omega_1 t} + E_2\hat{a}_2^\dagger e^{-i\omega_2 t} - \text{h.c.}) + \\ & + \hat{a}_1\hat{\Gamma}_1^\dagger + \hat{a}_1^\dagger\hat{\Gamma}_1 + \hat{a}_2\hat{\Gamma}_2^\dagger + \hat{a}_2^\dagger\hat{\Gamma}_2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

mit je einem Term zur Beschreibung der fundamentalen ( $\omega_1, \hat{a}$ ) und der harmonischen ( $\omega_2, \hat{b}$ ) Mode. Hinzu kommt ein Wechselwirkungsterm, in dem auch der Kopplungsparameter  $\kappa$  auftaucht, der in erster Linie von der zugrundeliegenden Suszeptibilität zweiter Ordnung abhängt. Ferner tauchen die Amplituden  $E_i$  der treibenden Felder, sowie die korrespondierenden Operatoren  $\Gamma_i$  auf, mit denen Resonatorverluste durch Kopplung an ein Wärmebad modelliert werden sollen. Das vorliegende Problem kann in aller Strenge auf Grundlage der *Mastergleichung* bzw. der *Fokker-Planck-Gleichung* [34] behandelt werden. An dieser Stelle soll jedoch ein anderer Lösungsweg skizziert werden.

Die *Quanten Langevin Gleichung*, deren Ausarbeitung auf C. W. GARDINER und M. J. COLLETT [35] zurückgeht, liefert die Bewegungsgleichungen [36]

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\hat{a} &= -\gamma_a\hat{a} + \kappa\hat{a}^\dagger\hat{b} + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}\hat{A}_{\text{ein}} + \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^a}\delta\hat{A}_{\text{Vak}} + \sqrt{2\gamma_{\text{Res}}^a}\delta\hat{A}_{\text{Res}}, \\ \frac{d}{dt}\hat{b} &= -\gamma_b\hat{b} + \frac{\kappa}{2}\hat{a}^2 + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^b}\hat{B}_{\text{ein}} + \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^b}\delta\hat{B}_{\text{Vak}} + \sqrt{2\gamma_{\text{Res}}^b}\delta\hat{B}_{\text{Res}}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Die Operatoren  $\hat{A}_{\text{ein}}$ ,  $\hat{B}_{\text{ein}}$  beschreiben die Eingangsfelder. Die Wechselwirkung des Resonators mit der Umgebung geschieht über die mit  $\delta$  gekennzeichneten Fluktuationsterme, wobei  $\delta A_{\text{Vak}}$ ,  $\delta B_{\text{Vak}}$  einkoppelndes Vakuum am Auskoppelspiegel und  $\delta A_{\text{Res}}$ ,  $\delta B_{\text{Res}}$  durch resonatorinterne Verluste einkoppelndes Vakuum darstellen. Die Parameter  $\gamma$  tragen der Ein-, bzw. Auskoppelrate ( $\gamma_{\text{ein}}$ ,  $\gamma_{\text{aus}}$ ), sowie den internen Verlusten ( $\gamma_{\text{Res}}$ ) des Resonators Rechnung und können auch als Zerfallsrate aufgefaßt werden. Für die Resonatorverluste besteht im Grenzfall großer Spiegelreflektivitäten über die Beziehung  $\gamma_i = T_i/(2\tau)$  ein Zusammenhang mit der Transmission  $T$  und der Umlaufzeit  $\tau$  des Lichts im Resonator. Eine grafische Darstellung dieses Modellsystems samt der auftretenden Größen und deren Zusammenhang wird in Abbildung 4.2.3 geliefert.

Vernachlässigt man an dieser Stelle alle Fluktuationsoperatoren, nimmt ein verschwindendes harmonisches Pumpfeld  $\hat{B}_{\text{ein}} = 0$  an und geht bei den verbleibenden Operatoren zu Erwartungswerten über, ergibt sich ein klassisches Gleichungssystem für die Frequenzverdopplung:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= -\gamma_a\alpha + \varepsilon\alpha\beta + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}A_{\text{ein}}, \\ \dot{\beta} &= -\gamma_b\beta - \frac{\varepsilon}{2}\alpha^2.\end{aligned}\quad (4.12)$$

In der Praxis wird  $\gamma_{\text{aus}}^b$  sehr groß gewählt,  $\gamma_b \approx \gamma_{\text{aus}}^b$  wird durch den Auskoppelspiegel dominiert und die Verluste im Resonator für das Pumplicht werden möglichst klein gehalten:  $\gamma_b \gg \gamma_a$ . Die größere Zerfallsrate der harmonischen Mode legitimiert eine adiabatische Elimination von  $\beta$ , so dass nach Einsetzen lediglich die Gleichung

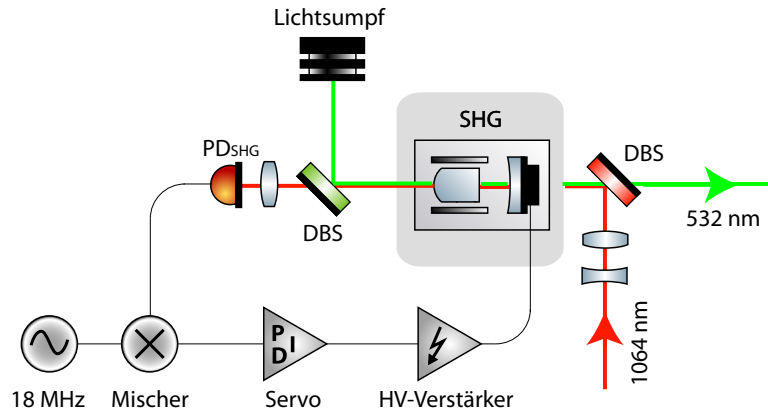
$$\dot{\alpha} = -\left(\gamma_a + \frac{\varepsilon^2\alpha^2}{2\gamma_b}\right)\alpha + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}A_{\text{ein}}\quad (4.13)$$

verbleibt. Die Zerfallsrate des Resonators hat im Vergleich zum leeren Resonator um den Term  $\varepsilon^2\alpha^2/(2\gamma_b)$ , der die nichtlinearen Verluste der fundamentalen Mode durch energetische Kopplung mit der harmonischen Mode beschreibt, zugenommen.

Eine stationäre Lösung läßt sich unter Anwendung der Randbedingungen  $B_{\text{aus}} = \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^b}\beta$  und  $A_{\text{ein}} = \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}\alpha$  und für den Grenzfall  $\gamma_{\text{aus}}^b = \gamma_b$  finden: man gelangt schließlich zur Beziehung

$$B_{\text{aus}} = \frac{\kappa\alpha^2}{\sqrt{2\gamma_b}}\quad (4.14)$$

mit deren Hilfe sich die harmonische Ausgangsamplitude  $B_{\text{aus}}$  bei bekannter fundamentaler Eingangsamplitude  $A_{\text{ein}}$  gewinnen läßt. Diese erhält man über den Umweg der resonatorinternen kohärenten Amplitude  $\alpha$ , die sich durch Nullsetzen der Gleichung (4.13)



**Abbildung 4.3.:** Schematische Darstellung der Frequenzverdopplungsstufe (SHG) mit der Regelungselektronik zur Resonatorlängenstabilisierung. Der infrarote Strahl ist mithilfe eines EOMs bei einer Seitenbandfrequenz von 18 MHz phasenmoduliert worden, um eine Pound-Drever-Hall Regelung des SHG-Resonators zu ermöglichen. Dichroitische Strahlteiler (DBS) trennen den infraroten vom grünen Laserstrahl.

und Lösung der resultierenden kubischen Gleichung bestimmen läßt. Demnach ist die Konversionseffizienz

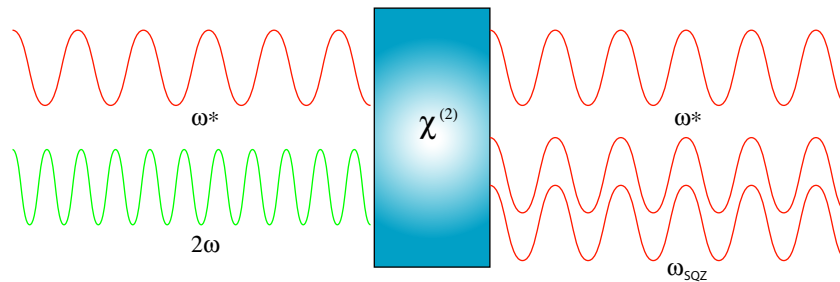
$$\eta_{\text{Konv}} = \frac{\hbar 2\omega_1}{\hbar\omega_1} \frac{B_{\text{aus}}^2}{A_{\text{ein}}^2} = 2 \frac{B_{\text{aus}}^2}{A_{\text{ein}}^2} \quad (4.15)$$

eine Funktion der Nichtlinearität des Kristalls, der Einkoppelrate der fundamentalen Mode, sowie der Resonatorzerfallsraten beider interner Moden. Zur effizienten Auskopplung des frequenzverdoppelten Feldes sind die Kopplerreflektivitäten sorgfältig zu wählen.

#### 4.2.4. Die Frequenzverdopplungsstufe im Experiment

Die für den Betrieb der PPKTP-Quetschlichtquelle zur Bereitstellung des Pumpfeldes benötigte Frequenzverdopplungsstufe konnte vollständig aus der Infrastruktur des Vorgängerexperiments übernommen werden. Ihre Eigenschaften sollen an dieser Stelle lediglich skizziert werden.

Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt. Als nichtlineares Medium ist ein zu 7% magnesiumdotierter Lithiumniobatkristall ( $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ ) in einer halb-monolithischen („hemilithischen“) Resonatorkonfiguration zum Einsatz gekommen. Als Pumpfeld diente ein Teil des ungefilterten, mit Phasenmodulationsseitenbändern bei 18 MHz versehenen infraroten Laserstrahls. Die Stabilisierung der Resonatorlänge der SHG ist nach der POUND-DREVER-HALL-Methode (vgl. Abschnitt 3.4.3) erfolgt. Es ist eine Typ-I Temperaturphasenanpassung realisiert worden; d.h. die Phasenfehlanspassung (vgl. Gleichung (4.7)) ist als Funktion der Temperatur bei orthogonaler Polarisation zwischen harmonischem und fundamentalem Feld durch Heizen des Kristalls minimiert worden. Den Zusammenhang zwischen Phasenfehlanspassung und Kristalltemperatur stellt



**Abbildung 4.4.:** Schema der optischen parametrischen Verstärkung. Vakuum ( $\omega^*$ ) und Pumpfeld ( $2\omega$ ) werden aufgrund von nichtlinearer Licht-Materie-Wechselwirkung in ein gequetschtes Feld bei der doppelten Pumpwellenlänge ( $\omega_{SQZ}$ ) konvertiert.

die *Sellmeiergleichung* [37] her. Phasenanpassung und damit optimale Konversion ist bei einer Temperatur von ca.  $67^\circ\text{C}$  erreicht worden. Bei einer Eingangsleistung von ca. einem Watt infraroten Laserlichts sind von der Frequenzverdopplerstufe ungefähr 600 mW grünes Laserlicht erzeugt worden. Weitere Details zur eingesetzten SHG finden sich in [2].

### 4.3. Erzeugung gequetschten Lichts

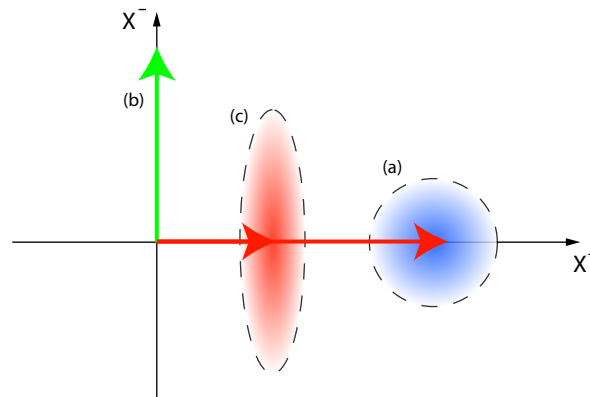
Die im vorherigen Abschnitt diskutierte Frequenzverdopplung gehört zur Klasse der Prozesse der *Aufwärtskonversion*: es findet eine Konversion zweier Wellen niedriger Frequenz in eine Welle höherer Frequenz statt.

Komplementär dazu gehört der Prozeß, der der Erzeugung gequetschten Laserlichts zugrunde liegt, zur Klasse der *Abwärtskonversion*, bei der eine Konversion von hoher zu niedriger Frequenz stattfindet, was in Abbildung 4.4 anschaulich dargestellt ist. Im Photonenbild läßt sich dies als Erzeugung zweier Photonen niedriger Energie aus einem einzelnen (Pump-)Photon hoher Energie verstehen.

#### 4.3.1. Optische parametrische Verstärkung

Bei der parametrischen Verstärkung fällt ein schwaches Signal der Frequenz  $\omega_1$  zusammen mit einem intensiven Pumpfeld der Frequenz  $\omega_3$  auf einen nichtlinearen Kristall. Durch Wechselwirkung der beiden Felder entsteht ein Feld bei der Differenzfrequenz  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$  („idler“), das sich nun seinerseits mit dem Pumpfeld mischt; Die dabei entstehende Differenzfrequenz  $\omega_3 - \omega_2$  entspricht aber gerade der Frequenz des ursprünglichen Signals, welches bei phasenrichtiger Überlagerung von Signal- und Pumpfeld verstärkt wird. Da sich die beiden Prozesse gegenseitig aufschaukeln, kommt es zu einem exponentiellen Wachstum der beiden Differenzfrequenzen. Im Gegensatz zur Verstärkung bei einem besetzungsinvertierten Lasersystem ist dieser Verstärkungsprozeß nicht auf resonante Übergänge angewiesen, kann also bei beliebigen Frequenzen auftreten.

Für die vorliegende Arbeit ist ausschließlich der entartete Fall von Bedeutung. Das heißt, das Pumpfeld besitzt gerade die doppelte Frequenz des Signalfeldes:  $\omega_3 = 2\omega_1$ , womit die Signal- und Idler-Frequenzen zusammenfallen,  $\omega_2 = \omega_1$ . Anders als bei der Aufwärtskon-



**Abbildung 4.5.:** *Optische parametrische Verstärkung im Quanten-Phasorenbild. Alle Anteile des kohärenten Zustands (a), die mit dem Pumpfeld (b) in Phase sind, werden verstärkt. Alle gegenphasigen Anteile werden abgeschwächt. Diese Abschwächung wirkt sich als Quetschen auf den Rauschkreis aus, aus dem kohärenten Zustand wird ein heller, bezüglich der Amplitudenquadratur gequetschter Zustand (c).*

version existiert bei einigen Abwärtskonversionsprozessen eine Schwelle für die Pumpenergie, unter der keine Konversion stattfindet. Diese Prozesse werden als optische parametrische Oszillation (OPO) bezeichnet.

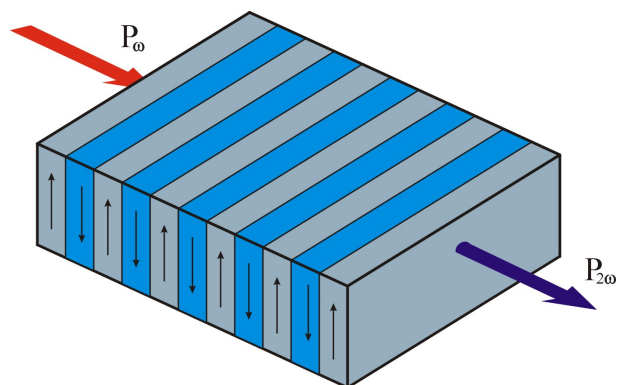
Bei der gegenphasigen Überlagerung von Signal- und Pumpfeld findet im optischen parametrischen Verstärker gerade eine Abschwächung der Signalamplitude statt. Darüberhinaus wirkt sich die Abschwächung auf das Rauschen in der entsprechenden Quadratur aus. Auf diese Weise erzeugt der optische parametrische Verstärker amplitudengequetschtes Licht. Abbildung 4.5 Veranschaulicht diesen Vorgang im Phasorenbild.

#### 4.3.2. Periodische Polung und Quasi-Phasenanpassung

Auf die Notwendigkeit einer Phasenanpassung in nichtlinearen Resonatoren ist bereits im Zusammenhang mit der Frequenzverdopplung in Abschnitt 4.2.2 eingegangen worden. Bei der Phasenanpassung durch Ausnutzung doppelbrechender Eigenschaften nichtlinearer Kristalle handelt es sich um ein traditionelles, nach wie vor sehr erfolgreiches Konzept der nichtlinearen Optik. Speziell bei der Erzeugung gequetschten Lichts in optischen parametrischen Verstärkern [1].

Nichtsdestotrotz bringt die Doppelbrechungsphasenanpassung (BPM) einige schwerwiegende Nachteile mit sich: Der Phasenanpassungsbereich hängt von den doppelbrechenden und dispersiven Eigenschaften des Kristalls ab. Darüberhinaus variieren die effektiven nichtlinearen Koeffizienten mit den Propagationsrichtungen und der Polarisierung der im Kristall wechselwirkenden Lichtfelder. Der betragsmäßig größte nichtlineare Koeffizient  $d_{33}$  für Zweiwellenmischung ist mit den Methoden der BPM nicht nutzbar, da alle wechselwirkenden Lichtfelder dieselbe Polarisationsrichtung aufweisen müssten.

Die Idee einer *Quasi-Phasenanpassung* (QPM) von ARMSTRONG ET AL. geht auf das Jahr 1962 zurück [39]. Die hohen technischen Anforderungen bei der Herstellung nichtlinearer quasi-phasenangepaßter Kristalle machten ihre Realisierung jedoch erst zwei Jahrzehnte



**Abbildung 4.6.:** Schema der periodischen Polung eines nichtlinearen Kristalls [38]. In der Abbildung ist die periodische Richtungsumkehr der positiven Kristallachse mit der Periode  $\Lambda$  angedeutet. Eine Konsequenz der Richtungsumkehr ist der Vorzeichenwechsel des effektiven nichtlinearen Koeffizienten  $d_{\text{eff}}$ . Der periodische Vorzeichenwechsel des Koeffizienten kann eine nichtverschwindende Phasenfehlanpassung  $\Delta k \neq 0$  kompensieren.

später möglich. Das Konzept der Quasi-Phasenanpassung beruht auf einer räumlich-periodischen Schwankung des Betrages der Nichtlinearität im Kristall. Im Fall der QPM herrscht keine echte Phasenanpassung, dennoch werden hohe Konversionseffizienzen erzielt. Durch die Technik der QPM werden nichtlineare Kristallmaterialien erschlossen, in denen sonst gar keine oder nur unter großen Schwierigkeiten eine (kritische) Phasenanpassung realisiert werden könnte. In nicht allzu ferner Zukunft sollen durch QPM Materialien wie z.B. die binäre chemische Verbindung Galliumarsenid (GaAs) für optische Anwendungen erschlossen werden [40], bei der die effektive Nichtlinearität gut eine Größenordnung über der von KTP liegt.

Eine Technik zur Herstellung quasi-phasenangepaßter Kristalle ist die sogenannte *periodische Polung* (PP), bei der eine periodische Orientierungsumkehr der ferroelektrischen Kristalldomänen einen periodischen Vorzeichenwechsel des entsprechenden nichtlinearen Koeffizienten bewirkt. Dies ist in Abbildung 4.6 schematisch dargestellt.

Das gängigste Verfahren zur periodischen Polung von Kristallen ist das Anlegen eines starken elektrischen Feldes von einigen kV/mm an den Kristall mithilfe eines periodischen Musters von Elektroden, die z.B. mittels photolithographischer Methoden aufgebracht werden [38].

Verglichen mit dem Fall perfekter Phasenanpassung läßt sich mit QPM lediglich die  $\frac{2}{\pi}$ -fache Konversionseffizienz erreichen, wie sich im Laufe der folgenden mathematischen Betrachtung zeigen wird. Allerdings erlaubt QPM häufig die Wahl identischer Polarisationsrichtungen aller wechselwirkenden Strahlen, was dazu führen kann, daß ein betragsmäßig größerer nichtlinearer Koeffizient als bei konventioneller auf Doppelbrechung beruhender Phasenanpassung zum Tragen kommt. Bei dem für das zugrundeliegende Experiment verwendeten Kristall, einem aus der Schmelze gezogenen („flux-grown“) periodisch gepolten KTP-Kristall, hergestellt in Israel von der Firma Raicol Crystals Ltd., liegt die effektive Nichtlinearität um einen Faktor drei höher als bei herkömmlichen KTP-Kristallen [38]. Weiterhin kann die Gitterperiode bei der Polung des Kristalls so gewählt werden, daß



**Tabelle 4.1.:** Vergleich nichtlinearer Kristallmaterialien zur Erzeugung gequetschten Lichtes [40].

	MgO:LiNbO <sub>3</sub>	KTP	PPKTP
Nichtlinearität (bulk)	4,3 pm/V	4,5 pm/V	16,9 pm/V
Phasenanpassungstyp	BPM Typ I	BPM Typ II	QPM
Phasenanpassungstemperatur	60-120 °C	60-100 °C	≈35 °C
Verluste bei 1064 nm	0,1 - 1.0 %/cm	0,1- 0,3 %/cm	0,1-0,3%/cm
Verluste bei 532 nm	wenige %/cm	1%/cm	1%/cm
GRIIRA	0,7%/cm	-	-
Zerstörschwelle 1064 nm, 10 ns	250 MW/cm <sup>2</sup>	400 MW/cm <sup>2</sup>	500 MW/cm <sup>2</sup>
Zerstörschwelle 532 nm, 10 ns	50 MW/cm <sup>2</sup>	80 MW/cm <sup>2</sup>	100 MW/cm <sup>2</sup>
Nachteile	GRIIRA stark, Dotierungsinhomogenitäten	grey-tracking, Typ-II-BPM	-

die Phasenanpassungstemperatur in einem bequem zu realisierenden Bereich liegt. Im vorliegenden Fall herrscht Phasenanpassung bei Temperaturen, die etwas über der Raumtemperatur bei ca. 37°C liegen, mit einer Temperatur-Halbwertsbreite von ungefähr 5 °C auf dem Konversionsmaximum. Die Tendenz zu Problemen, die auf photorefraktiven Effekten beruhen, scheint bei PP-Kristallen geringer, da sich solche an den gegensätzlich orientierten Domänen aufheben.

Demgegenüber stehen, neben den Herausforderungen bei der Herstellung von Kristallen hoher Güte, das Auftreten parasitärer Effekte höherer Ordnung und die damit verbundene Erzeugung von ggf. störendem Licht bei verschiedensten Wellenlängen.

Die wichtigsten Eigenschaften von PPTKP als nichtlinearem Kristallmaterial, im direkten Vergleich zu Lithiumniobat und herkömmlichem KTP, sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt worden.

### Mathematische Beschreibung der Quasi-Phasenanpassung

Für eine theoretische Beschreibung der Quasi-Phasenanpassung geht man von den gekoppelten Feldgleichungen aus, die z.B. auch der klassischen Beschreibung der Frequenzverdopplung und der optischen parametrischen Verstärkung zugrundeliegen [41]:

$$\frac{dE_1}{dz} = -\frac{\sigma_1\mu_0c}{2n_1}E_1 - \frac{i\omega_1\mu_0c}{2n_1}d_{\text{eff}}E_2E_1^*e^{-i(k_2-2k_1)z}, \quad (4.16)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = -\frac{\sigma_2\mu_0c}{2n_2}E_2 - \frac{i\omega_2\mu_0c}{2n_2}d_{\text{eff}}^*(E_1)^2e^{i(k_2-2k_1)z}. \quad (4.17)$$

Dieses gekoppelte Differentialgleichungssystem für die wechselwirkenden Felder  $E_j$  in Abhängigkeit von der Interaktionslänge  $z$  beinhaltet weiterhin noch die Frequenzen  $\omega_j$ , die (frequenzabhängigen) Brechungsindizes  $n_j$ , die elektrischen Leitfähigkeiten  $\sigma_j$  und die Wellenzahlen  $k_j$ . Die Indizes  $j \in \{1, 2\}$  bezeichnen dabei für  $j = 1$  die zum fundamentalen Feld und für  $j = 2$  die zum harmonischen Feld gehörigen Größen. Weiterhin treten

noch die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c$  und die Permeabilität des Vakuums  $\mu_0$  auf. Der ebenfalls auftretende effektive nichtlineare Kopplungskoeffizient  $d_{\text{eff}}$  wird nun durch eine räumlich periodische Funktion  $d(z)$  ersetzt, die in eine Fourierreihe entwickelt werden kann,

$$d(z) = d_{\text{bulk}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{im \frac{2\pi}{\Lambda} z}, \quad (4.18)$$

wobei  $\Lambda$  die Periode von  $d(z)$  beschreibt und

$$a_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} dz \frac{d(z)}{d_{\text{bulk}}} e^{-im \frac{2\pi}{\Lambda} z} \quad (4.19)$$

gilt. Die Feldgleichungen lauten nach Einsetzen von (4.18)

$$\frac{dE_1}{dz} = -\frac{\sigma_1 \mu_0 c}{2n_1} E_1 - \frac{i\omega_1 \mu_0 c}{2n_1} d_{\text{bulk}} E_2 E_1^* \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{i\Delta k z}, \quad (4.20)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = -\frac{\sigma_2 \mu_0 c}{2n_2} E_2 - \frac{i\omega_2 \mu_0 c}{2n_2} d_{\text{bulk}}^* (E_1)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{-i\Delta k z}, \quad (4.21)$$

mit der Ersetzung  $\Delta k = m \frac{2\pi}{\Lambda} - (k_2 - 2k_1)$ . Es herrscht genau dann Phasenanpassung, wenn die Bedingung

$$\Delta k = m \frac{2\pi}{\Lambda} - (k_2 - 2k_1) = 0, \quad m \in \mathbb{N} \quad (4.22)$$

erfüllt ist.

In der Praxis soll eine Vorzeichenänderung von  $d_{\text{bulk}}$  nach einer halben Periode  $\Lambda$  erfolgen, was auf den Ansatz

$$a_m = i \left( \frac{1 - \cos(m\pi)}{m\pi} \right), \quad m \neq 0 \quad (4.23)$$

führt. Für den Fall  $m = 1$  folgt

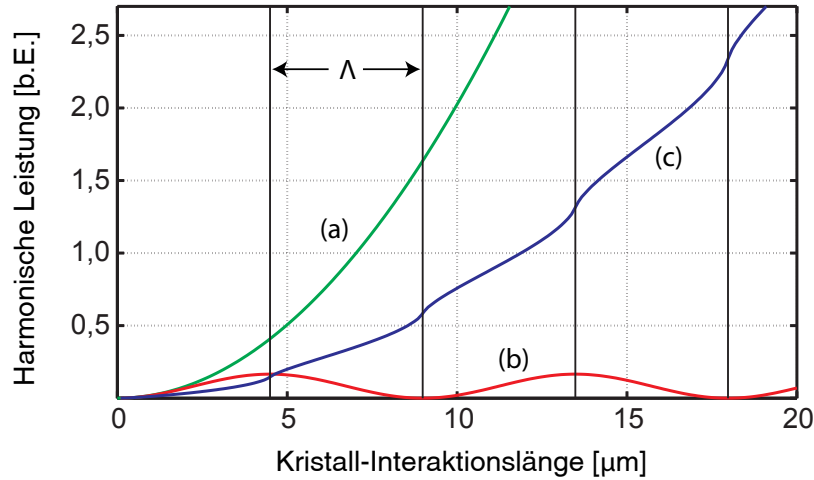
$$d_{\text{eff}} = a_m d_{\text{bulk}} = \frac{2}{\pi} d_{\text{bulk}}. \quad (4.24)$$

Im Prinzip liefern quasi-phasenangepaßte nichtlineare Resonatoren unter der Voraussetzung einer größeren Interaktionslänge dieselbe Konversionseffizienz wie ideal phasengepaßte Systeme mit  $\Delta k = 0$ .

Eine Umkehrung der Kristallachse hat eine Vorzeichenänderung des nichtlinearen Koeffizienten  $d_{\text{eff}}$  zur Folge. Diese periodische Vorzeichenänderung kann eine nichtverschwindende Phasenfehlanpassung kompensieren: jedesmal, wenn die Amplitude des erzeugten Feldes abzunehmen beginnt, wechselt das Vorzeichen und bewirkt ein monotones Steigen der Amplitude über der Interaktionslänge im nichtlinearen Medium.

Für die Frequenzverdopplung läßt sich die Amplitude des harmonischen Feldes nach der Interaktionslänge  $z = L$  angeben:

$$\begin{aligned} E_2(L) &= -\frac{\omega_2 \mu_0 c}{2n_2} d_{\text{bulk}} (E_1)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(m\pi)}{m\pi} \int_0^L dz e^{-i\Delta k z} \\ &= -\frac{\omega_2 \mu_0 c}{2n_2} d_{\text{bulk}} (E_1)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(m\pi)}{m\pi} e^{i \frac{\Delta k L}{2}} \frac{\sin(\Delta k L/2)}{\Delta k L/2}. \end{aligned} \quad (4.25)$$



**Abbildung 4.7.:** Vergleich der im Frequenzverdopplungsbetrieb erzielten Konversion bei Doppelbrechungs- und bei Quasi-Phasenanpassung [40] bei vergleichbaren Kristall-Nichtlinearitäten. Die Kurve (a) repräsentiert den perfekt Doppelbrechungs-phasenangepassten Fall ( $\Delta k = 0$ ), Kurve (b) den entsprechenden nicht-phasenangepassten Fall ( $\Delta k \neq 0$ ). Die Kurve (c) schließlich beschreibt die Konversion bei quasi-Phasenanpassung ( $\Delta k = 0$  für  $m = 1$ ). Die durchgezogenen vertikalen Linien deuten Grenzen zwischen zwei gegensätzlich gepolten ferroelektrischen Domänen mit Periodenlänge  $\Lambda = 9 \mu\text{m}$  an.

Durch Bildung des Betragsquadrates  $|E_2|^2$  erhält man die Leistung als Funktion der Interaktionslänge, die in Abbildung 4.7 graphisch dargestellt worden ist.

#### 4.3.3. Theoretisches Modell eines optischen parametrischen Verstärkers

Basierend auf dem in Abschnitt 4.2.3 angegebenen Gleichungssystem (4.11) für die Dynamik nichtlinearer Resonatoren soll eine Beschreibung der resonatorinternen optischen parametrischen Verstärkung hergeleitet werden. Die Darstellung erfolgt in Anlehnung an [36].

Zur Vereinfachung wird eine rein klassische Resonatorpumpmode  $b$  angenommen und mit dem Kopplungskoeffizienten  $\kappa$  zur nichtlinearen Verstärkung  $g$  zusammengefasst:

$$\frac{d}{dt}\hat{a} = -\gamma_a\hat{a} + g\hat{a}^\dagger + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}\hat{A}_{\text{ein}} + \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^a}\delta\hat{A}_{\text{Vak}} + \sqrt{2\gamma_{\text{Verl}}^a}\delta\hat{A}_{\text{Verl}}. \quad (4.26)$$

Die klassische resonatorinterne Photonenzahl läßt sich abschätzen, indem man  $\frac{d}{dt}\hat{a} = 0$  und  $\langle a \rangle = \alpha$  annimmt, die Eingangsamplitude  $\bar{A}_{\text{ein}}$  kann o.B.d.A. reell gewählt werden. Man erhält

$$\alpha = \frac{\sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}(1 + g/\gamma_a)}{\gamma_a(1 - |g|^2/\gamma_a^2)}\bar{A}_{\text{ein}} \quad (4.27)$$

für  $g < \gamma_a$ , was gerade dem Betrieb eines optischen parametrischen Verstärkers unterhalb der Schwelle zur Oszillation entspricht.

Die Amplitude des transmittierten Feldes lässt sich mithilfe der Randbedingungen  $\bar{A}_{\text{aus}} = \alpha\sqrt{2\kappa_{a_{\text{aus}}}}$  schreiben als

$$\bar{A}_{\text{aus}} = \frac{2\sqrt{\gamma_{a_{\text{aus}}}\gamma_{a_{\text{ein}}}}(1 + g/\gamma_a)}{\gamma_a(1 - |g|^2/\gamma_a^2)}\bar{A}_{\text{ein}}, \quad (4.28)$$

woraus sich nach der Ersetzung  $g/\gamma_a = \bar{B}/|\bar{B}_{\text{PS}}|$  und durch Quadrieren das Verhältnis der Ausgangsleistungen mit und ohne Verstärkung in Abhängigkeit von der Pumpamplitude  $\bar{B}$  relativ zur Pumpschwelle  $\bar{B}_{\text{PS}}$  angeben lässt, was gerade der regenerativen Verstärkung des parametrischen Prozesses entspricht:

$$\frac{\bar{P}_{\text{aus}}}{\bar{P}_{\text{aus}}(g=0)} = \frac{(1 + \bar{B}/|\bar{B}_{\text{PS}}|)^2}{(1 - |\bar{B}/\bar{B}_{\text{PS}}|^2)^2}. \quad (4.29)$$

Man erhält Verstärkung für den Fall einer reellen, positiven Phase und dementsprechend Abschwächung für eine reelle, aber negative Phase des Pumpfeldes  $\bar{B}$ , was in Abbildung 4.8 graphisch dargestellt worden ist.

Diese einfache Theorie vermag keine korrekte Beschreibung der Erzeugung gequetschten Vakuums zu liefern. Sie geht von einer Einkopplung des Signals durch den Resonatorspiegel höherer Reflektivität aus, weswegen die erreichbare Abschwächung auf ein Viertel der Eingangsleistung beschränkt ist. Zudem trägt sie der Tatsache, dass die Verstärkung der einen Quadratur grundsätzlich mit der Abschwächung der anderen Quadratur einhergeht keine Rechnung. Trotzdem besitzt die Gleichung (4.29) einige praktische Relevanz. Bei der Justage des Pumpfeldes kann zur Optimierung dessen Einkopplung in den nichtlinearen Resonator auf eine Abschwächung des Kontrollfeldes justiert werden. Das Erreichen einer Abschwächung auf ein Viertel der Kontrollfeld-Eingangsleistung stellt den Fall der perfekten Justage dar. Der Grad der erzielten Abschwächung ist also ein Indiz für die Qualität der Justage. Auf diese Methode wird in Abschnitt 4.5.1 eingegangen.

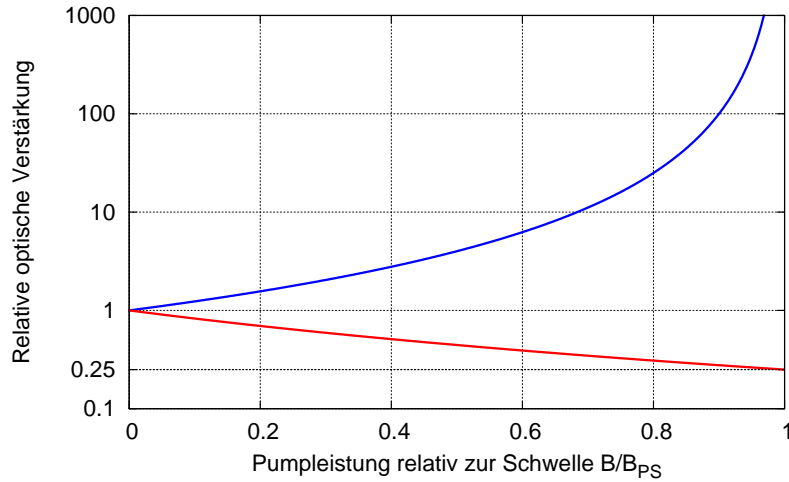
Eine korrekte Beschreibung im Hinblick auf die Zusammenhänge zwischen Amplituden- und Phasenquadratur des Lichts liefert eine quantenmechanische Analyse, ausgehend von den Bewegungsgleichungen für die Quadraturfluktuationen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\delta\hat{X}_a^+ &= (g - \gamma_a)\delta X_a^+ + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}\delta X_{\text{ein}}^+ + \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^a}\delta X_{\text{Vak}}^+ + \sqrt{2\gamma_{\text{Verl}}^a}\delta X_{\text{Verl}}^+, \quad (4.30) \\ \frac{d}{dt}\delta\hat{X}_a^- &= -(g + \gamma_a)\delta X_a^- + \sqrt{2\gamma_{\text{ein}}^a}\delta X_{\text{ein}}^- + \sqrt{2\gamma_{\text{aus}}^a}\delta X_{\text{Vak}}^- + \sqrt{2\gamma_{\text{Verl}}^a}\delta X_{\text{Verl}}^-. \end{aligned}$$

Aus diesen lassen sich mithilfe der Randbedingungen des nichtlinearen Resonatormodesll [36] die Quadraturamplituden  $\hat{X}_{\text{aus}}^+$  und  $\hat{X}_{\text{aus}}^-$  bestimmen, aus denen sich Fourierspektren der Form

$$\begin{aligned} V_{\text{aus}}^+ &= \frac{1}{4} + \eta_{\text{det}}\eta_{\text{ak}}\frac{(g/\gamma_a) + (\gamma_{\text{ein}}^a/\gamma_a)(V_{\text{ein}}^+ - 1)}{\omega^2/\gamma_a^2 + (1 - g/\gamma_a)^2}, \\ V_{\text{aus}}^- &= \frac{1}{4} + \eta_{\text{det}}\eta_{\text{ak}}\frac{-(g/\gamma_a) + (\gamma_{\text{ein}}^a/\gamma_a)(V_{\text{ein}}^- - 1)}{\omega^2/\gamma_a^2 + (1 + g/\gamma_a)^2} \end{aligned} \quad (4.31)$$

mit der Detektionseffizienz  $\eta_{\text{det}}$ , in die auch die Propagationsverluste einfließen, und der Auskoppelleffizienz  $\eta_{\text{ak}} = \gamma_{\text{aus}}^a/\gamma_a$  gewinnen lassen. Die Auskoppelleffizienz ist ein wichtiges Kriterium für die Konstruktion effizienter Quetschlichtquellen. Sie lässt sich durch



**Abbildung 4.8.:** *Klassische Verstärkung des Kontrollfeldes im optischen parametrischen Verstärker. Die blaue Kurve beschreibt die Leistungsverstärkung im Fall der gleichphasigen Überlagerung von Kontroll- und Pumpfeld. Die rote Kurve beschreibt die Abschwächung bei gegenphasiger Überlagerung. Die theoretische Verstärkung geht für Pumpleistungen nahe der Pumpschwelle gegen unendlich. Im „antiverstärkenden“ Betriebsmodus ist bei der Abschwächung des Kontrollfeldes auf  $1/4$  der Eingangsleistung das theoretische Maximum erreicht, was auf den für das Signalfeld stark unterkoppelten Resonator zurückzuführen ist.*

eine Erhöhung des Auskoppelgrades für die fundamentale Mode bei gleichzeitiger Minimierung aller internen Verlustmechanismen optimieren. Dies ist kein triviales Problem: der Wert des Auskoppelgrades  $\gamma_{\text{aus}}^a$  kann nicht beliebig vergrößert werden, da, falls die Gesamtzerfallsrate des optischen Resonators  $\gamma_a$  zu groß wird, die Pumpraten zum Erzielen nichtlinearer Verstärkung praktisch nicht mehr realisierbar sind.

Für den Fall quantenrauschlimitierter Eingangsfelder,  $V_{\text{ein}}^{\pm} = 1$ , oder schwacher Einkopplung,  $\gamma_a \gg \gamma_{\text{ein}}^a$ , ist der zweite Term im Nenner vernachlässigbar klein. Zusammen mit der Ersetzung  $\bar{B}/|\bar{B}_{PS}|$  erhält man die übersichtlicheren Ausdrücke

$$\begin{aligned} V_{\text{aus}}^+ &= \frac{1}{4} + \eta_{\text{det}} \eta_{\text{ak}} \frac{\bar{B}/|\bar{B}_{PS}|}{\omega^2/\gamma_a^2 + (1 - \bar{B}/|\bar{B}_{PS}|)^2}, \\ V_{\text{aus}}^- &= \frac{1}{4} - \eta_{\text{det}} \eta_{\text{ak}} \frac{\bar{B}/|\bar{B}_{PS}|}{\omega^2/\gamma_a^2 + (1 + \bar{B}/|\bar{B}_{PS}|)^2}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Spektren dieser Form finden sich bei verschiedenen Autoren, [36, 41–43]. Sie können, bei hinreichender Kenntnis der zugrundeliegenden Parameter, erfolgreich zur Abschätzung des von einer Quetschlichtquelle erzeugten Squeezings eingesetzt werden.

Die Auskoppelleffizienz und die Nichtlinearität des Kristalls sind die bestimmenden Faktoren für den maximal erreichbaren Squeezinggrad. Für das Pumpfeld gilt zur Erzeugung optimalen Squeezings  $|\bar{B}/\bar{B}_{PS}| \rightarrow \pm 1$ . Für den Fall  $|\bar{B}/\bar{B}_{PS}| \rightarrow -1$ , was einem Phasenunterschied zwischen Kontroll- und Pumpfeld von  $\Delta\phi = \pi$  entspricht, erhält man eine Abschwächung im Spektrum der Amplitudenquadratur und somit Amplitudensqueezing. Entsprechend beobachtet man für  $|\bar{B}/\bar{B}_{PS}| \rightarrow +1$  eine Verstärkung der Amplitudenqua-

dratur zusammen mit Squeezing im Phasenquadraturspektrum. Eine weitere Interessante Eigenschaft der Gleichungen (4.32) ist, dass sie Zustände minimaler Unschärfe repräsentieren,  $V_{\text{aus}}^+ V_{\text{aus}}^- = 1/16$ . Dies gilt jedoch nur für den Fall, dass  $\eta_{\text{det}} \cdot \eta_{\text{ak}} = 1$  ist. Die Abweichung vom Zustand minimaler Unschärfe hängt also von den auftretenden Verlusten ab.

Anders als beim klassischen Modell in Gleichung (4.29) ist im quantenmechanischen in Gleichung (4.32) die Abschwächung einer Quadratur unbeschränkt. Es kann für verlustfreie Systeme theoretisch eine Abschwächung von Signalen bis auf den Wert null erfolgen. Diese Eigenschaft des quantenmechanischen Modells gilt jedoch ausschließlich für Vakuum, welches durch den Auskoppelspiegel mit der Koppelrate  $\gamma_{\text{aus}}$  in das System gelangt. Signale, die durch den Einkoppelspiegel auf der „Rückseite“ in das System gelangen, werden wie im klassischen Modell, bestenfalls auf 1/4 ihrer Eingangsleistung abgeschwächt, (vgl. Gleichung (4.31)).

## 4.4. Konstruktionsmerkmale des PPKTP-Ofens

Das Kernstück des Squeezing-Experiments, der nichtlineare Kristall, benötigt für seinen Einsatzzweck als Quetschlichtquelle einen optischen Resonator (vgl. Abbildung 4.9), sowie zur Gewährleistung der Phasenanpassung eine Umgebung konstantgehaltener „Betriebstemperatur“. Für diese Art von Gehäusen für Quellen gequetschten Lichts hat sich die Bezeichnung „Ofen“ etabliert.

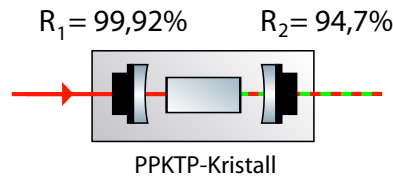
Im Folgenden wird die Planung und Realisierung eines solchen Kristallofens beschrieben, welcher eben diese beiden Voraussetzungen erfüllt und die Erzeugung gequetschten Lichts auf hinreichenden Zeitskalen zur Durchführung weiterer Experimente gewährleistet.

### 4.4.1. Anforderungen an die Funktionalität

Die für die vorliegende Arbeit verwendeten periodisch gepolten KTP-Kristalle stellen deutlich andere Anforderungen an Temperatur und Geometrie der wechselwirkenden Laserstrahlen als die bislang eingesetzten Lithiumniobatkristalle. Die Temperatur optimaler Konversion liegt mit ca. 37°C etwas über Raumtemperatur und reagiert weitaus weniger sensibel auf Abweichungen als im Falle einer temperaturabhängigen Phasenanpassung, wie z.B bei MgO:LiNbO<sub>3</sub>. Demnach werden keine großen Anforderungen an die Kristallheizung und auf die thermische Isolation gegenüber der Umgebung gestellt.

Simulationen haben gezeigt, daß optimales Squeezing mit Strahltaillen im Bereich von 50 µm bis 60 µm erreicht werden kann (vgl. Abschnitt 4.4.2). Die Luftspatllänge und deren Einstellbereich, damit auch der Radius der Strahltaille im Kristall, ist maßgeblich durch das Design des Ofens bestimmt. Bei einem Krümmungsradius beider Resonatorspiegel von 25 mm und zentriertem Kristall sollte sie, für optimales Squeezing und genügendem Abstand zur Resonator-Instabilitätsgrenze, auf einen Bereich von ca. 15 mm bis 17 mm Luftspalt ausgelegt sein. Weiterhin soll der Ofen einen festen (und stabilen) Abstand der Resonatorspiegel gewährleisten, sich also quasimonolithisch verhalten.

Ein weiteres wichtiges Kriterium ist die möglichst gute Justierbarkeit, die ein Ofen in der Praxis gewährleisten sollte. Gegenüber den bisher eingesetzten Öfen sollen insbesondere



**Abbildung 4.9.:** Schematische Zeichnung des nichtlinearen Resonators. Der PPKTP-Kristall wird von zwei Resonatorspiegeln eingefaßt, deren Reflektivitäten im Hinblick auf eine optimale Auskoppel-effizienz sorgfältig ausgewählt wurden. Ausschließlich Licht der Wellenlänge 1064 nm wird resonant überhöht.

bei der Justage der Kopplerplatten Freiheitsgrade unabhängig voneinander justiert werden können, die „Höhe“ also beispielsweise bei gleichzeitiger Einstellbarkeit der „Seite“ festgesetzt werden, um ein „Abrastern“ zu ermöglichen.

#### 4.4.2. Simulationen

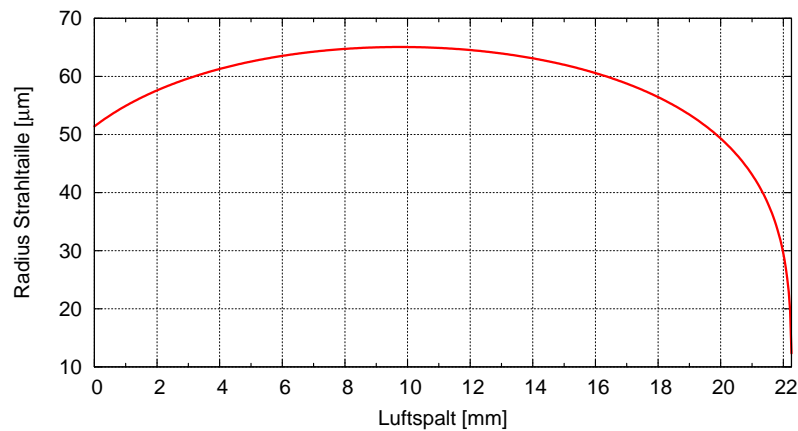
Mithilfe der Interferometer-Simulationssoftware *FINESSE* [15, 30] sind Berechnungen zu dem zum neuen Ofen gehörigen optischen Resonator angestellt worden. Bei gegebener Spiegelkrümmung und Brechungsindex im nichtlinearen Kristall sollte die Strahltaile als Funktion des Luftspalts zwischen Kristallstirnfläche und Resonatorspiegel ermittelt werden. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Der Quelltext befindet sich im Anhang D.

Die Berechnungen haben ergeben, daß der Resonator bis zu einer Luftspaltlänge von 22,26 cm stabil ist, was einem Abstand der Spiegel von 54,52 mm - der doppelten Luftspaltlänge zuzüglich der Länge des nichtlinearen Kristalls - entspräche. Für den neuen Ofen ist eine Luftspaltlänge von 16 mm als Referenz für die neutrale Position aller längenselektiven Bestandteile des Ofens festgelegt worden. Im Rahmen der Einstellmöglichkeiten kann der Luftspalt also um einige Millimeter symmetrisch um 16 mm als Referenz variiert werden. Die Entscheidung für diese Länge liegt im ausreichend groß zu wählenden Abstand zur Instabilitätsgrenze begründet, sowie im mit der 60  $\mu\text{m}$ -Strahltaile erzielbaren Squeezing. Untersuchungen mit dem Programm *N.L.C.S.* [44] haben für die gegebene Konfiguration die Erzeugung optimalen Squeezings für Strahltaillen im Bereich von 50  $\mu\text{m}$  bis 60  $\mu\text{m}$  Radius ergeben.

#### 4.4.3. Entwurf und Realisierung

Zur Konstruktion des PPKTP-Ofens ist die CAD-Software *Inventor* der Firma Autodesk Corp. verwendet worden. Die Abbildung 4.11 zeigt das dreidimensionale Modell in Explosionsdarstellung.

Entgegen den bislang verwendeten Öfen mit Lithiumniobat als Kristallmaterial sind die Anforderungen an die Temperaturstabilisierung für PPKTP weitaus geringer. Ein Peltierelement der Firma MELCOR, Typ „HOT2.0-65-F2A“ dient als Aktuator für den zugrundeliegenden Regelkreis. Als Sensoren dienen zwei Präzisions-NTC-Widerstände vom Typ



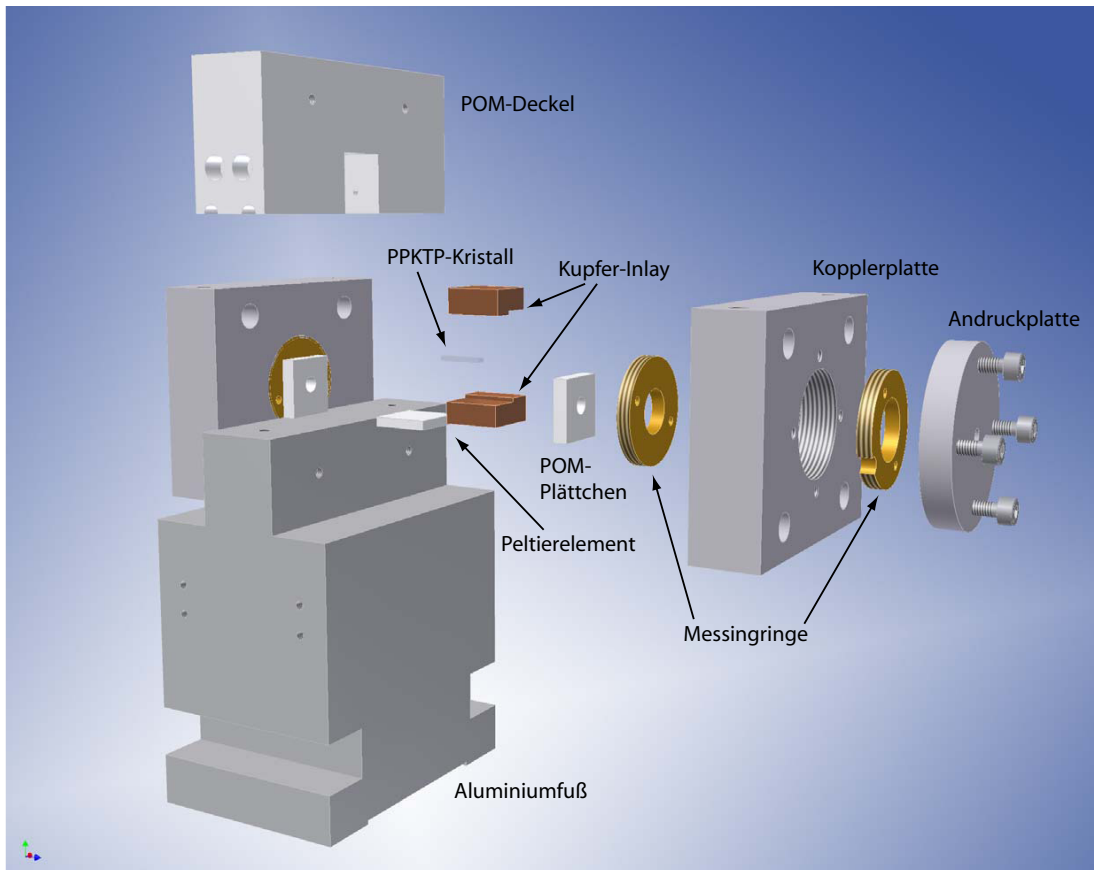
**Abbildung 4.10.:** *FINESSE-Simulation der Strahlentaille des Kontrollstrahls innerhalb des PPKTP-Resonators als Funktion der Luftspatllänge. Der Resonator bleibt bis zu einem Luftspalt von 22,26 mm stabil. Es wurde vom symmetrischen Fall gleichgroßer Luftspalte ausgegangen. Die Länge des zugrundeliegenden nichtlinearen Kristalls betrug 10 mm, beide Endflächen waren plan. Der Brechungsindex betrug  $n = 1,8302$  bei einer Eingangslaserwellenlänge von  $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$ .*

„SEMI 833 ET“, hergestellt von Hygrosens Instruments. Eingefaßt wird der nichtlineare Kristall zur Realisierung einer möglichst homogenen Temperaturverteilung von zwei Kupferblöcken, die in direktem Kontakt zum Peltierelement stehen. Die NTC-Widerstände werden durch zwei Bohrungen durch den isolierenden Deckel aus dem Kunststoff Polyoxymethylen (POM) in den unteren Kupferblock eingefädelt, um eine Temperaturmessung in möglichst geringer Entfernung zum Kristall zu ermöglichen. Zusammen mit zwei weiteren POM-Plättchen wird das Kupfer-Inlay thermisch von der Umgebung isoliert. Die Bohrungen in den POM-Plättchen dienen als Apertur, durch die später im Experiment die Laserstrahlen in den Ofen eingekoppelt werden, der Durchmesser ist dementsprechend bemessen. Der Temperaturregelkreis wird in Abschnitt (4.5.2) diskutiert.

Zur Erzielung einer möglichst großen Wechselwirkung zwischen Kontroll- und Pumpfeld sollte der nichtlineare Kristall in einen optischen Resonator eingebracht werden. An beide Stirnflächen des auf den Sockel aufgesetzten POM-Deckels wird jeweils eine Kopplerplatte („Piezoplatte“) angebracht, die je einen Resonatorendspiegel sowie einen Piezoaktuator zur Längenstabilisierung enthält. In die Kopplerplatte können zwei Messingscheiben eingeschraubt werden, die einerseits den Piezokristall in seiner Position halten und vorspannen, andererseits eine stufenlose Einstellung des Luftspalts und damit der Strahlentaille im Kristall ermöglichen. Der Innendurchmesser der äußeren Messingscheibe ist auf den Durchmesser des Resonatorspiegels abgestimmt, der auf den vorgespannten Piezokristall gelegt und von außen mithilfe einer Aluminumscheibe („Andruckplatte“) in seiner Position fixiert wird.

Zusätzlich ist ein Piezokristall noch mit einem Gummiring als Puffer versehen worden. Ein Vergleich hat gezeigt, daß mit dem gepufferten Piezoaktuator im Gegensatz zum ungepufferten eine größere Resonatorlängenänderung von etwas mehr als einem freien Spek-





**Abbildung 4.11.:** Computergrafik des PPKTP-Ofens in Explosionsdarstellung. Zur Konstruktion des Ofens wurde die CAD-Software Autodesk Inventor verwendet, mit welcher auch die Abbildung erzeugt worden ist.

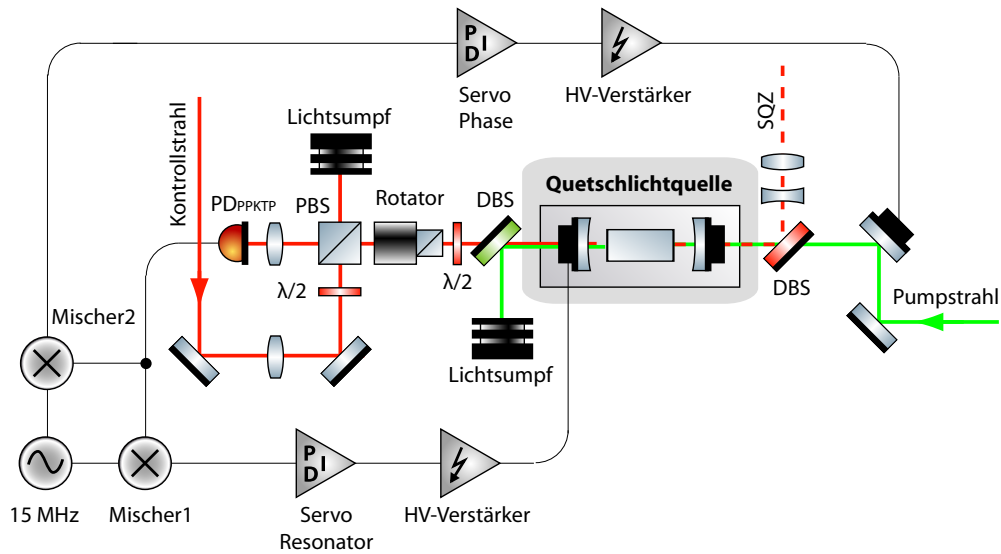
tralbereich erzielt werden kann. Darüberhinaus konnte für die elektronische Regelung des Resonators eine höhere „unity-gain“ Frequenz erreicht werden (vgl. Abschnitt 3.3).

Zur besseren Justierbarkeit der Kopplerplatten sollten die beiden bei locker angezogenen Schrauben verbleibenden Freiheitsgrade möglichst entkoppelt sein. Dazu ist der Aluminiumsockel mit einem Vorsprung versehen worden, die Kopplerplatten mit zwei Vertikalen Bohrungen mit Gewinde in die Madenschrauben eingeschraubt werden. Diese Madenschrauben besitzen einen Anschlagpuffer an ihrem Ende, der auf dem Vorsprung aufliegt und die Höhe bei gleichzeitiger Justierbarkeit der „Seite“ konstant hält. Der Kunststoff verhindert ein Verkratzen des Vorsprungs.

Die vollständigen Konstruktionspläne des PPKTP-Ofens finden sich in Anhang B.

## 4.5. Die PPKTP-Quetschlichtquelle im Experiment

Ein Schema des gesamten PPKTP-Squeezing Experiments ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Kontroll- und Pumpstrahl werden von unterschiedlichen Seiten in das nichtlineare



**Abbildung 4.12.:** Schematische Zeichnung der Quetschlichtquelle und der eingesetzten Regelungselektronik. Auf den Kontrollstrahl sind mithilfe eines EOMs Seitenbänder bei 15 MHz aufmoduliert worden, was eine Pound-Drever-Hall Regelung des nichtlinearen Resonators ermöglicht. Die gequetschte Quadratur hängt von der relativen Phase zwischen Kontroll- und Pumpfeld ab, zu deren Stabilisierung ein weiterer Regelkreis aufgebaut worden ist. Als Stellelement der Phasenregelung dient ein piezoaktuierter Umlenkspiegel (PZT, engl. „piezoelectric transducer“).

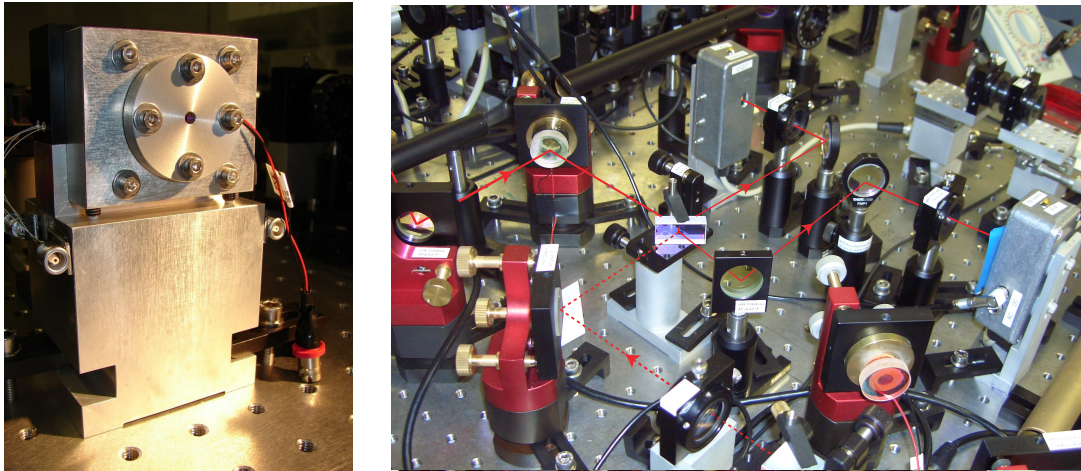
Medium gelenkt. Der gequetschte, s-polarisierte Strahl verläßt den Ofen auf der Seite mit dem Resonatorspiegel geringerer Reflektivität, durch den auch der Pumpstrahl in den Resonator eingekoppelt wird.

Der modengefilterte und mit Phasenmodulationsseitenbändern bei 15 MHz versehen Kontrollstrahl wird an einem Spiegelset zur Modenanpassung reflektiert und passiert eine Kombination aus  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und PBS, mit der die in den Ofen eingekoppelte Kontrollfeldleistung stufenlos eingestellt werden kann. Ein Rotator, der noch um eine  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte ergänzt worden ist, dreht die Polarisation des am Ofenresonator reflektierten Laserlichtes derart, dass in Transmission vom PBS eine Photodiode zur Detektion aufgebaut werden kann. Das AC-Signal dieser Photodiode wird bei 15 MHz demoduliert und liefert die zur Längenstabilisierung des Ofens notwendigen Fehlersignale. Ein eigens konfektionierter Servo erzeugt aus diesen ein Stellsignal, das auf Hochspannung verstärkt und an den im Ofen befindlichen Piezoaktuator angelegt wird.

Weiterhin ist ein für infrarotes Licht hochtransmittierender dichroitischer Strahlteiler (DBS) zur Abschirmung der Locking-Photodiode von am Ofen transmittiertem grünen Pumplicht eingesetzt worden. Dies wirkt sich maßgeblich auf die Qualität des detektierten Fehlersignals aus.

Von entscheidender Bedeutung ist die Modenanpassung der wechselwirkenden Laserstrahlen an die Eigenmoden des nichtlinearen Resonators. Zur Berechnung von Brennweiten und Linsenpositionen ist die Software *JamMt* [25] verwendet worden.

Das grüne Pumplichtfeld wird von der gegenüberliegenden Seite durch den Koppelspie-



**Abbildung 4.13.:** *Fotografien zweier Teilbereiche des Quetschlichtexperiments. Das linke Foto zeigt den PPKTP-Ofen während der Aufbauphase. Das rechte Foto zeigt den Homodyn-detektor im Experiment. Der Strahlverlauf ist nachträglich eingezeichnet worden. Der gequetschte Strahl, gestrichelt dargestellt, wird auf dem Homodynstrahlteiler in der Bildmitte mit dem hellen Lokaloszillatorstrahl überlagert, der vom linken Bildrand einläuft. Die bei der Überlagerung entstehenden Teilstrahlen werden mittels kurzbreitweitiger Linsen auf die Homodynphotodetektoren fokussiert. Der Homodyn-detektor wird ausführlich in Abschnitt 4.5.3 diskutiert.*

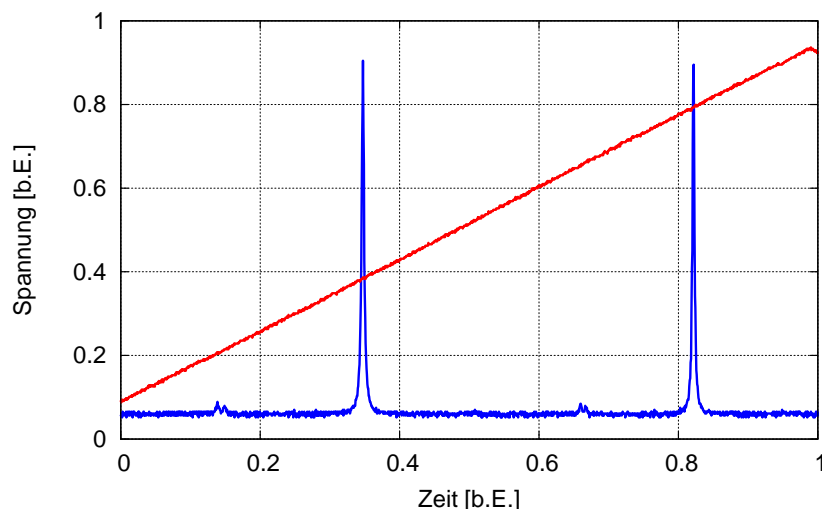
gel niedrigerer Reflektivität an einem Spiegelset zur Anpassung der Strahlage reflektiert und in den nichtlinearen Kristall fokussiert. Ein weiterer, diesmal für eine Wellenlänge von 532 nm transmittierender DBS, wird verwendet, um den gequetschten Strahl von am PPKTP-Ofen reflektierten grünen Licht zu trennen.

Eine Modenanpassung an den OPA-Resonator ist auch für das Pumplichtfeld obligatorisch. Wegen der niedrigen Reflektivitäten der Resonatorspiegel für grünes Licht musste anders als bei einer klassischen Modenanpassung vorgegangen werden. Dies wird im folgenden Abschnitt ausführlich beschrieben. Abbildung 4.13 zeigt eine Fotografie des Ofens im Experiment.

#### 4.5.1. Justage und Modenanpassung des PPKTP-Resonators

Um die Modenanpassung auf den Ofenresonator möglichst reibungslos zu gestalten, ist konzeptionell folgendermaßen vorgegangen worden: Ein Referenzlaserstrahl sollte zur groben Vorjustage herangezogen werden. Dazu ist ein Teil des ungefilterten SHG-Pumpstrahls mit 18 MHz Phasenmodulation abgezweigt und über einer Lochreihe des optischen Tisches bei konstanter Höhe von 10 cm begradigt worden. Ein Linsenpaar zur Fokussierung des Justagestrahls auf den Punkt, an dem sich später bei einer Strahltaile von 60  $\mu\text{m}$  die Mitte des nichtlinearen Kristalls befinden sollte, ist eingebracht worden. In diesem präparierten Justagestrahl ist nun der PPKTP-Ofen ohne montierte Resonator-Kopplerplatten derart aufgestellt worden, dass kein Strahlversatz in Transmission beobachtet werden konnte.

Im nächsten Schritt ist auf der dem Laserstrahl abgewandten Seite die Kopplerplatte mit dem Spiegel der hohen Reflektivität von 99,92 % montiert worden. Durch horizontales und



**Abbildung 4.14.:** Resonanzspektrum des PPKTP-Resonators für den Kontrollstrahl. Der Photodetektor stand dabei in Transmission zum Resonator. Das Transmissionsspektrum ist in blau, die an den als Stellelement dienenden Piezokristall angelegte Spannung in rot dargestellt. Neben den Gaußschen Grundmoden sind die erheblich kleineren Zwillingenmoden auffällig, die vermutlich von einer nichtperfekten Justage der Kopplerplatten, bzw. einer Verkippung des nichtlinearen Kristalls herrühren und sich demnach im Rahmen der Modenanpassung nicht unterdrücken ließen.

vertikales Verschieben der Kopplerplatte sind einfallender Strahl und Rückreflex überlagert worden. Gleichzeitig ist die Position des transmittierten Strahl kontrolliert worden. Nach Abschluß dieses Zwischenschrittes ist die zweite Kopplerplatte mit dem Resonatorspiegel geringerer Reflektivität von 94,7% montiert und in Transmission zum PPKTP-Ofen eine Photodiode aufgestellt worden. Nach Anlegen einer Dreiecksspannung an den Piezokristall in der just montierten Kopplerplatte konnte nach einigem „Abrastern“ durch Verschieben der Kopplerplatte bereits eine Modenanpassung erfolgen. Der mithilfe der Madenschrauben in den Kopplerplatten realisierte Anschlag war dabei von großer Hilfe.

Die Position auf dem optischen Tisch ist markiert und der PPKTP-Ofen umgedreht worden, sodass für das Kontrollfeld der Resonator unterkoppelt ist. In dieser Konfiguration ist der PPKTP-Ofen schließlich als optischer parametrischer Verstärker zur Erzeugung gequetschten Vakuums betrieben worden.

Der zur Justage verwendete aus dem SHG-Pumppfad abgezweigte infrarote Laserstrahl diente zu Beginn des experimentellen Aufbaus auch als Kontrollstrahl für die Quetschlichtquelle. Allerdings hat sich herausgestellt, dass bessere Resultate bei der Modenanpassung sowie eine stabilere Resonatorlängenregelung mit einem Kontrollstrahl aus dem modengefilterten Pfad erzielt werden können. Dieser war nach Passieren eines zweiten EOMs mit zusätzlichen Phasenmodulationsseitenbändern bei 15 MHz versehen worden und fungierte auch als optischer Lokaloszillator für die Homodyndetektion. Anstatt des Laserstrahls aus dem SHG-Pumppfad ist daraufhin ein Teil des modengefilterten Strahls als Kontrollstrahl für den PPKTP-Resonator verwendet worden und die Regelungselektronik auf eine Mo-

dulationsfrequenz von 15 MHz angepaßt worden.

Die Abbildung 4.14 zeigt die recht gute Qualität der Modenanpassung des Kontrollstrahls an den PPKTP-Resonator. Die Zwillingsmoden, die bei etwa einem Drittel des freien Spektralbereichs zwischen den  $TEM_{00}$ -Moden auftauchen, sind bereits bei vorangegangenen Experimenten mit anderen Kristallöfen aufgetreten und hängen vermutlich mit der Verkipfung der Resonatorspiegel oder des nichtlinearen Mediums relativ zur optischen Achse zusammen. Sie konnten durch einfache Justage nicht beseitigt werden.

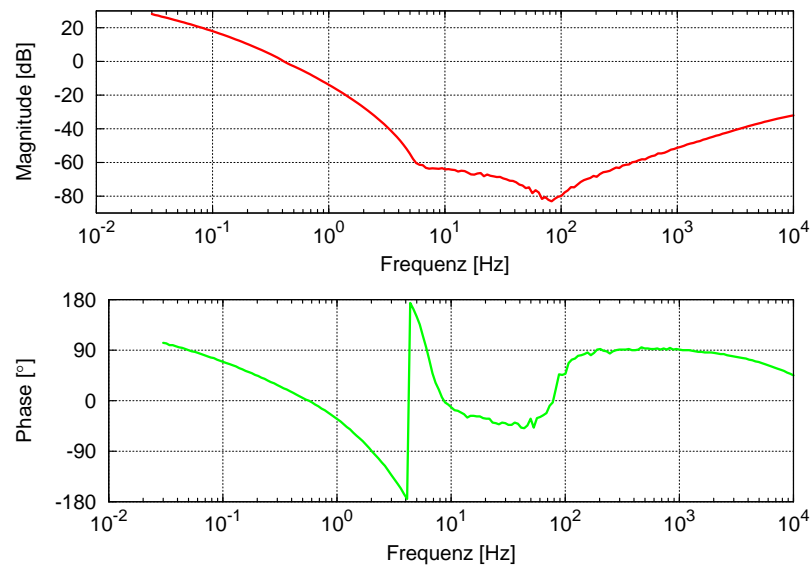
Für den grünen Pumpstrahl, der die für den Prozeß der parametrische Konversion notwendige Energie liefert, erfolgte keine Modenanpassung im klassischen Sinn. Aufgrund der niedrigen Finesse des Ofenresonators für grünes Laserlicht war keine Referenz ausreichender Güte in Form eines Transmissions- bzw. Reflexionsspektrums bei Variation der Resonatorlänge gegeben. Stattdessen ist der Laserstrahl mithilfe eines Spiegelsets und eines Linsenpaares so gut wie möglich in den Ofenresonator gelenkt und die Strahltaile möglichst gut an die durch den Resonator vorgegebene Strahlgeometrie angepaßt worden. Als Anhaltspunkt zur Justage der Strahlage ist wie bereits bei der Justage des Kontrollfeldes der Rückreflex beobachtet und mithilfe des Spiegelsets mit dem einlaufenden Strahl überlagert worden. Einer der für das Spiegelset verwendeten Umlenker war mit einem Piezokristall versehen und konnte durch Anlegen einer Dreiecksspannung als kontinuierlicher Phasenschieber für das grüne Feld verwendet werden. Dadurch wurde eine Feinjustage des Pumpfeldes auf den Ofen möglich, indem auf einem Monitor-Photodetektor im späteren Quetschlichtpfad die Abschwächung bzw. Verstärkung des Kontrollstrahls als Funktion der kontinuierlich variierten Phase des Pumpfeldes beobachtet und durch Justage der Strahlage sowie Veränderung der Linsenpositionen optimiert worden ist. Eine perfekte Justage des Pumpfeldes liegt vor, wenn das in Transmission detektierte Kontrollfeld bei gegenphasiger Überlagerung auf ein Viertel seiner Leistung abgeschwächt wird (vgl. Abschnitt 4.3.3).

#### 4.5.2. Elektronische Stabilisierung der Quetschlichtquelle

Zum stabilen Betrieb der Quetschlichtquelle ist die elektronische Regelung verschiedener Freiheitsgrade notwendig. Ein Temperaturregelkreis wird eingesetzt, um optimale Konversion zu gewährleisten. Weiterhin erfolgt eine Längenstabilisierung des Ofenresonators unter Verwendung eines Kontrollstrahls aus dem Lokaloszillatorpfad. Dies dient einerseits dazu, das gequetschte Licht mit den Eigenschaften des optischen Lokaloszillators zu erzeugen, um diesen später zur Detektion mit dem gequetschten Feld überlagern zu können. Andererseits dient der Resonator der Speicherung des gequetschten Feldes, zur Optimierung der Wechselwirkung mit dem Pumplicht. Schließlich muß noch die Phase des grünen Pumpstrahls auf eine gleich- bzw. gegenphasige Überlagerung mit der zu quetschende Mode stabilisiert werden, je nachdem, in welcher Quadratur das Rauschen des Lichtfeldes gequetscht werden soll.

Wie bereits erwähnt ist im Vergleich zur Temperaturstabilisierung bisher verwendeter, auf Lithiumniobat beruhender Quetschlichtquellen im vorliegenden Fall die Konstanthaltung der Kristalltemperatur weitaus weniger aufwendig.

Die Temperatur dient hier nicht als empfindliche „Stellschraube“ für den Brechungsindex wie bei der Doppelbrechungsphasenanpassung. Stattdessen wird bei PPKTP mithilfe



**Abbildung 4.15.:** Gemessene „open loop“-Transferfunktion der PPKTP-Temperaturregelung, aufgenommen mithilfe eines Netzwerkanalysators vom Typ Hewlett-Packard 4395A. Die Verstärkung ist in rot, die Phase in grün dargestellt worden.

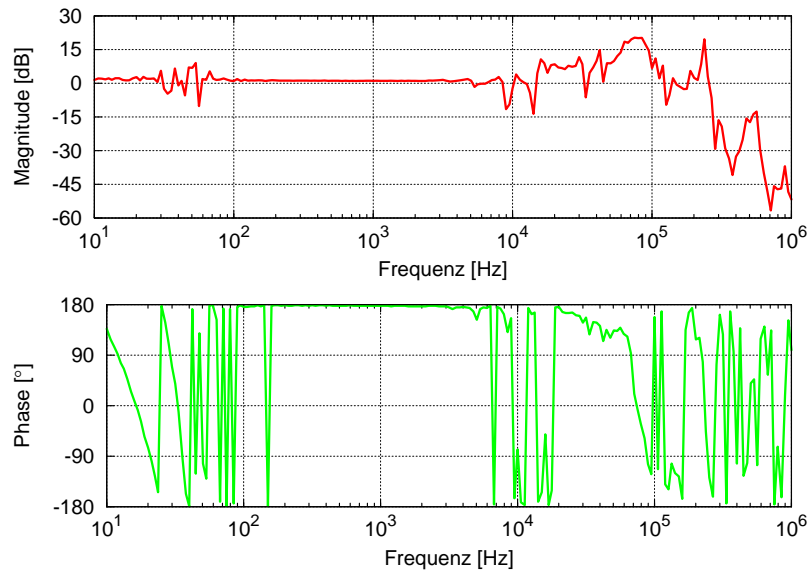
der Kristalltemperatur die Periodenlänge der ferroelektrischen Domänen eingestellt. Zur individuellen Anpassung eines Servos an die Temperaturstabilisierung ist mithilfe eines universellen Testservos eine Transferfunktion aufgenommen worden (vgl. Abb. 4.15). Diese war Grundlage für eine individuelle Konfektionierung der Regelungselektronik, für welche die Software *LISO* [28] zum Einsatz gekommen ist. Die zugrundeliegende *LISO*-Quelldatei findet sich in Anhang E, der Schaltplan des Temperaturkontrollers (PID-Regler) findet sich in Anhang A.

Die Integration des PPKTP-Kristalls in einen optischen Resonator erfordert eine Längenregelung zur Stabilisierung desselben auf Resonanz mit dem Kontrollfeld.

Wie bereits beim Modenfilter bedient man sich der POUND-DREVER-HALL Methode (vgl. Abschnitt 3.4.3). Mithilfe eines EOMs erfolgt eine Phasenmodulation des Kontrollstrahls bei einer Frequenz von 15 MHz. Durch Reflexion am Ofenresonator und Konversion der Phasenmodulation in eine Amplitudenmodulation kann ein geeignetes Fehlersignal für die durch longitudinale Schwankungen verursachte Abweichung der Eigenfrequenz des Resonators von der des eingekoppelten Lichtfeldes gewonnen werden. Ein eigens angepaßter elektronischer Servo erzeugt aus dem Fehlersignal ein Stellsignal, das hochspannungsverstärkt an den im Ofen verbauten Piezokristall angelegt wird, der als Stellelement die Resonatorlänge bei geschlossenem Regelkreis faktisch konstant hält. Abbildung 4.16 zeigt die gemessene „open-loop“-Transferfunktion des Ofenresonators. Ausgehend von dieser ist wieder mithilfe des Programms *LISO* [28] ein maßgeschneiderter Servo (PI-Regler) aufgebaut worden, der auf dem Layout des *Universalservos* (Anhang A) beruht.

Die Auswahl der gequetschten Quadratur des Lichtfeldes erfolgt über die Einstellung der relativen Phasenlage zwischen Kontroll- und Pumpfeld. Für die Erzeugung von Ampli-





**Abbildung 4.16.:** Gemessene „open loop“-Transferfunktion des PPKTP-Resonators, aufgenommen mithilfe eines Netzwerkanalysators vom Typ Hewlett-Packard 4395A. Die Verstärkung ist in rot, die Phase in grün dargestellt worden.

tudensqueezing beträgt die Phasendifferenz gerade  $\Delta\phi = \pi/2$ , für Phasensqueezing gilt  $\Delta\phi = 0$ . Die Konstanzhaltung dieser Phasenbeziehung über einen längeren Zeitraum legt den Einsatz eines weiteren Regelkreises nahe.

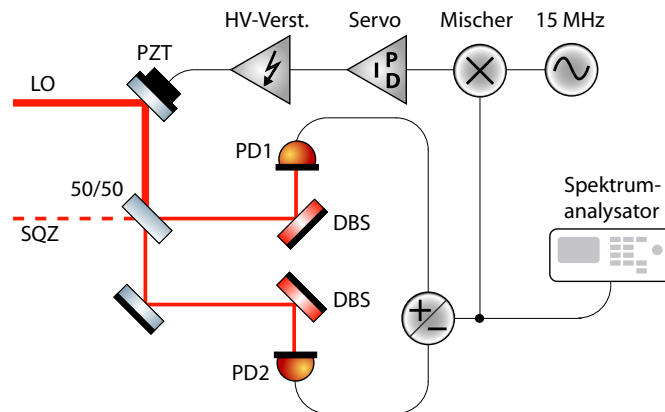
Zur Gewinnung eines geeigneten Fehlersignals mußten keine Veränderungen an der experimentellen Infrastruktur vorgenommen werden. Die Ausgangssignale des Photodetektors, der zur Gewinnung von Fehlersignalen zur Stabilisierung des Ofenresonators aufgestellt worden war, konnten zu diesem Zweck verwendet werden. Da die 15 MHz-Modulationsseitenbänder, die dem Kontrollstrahl zur Resonatorlängenregelung aufgeprägt worden waren, innerhalb der Resonatorlinienbreite liegen, erfahren auch sie eine parametrische Verstärkung bzw. -Abschwächung, je nach Phasenbeziehung zum Pumpfeld. Demnach können die 15 MHz-Seitenbänder nicht nur zur Längenregelung, sondern auch zur Stabilisierung der relativen Phase zwischen Kontroll- und Pumpfeld verwendet werden. Lediglich die Demodulationsphase mußte dazu um  $\pi/2$  verschoben gewählt werden.

Wieder ist eine „open-loop“-Transferfunktion gemessen worden und ein elektronischer Servo (PI-Regler), basierend auf dem *Universalservo* (vgl. Anhang A) angepaßt worden, der einen piezoaktuierten Umlenkspiegel im Pumplichtpfad als Phasenschieber ansteuert.

### 4.5.3. Homodyndetektor zur Charakterisierung des PPKTP-Squeezings

Zur Charakterisierung des erzeugten Squeezings ist ein Homodyndetektor (vgl. Abb. 4.17) aufgebaut worden.

Dazu ist der gequetschte Ausgangsstrahl des PPKTP-Resonators auf einem 50/50-Strahlteiler mit einem modengefilterten Lokaloszillatorstrahl gleicher Wellenlänge überlagert



**Abbildung 4.17.:** Schematische Zeichnung des Homodyndetektors für die Squeezingmessungen. Zwei dichroitische Strahlteiler (DBS) dienen der Abschirmung beider Homodyn-Photodioden von grünem Pumplicht, das am PPKTP-Resonator reflektiert wird. Es wurde ein Paar auf Epitaxx ETX500 Photodioden basierender Photodetektoren verwendet.

worden. Beide Strahlen sind vorher durch jeweils ein Linsenpaar kollimiert worden; hinter dem PPKTP-Resonator befanden sich eine plankonvexe ( $r = +50$  mm) und eine plankonkave ( $r = -50$  mm) Quarzglaslinse. Im Lokaloszillator-Pfad befand sich hinter dem Modenfilter eine Streulinse mit  $f = -100$  mm und eine Sammellinse mit  $f = +200$  mm, beide aus Kronglas.

Da infolge von Reflexion des Pumpfeldes am Ofenresonator der gequetschte Strahl mit grünem Laserlicht überlagert war, sind zwei dichroitische Strahlteiler (hochreflektierend bei 1064 nm und -transmittierend bei 532 nm) in den Aufbau integriert worden, die die Homodynphotodioden von einem Großteil des unerwünschten grünen Laserlichtes abgeschirmt haben. Zur Fokussierung der Strahlen auf die Homodynphotodetektoren ist jeweils eine kurzbrennweitige, plankonvexe Quarzglaslinse ( $r = 25,02$  mm) zum Einsatz gekommen. Bei den verwendeten Photodetektoren handelte es sich um eine Paar synchronisierter, auf Epitaxx ETX-500 InGaAs-Dioden (Quanteneffizienz von  $95 \pm 3$  %) basierender Detektoren, zur Verfügung gestellt von B. Hage. Die Schaltpläne finden sich in Anhang A. Abbildung 4.13 zeigt eine Fotografie des Homodyndetektors im Experiment.

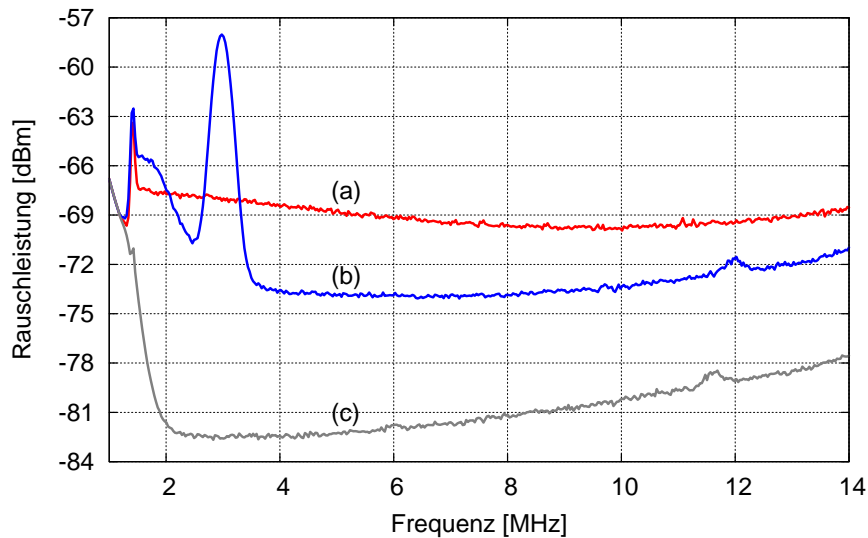
#### 4.5.4. Stabilisierung des Homodynwinkels

Eine wichtige Eigenschaft des Verfahrens der Homodyndetektion ist die Einstellbarkeit der zu messenden Quadratur über die Wahl der relativen Phase zwischen optischem Lokaloszillator und dem Signalfeld. Dazu ist in den optischen Lokaloszillatortpfad ein Phasenschieber in Form eines mit einem Piezokristall versehenen Umlenkspiegels integriert worden.

Zur Aufnahme von Squeezingspektren ist nun die Stabilisierung dieser Phasenbeziehung auf entsprechenden Zeitskalen von Interesse. Dazu ist ein weiterer elektronischer Regelkreis aufgebaut worden.

Das zur Regelung benötigte Fehlersignal ist aus der Addition der Signale der beiden Homodynphotodioden gewonnen worden, die bei der Modulationsfrequenz des Kontrollfeldes





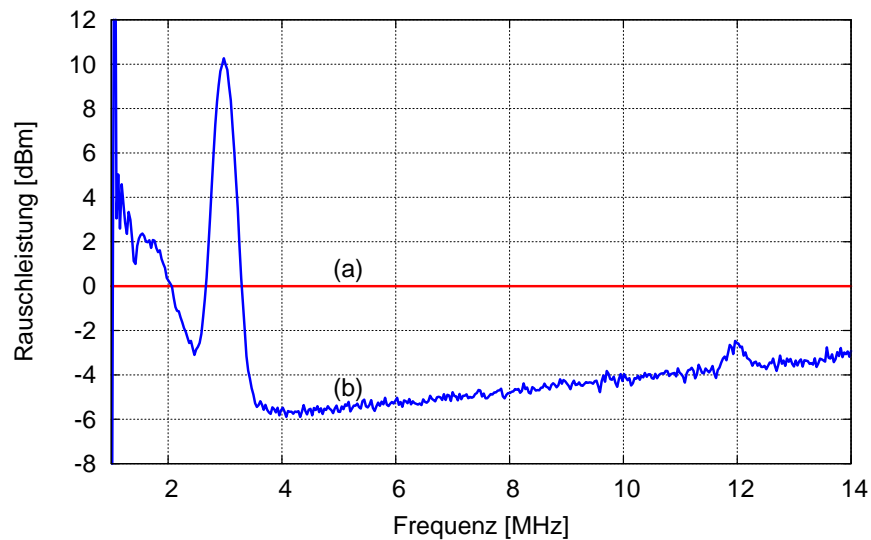
**Abbildung 4.18.:** Homodynmessung gequetschten Lichts aus der PPKTP-Quetschlichtquelle. Dargestellt sind das Vakuumrauschen (a) am Homodyndetektor, das Rauschen bei auf Amplitudensqueezing stabilisierter Quetschlichtquelle (b) und das Detektor-Dunkelrauschen (c). Die Leistung des Kontrollfeldes betrug wenige mW, die Leistung des Lokalszillators war um etwa einen Faktor zehn höher gewählt worden. Der Homodynktrast betrug 97,5 %, gemessen wurde mit einem Spektrumanalysator Typ Rohde&Schwarz FSU, über fünf Messungen gemittelt, RBW 300 kHz und VBW 300 Hz. Bei einer Seitenbandfrequenz von 4,1 MHz wurde 5,43 dB Squeezing beobachtet.

von 15 MHz demoduliert worden ist. Aus diesem Fehlersignal ist mit einem einfachen PI-Regler (*Universalservo*, vgl. Anhang A) ein Stellsignal generiert worden, das hochspannungsverstärkt an den Piezokristall des Phasenschiebers angelegt worden ist. Die in den Servo integrierte Invertierschaltung erlaubte im stabilisierten Betrieb eine Auswahl der jeweils orthogonalen Quadratur zur Homodyndetektion.

#### 4.5.5. Messungen und Ergebnisse

Die Abbildung 4.18 zeigt die Ergebnisse der Quetschlichtmessungen, Abbildung 4.19 zeigt diese in dunkelrauschkorrigierter Form.

Eine optimale Rauschunterdrückung in der Amplitudenquadratur von ungefähr 5,43 dB ist bei einer Seitenbandfrequenz von etwa 4,1 MHz erreicht worden, die zu größeren Frequenzen nachläßt. Bei einer Frequenz von 3 MHz zeigt sich eine Spitze im Squeezingspektrum, die auf eine Schwebung zwischen den Phasenmodulationen des Trägerfeldes bei 15 MHz und 18 MHz zurückzuführen ist. Ursache für den Anstieg des Rauschens zu höheren Frequenzen sind einerseits das Rauschen der Operationsverstärker in der verwendeten Elektronik, andererseits die begrenzte Bandbreite des PPKTP-Resonators. Darüberhinaus machen sich Abweichungen zwischen den Transferfunktionen beider Homodynphotodetektoren durch eine Frequenzabhängigkeit der Spektren bemerkbar.

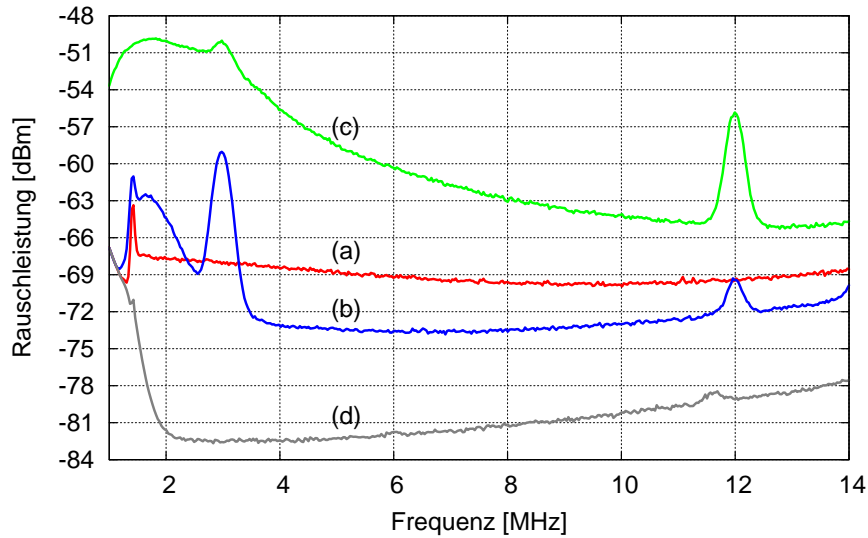


**Abbildung 4.19.:** Dunkelrauschkorrigiertes, auf das Schrotrauschen normiertes Squeezing-Spektrum, basierend auf der in Abbildung 4.18 dargestellten Messung. Die rote Kurve (a) repräsentiert das Schrotrauschen, die blaue Kurve (b) zeigt die erzielte Rauschunterdrückung, die bei einer Frequenz von 4,1 MHz knapp 6 dB beträgt.

Eine Optimierung der Quetschlichtquelle hin zu höherer Rauschunterdrückung ist auf verschiedenen Wegen denkbar. Neben der Einstellung der Stahltaile des resonatorinternen Feldes über die Resonatorlänge, zur Erlangung optimalen Squeezings, liegt noch Einsatz eines Modenfilters zur Unterdrückung von Phasenrauschen des Pumpfeldes sowie die Minimierung optischer Verluste nahe. Weiterhin blieb beim Homodynkontrast von 97,5%, was auf eine Effizienz von ca. 95% führt, Raum für Verbesserung. Wie sich später bei einer Strahlanalyse des optischen Lokaloszillators gezeigt hat, gab es im Bereich des Strahlzentrums deutliche Abweichungen vom Gaußprofil, was sich wahrscheinlich limitierend auf den Kontrast am Homodynstrahlteiler ausgewirkt hat. Eine mögliche Ursache für die Deformation des Strahlprofils könnte in der Verschmutzung einer der zahlreichen optischen Komponenten liegen, die der Lokaloszillatorstrahl auf seinem Weg zum Homodyndetektor passiert hat.

### Dunkelrauschkorrektur

Bei der Messung der Squeezingspektren hat das Dunkelrauschen, das seinen Ursprung in der Verstärkerelektronik der Photodioden hat und von Parametern wie z.B. der Temperatur oder dem verwendeten Photodetektor abhängt, einen Einfluß auf die detektierte Rauschunterdrückung. Um nun die Ergebnisse verschiedener Messungen miteinander vergleichen zu können, besteht die Möglichkeit, das Dunkelrauschen aus den gemessenen



**Abbildung 4.20.:** *Squeezing- und Antisquizing-Spektren bei reduzierter Pumpleistung und somit geringerer parametrischer Verstärkung. Das gemessene Schrotrauschen (a) ist in rot dargestellt worden. Gequetschtes (b) und antigequetschtes (c) Schrotrauschen sind in blau, bzw. in grün eingezeichnet worden. Die graue Kurve (d) zeigt das gemessene Detektor-Dunkelrauschen. Bei einer Frequenz von 4,1 MHz sind 4,82 dB Squeezing und 12,51 dB Antisquizing gemessen worden.*

Spektren herauszurechnen. Es gilt

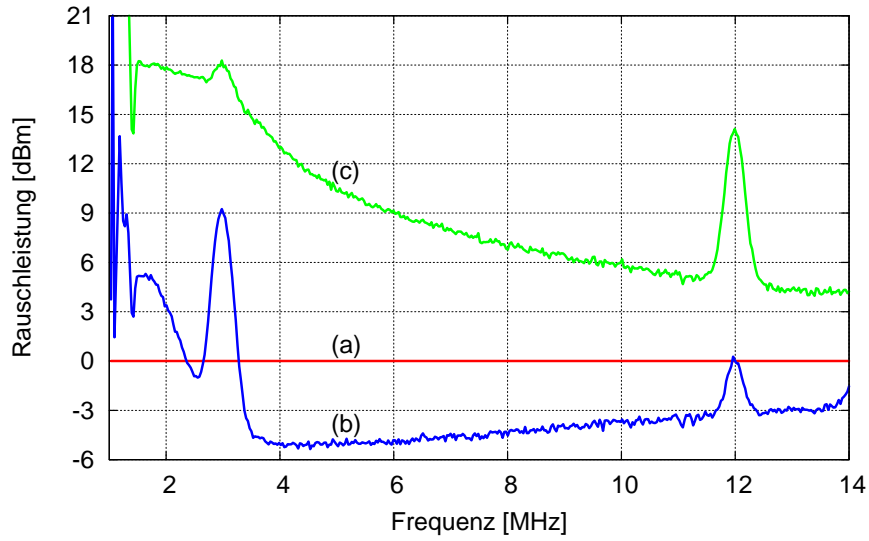
$$V_{\text{korr.}} = 10 \cdot \log_{10} \left( 10^{V_{\text{Mess}}/10} - 10^{V_{\text{D}}/10} \right) \quad , \quad (4.33)$$

wobei  $V_{\text{Mess}}$  die Werte des gemessenen Squeezing-Spektrums und  $V_{\text{D}}$  die entsprechenden Werte aus dem Dunkelrauschspektrum der verwendeten Homodyn-Photodioden sind.

Bei zu geringem Dunkelrauschabstand der Squeezingspektren ist ein deutlicher Effekt der Korrektur zu erkennen. Die zur Berechnung der Dunkelrauschkorrektur verwendete MATLAB-Quelldatei findet sich in Anhang C. Im vorliegenden Fall liegt die Rauschunterdrückung bei 4 MHz nach der Korrektur bei etwa 6 dB, ist also rund ein halbes dB besser als im unkorrigierten Spektrum.

#### 4.5.6. Auftretende Verluste

Bei Experimenten wie dem vorliegenden weicht der theoretisch vorhergesagte Grad der Rauschunterdrückung von der praktisch erzielbaren ab. Der Grund dafür liegt im Auftreten optischer Verluste. Um vom gemessenen auf das im optischen parametrischen Verstärker erzeugte Squeezing schließen zu können, soll eine Verlustrechnung für das PPKTP-Squeezingexperiment angestellt werden. Dazu werden im ersten Schritt sämtliche Verluste erfaßt.



**Abbildung 4.21.:** Dunkelrauschkorrigiertes, auf das Schrotrauschen normiertes Squeezing-Spektrum, basierend auf der in Abbildung 4.20 dargestellten Messung. Die rote Kurve (a) repräsentiert das normierte Schrotrauschen. Squeezing (b) und Antisqueezeing (c) sind in blau und in grün dargestellt worden. Die dunkelrauschkorrigierten Werte bei 4,1 MHz betragen 5,24 dB Squeezing und 12,63 dB Antisqueezeing.

Für die Auskoppelleffizienz einer Quetschlichtquelle gilt

$$\eta_{\text{ak}} = \frac{T_{\text{ak}}}{T_{\text{ak}} + V_{\text{ges}}} \quad (4.34)$$

mit der Transmission  $T_{\text{ak}}$  des Auskoppelspiegels und den Gesamtverlusten  $V_{\text{ges}}$  innerhalb der Quelle. Bei einer Transmission des Auskoppelspiegels von  $T_{\text{ak}} = 5,3\%$  und internen Verlusten durch zwei AR-Schichten (jeweils  $0,1\%$ ) und die Absorption im PPKTP-Kristall ( $\approx 0,2\%$ ) beträgt die Auskoppelleffizienz für die aufgebaute PPKTP-Quetschlichtquelle  $\eta_{\text{ak}}^{\text{PPKTP}} = 0,93$ . Die Verluste bei der Propagation des gequetschten Strahls belaufen sich mit  $0,2\%$  am dichroitischen Strahlteiler, mit  $0,2\%$  am Homodynstrahlteiler und jeweils  $0,2\%$  an vier Linsen auf insgesamt  $1,2\%$ . Die Homodynvisibility von  $\mathcal{V}_{\text{Hom}} = 0,975$  führt auf eine Effizienz von  $\eta_{\text{Hom}} = 0,95$ . Da die Homodynphotodetektoren nicht im Brewsterwinkel aufgestellt waren und die Scheiben von den Photodioden nicht entfernt worden waren, treten weitere Verluste in Höhe von ungefähr  $2\%$  auf. Die Quanteneffizienz der verwendeten Photodioden beläuft sich auf  $\eta_{\text{PD}} = 0,95$ .

Die Gesamtverluste summieren sich damit zu  $20,2\%$ . Abbildung 4.20 zeigt ein ein PPKTP-Squeezingspektrum, gemessen bei niedrigerer parametrischer Verstärkung. Zusätzlich zum Squeezing ist auch das Antisqueezeingspektrum aufgenommen worden. Bei einer Seitenbandfrequenz von  $4,1\text{ MHz}$  sind etwa  $4,82\text{ dB}$  Squeezing und  $12,51\text{ dB}$  Antisqueezeing gemessen worden. Da das Detektor-Dunkelrauschen erheblichen Einfluß auf die Messung nimmt, ist die Verwendung von dunkelrauschkorrigierten Werten sinnvoll. Diese betra-

gen etwa 5,24 dB Squeezing und 12,63 dB Antisqeezing bei einer Frequenz von 4,1 MHz. Nach einer Linearisierung kann vom gemessenen auf das tatsächlich erzeugte Squeezing geschlossen werden. Es ergibt sich ein Wert von 9,14 dB in der Quetschlichtquelle erzeugten Squeezings.

Im theoretischen Idealfall wäre mit einer betragsmäßigen Übereinstimmung von Squeezing und Antisqeezing bei einer festen Seitenbandfrequenz zu rechnen. Da das erzeugte Squeezing von 9,14 dB jedoch von diesem theoretisch erreichbaren Maximalwert, der im vorliegenden Fall bei etwa 12,63 dB liegt, abweicht, müssen sich bislang noch nicht in Erwägung gezogene Mechanismen maskierend auf die prinzipiell beobachtbare Rauschunterdrückung ausgewirkt haben.

Diese Diskrepanz zwischen Squeezing und Antisqeezing kann durch Rauschen der relativen Phase zwischen gequetschtem Strahl und Lokaloszillator erklärt werden. Dies führt zu Fluktuationen des Winkels der Squeezingellipse relativ zur detektierten Quadratur. Gequetschte und antigequetschte Quadratur werden vermischt, was quasi zu einem „Verschmieren“ der Squeezingellipse führt und sich durch eine geringer ausfallende Squeezingmessung äußert.



---

## Das Twin-Signal Recycling Interferometer

---

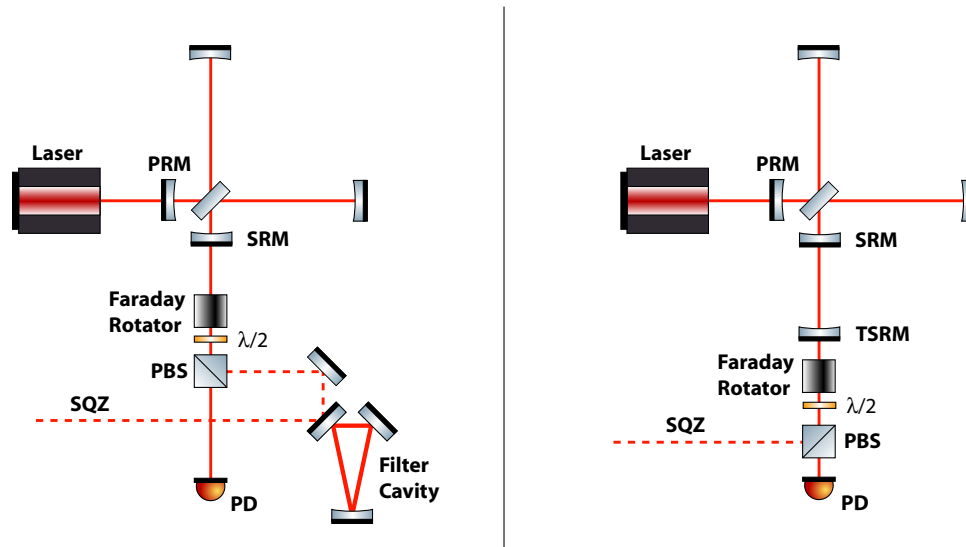
Nachdem die Sensitivitätssteigerung eines Dual Recycling Michelson-Interferometers durch die Injektion gequetschten Lichts im Tischexperiment demonstriert worden war [45], ist mit dem *Twin-Signal Recycling* (TSR) eine alternative Interferometertopologie, basierend auf dem Konzept des linearen gekoppelten optischen Resonators vorgeschlagen worden [46]. Der Ausbau des bestehenden Dual Recycling Interferometers zum Twin-Signal Recycling-Interferometer ist, neben dem Aufbau der PPKTP-Quetschlichtquelle, Mittelpunkt dieser Arbeit.

### 5.1. Grundlagen

Im Rahmen dieser Arbeit ist die neuartige Topologie des Detuned Twin-Signal Recycling untersucht worden, die gegenüber der Dual Recycling-Topologie gerade im Hinblick auf den Einsatz gequetschten Lichts verschiedene Vorteile bietet. In den folgenden Abschnitten sollen die Eigenschaften der Twin-Signal Recycling-Topologie vorgestellt und die Überlegungen zur Vorgehensweise beim Ausbau des Dual Recycling Interferometer Tischexperiments zum TSR-Interferometer skizziert werden.

#### 5.1.1. Die Twin-Signal Recycling Interferometertopologie

Beim deutsch-britischen Gravitationswellendetektor GEO 600 kommt das Konzept des Dual Recycling zum Einsatz [47]. Es erfolgt eine resonante Überhöhung sowohl des Trägerfeldes, als auch der Signalseitenbänder im Interferometer. Dazu werden zusätzliche Spiegel in den Aufbau integriert, die zusammen mit den Interferometerendspiegeln einen Power Recycling Resonator, zur Leistungsüberhöhung, und einen Signal Recycling Resonator, zur Signalüberhöhung, bilden. Wie bereits in Abschnitt 1.3.2 aufgezeigt, müssen zur breitbandigen Sensitivitätssteigerung des Detektors durch Injektion gequetschten Lichts zusätzliche Filterresonatoren in der Größenordnung der Interferometerarmlänge aufgebaut



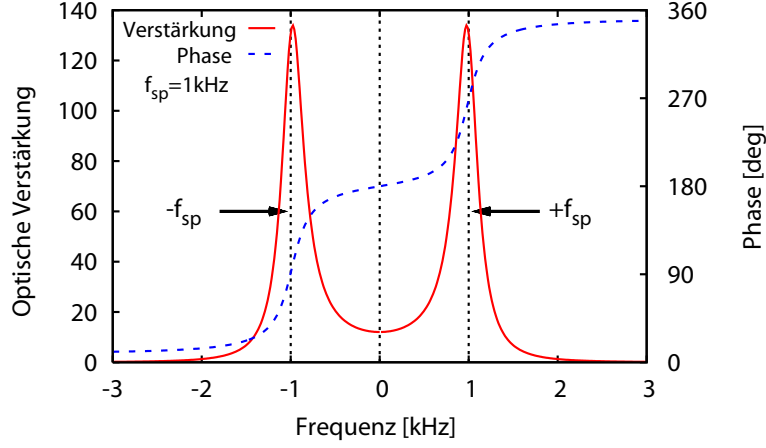
**Abbildung 5.1.:** Vergleich der Dual Recycling- und der Twin-Signal Recycling-Topologie. Die linke Abbildung zeigt ein Michelson-Interferometer in Dual Recycling-Topologie. Das breitbandig gequetschte Feld wird vor der Injektion in das Interferometer an einem Filterresonator reflektiert. Dies dient der Kompensation der durch den verstimmtten Signal Recycling Resonator verursachten Rotation der Squeezingellipse. Die rechte Abbildung zeigt ein Interferometer in Twin-Signal Recycling-Topologie. Ein zusätzlicher Spiegel im Signalport bildet zusammen mit dem SR- und den Endspiegeln des Interferometers einen linearen Dreispiegelresonator und macht den Einsatz von Filterresonatoren für gequetschtes Licht überflüssig.

werden, an denen das Squeezing vor der Einspeisung in das Interferometer reflektiert wird [17]. Beschränkt man sich auf Squeezing im schrotrauschlinitierten Frequenzbereich, so muss immerhin noch ein Filterresonator eingesetzt werden, um eine Rotation der Squeezingellipse bei Reflexion am verstimmtten SR-Resonator zu kompensieren. Der Einsatz von breitbandig gequetschtem Licht zur Steigerung der Empfindlichkeit eines solchen Interferometers ist in einem Tischexperiment gelungen [45].

Die neuartige Topologie des Twin-Signal Recycling Interferometers zielt auf den Einsatz von Squeezing im schrotrauschlinitierten Frequenzbereich ohne vorherige Filterung ab. Gleichzeitig wird eine Steigerung der Empfindlichkeit um den Faktor zwei erzielt, da, anders als beim Signal Recycling, *beide* Signalseitenbänder im TSR-Resonator resonant überhöht werden [46].

Die Abbildung 5.1 zeigt eine Gegenüberstellung der Dual Recycling- und der Twin-Signal Recycling-Topologie, deren experimenteller Aufbau Gegenstand der vorliegenden Arbeit war. Ausgehend von einem Dual Recycling Interferometer wird der Aufbau durch einen zusätzlichen Spiegel - den Twin-Signal Recycling Spiegel - im Signalport ergänzt. Dieser Spiegel bildet zusammen mit dem SR-Spiegel einen zusätzlichen Resonator mit optischer Kopplung zum SR-Resonator. Effektiv ist damit ein linearer Dreispiegelresonator aufgebaut worden, der durch den TSR-Spiegel und durch die beiden Interferometerendspiegel begrenzt wird. Der SR-Spiegel, Bestandteil beider Teilresonatoren, dient dabei zusätzlich als koppelndes Element. Eine Diskussion der Eigenschaften linearer Dreispiegelresonato-





**Abbildung 5.2.:** Simulation eines Dreispiegelresonators mit Amplitudenreflektivitäten  $r_{\text{MIFO}} = \sqrt{0,99995}$  der Interferometerendspiegel und  $r_{\text{TSRM}} = \sqrt{0,963}$  des TSR-Spiegels. Es bildet sich ein symmetrisches Resonanzdublett (in rot dargestellt) aus, mit einer Frequenzaufspaltung  $f_{\text{sp}} = 1$  kHz. Die korrespondierende Phase bei Reflexion am Dreispiegelresonator ist in blau dargestellt.

ren findet sich in Abschnitt 3.1.5.

Ähnlich wie bei gekoppelten mechanischen Oszillatoren treten bei gekoppelten optischen Resonatoren *Resonanzdubletts* auf. Die Frequenzaufspaltung  $f_{\text{sp}} = \omega_{\text{sp}}/2\pi$  dieses Dubletts hängt von der Kopplung zwischen SR- und TSR-Resonator ab, also von der Transmission des zentralen SR-Spiegels. Der Zusammenhang zwischen der Transmission  $T_{\text{SRM}}$  und der Frequenzaufspaltung  $\omega_{\text{sp}}$  ergibt sich aus dem Ausdruck

$$-\frac{1}{2}\arg\left[\varrho_{\text{SRC}}\left(\phi = \frac{\omega_{\text{sp}}L_{\text{TSRC}}}{c}\right)\right] = \frac{L_{\text{TSRC}}}{L_{\text{SRC}}}\frac{\omega_{\text{sp}}L_{\text{SRC}}}{c}. \quad (5.1)$$

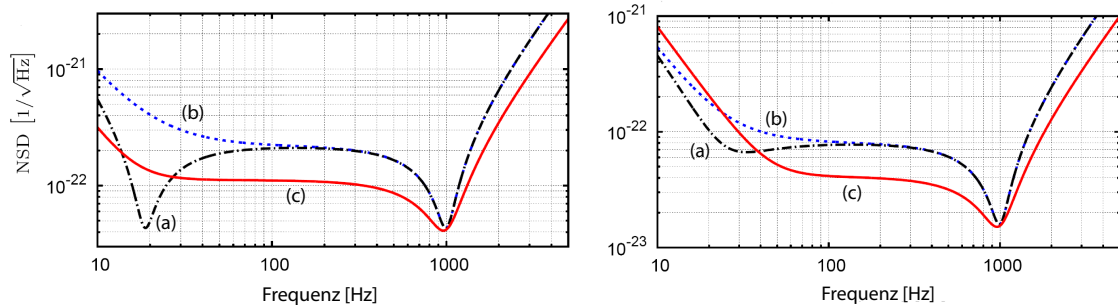
Der Term  $\arg(\varrho_{\text{SRC}})$  steht für die frequenzabhängige Phase des am SR-Resonator reflektierten Lichts und bestimmt die Resonanzbedingung des Dreispiegelresonators. Die makroskopischen Längen  $L$  legen den freien Spektralbereich der Resonatoren fest. Die rechte Seite von Gleichung (5.1) beschreibt die Dispersion beider Resonatoren [48]. Für den Spezialfall gleicher Resonatorlängen,  $L_{\text{SRC}} = L_{\text{TSRC}}$ , kann die Lösung von Gl. (5.1) angegeben werden als

$$T_{\text{SRM}} = 1 - \frac{4\cos^2\left(2\frac{\omega_{\text{sp}}L_{\text{TSRC}}}{c}\right)r_{\text{end}}^2}{(1+r_{\text{end}}^2)^2}, \quad (5.2)$$

die sich für ideal reflektierende Interferometerendspiegel mit  $r_{\text{end}} = 1$  weiter vereinfacht zu

$$T_{\text{SRM}} = 1 - \cos^2\left(2\frac{\omega_{\text{sp}}L_{\text{TSRC}}}{c}\right). \quad (5.3)$$

Die Wahl der Transmission  $T_{\text{SRM}}$  des SR-Spiegels legt also die Frequenzaufspaltung des Resonanzdubletts  $\omega_{\text{sp}} = 2\pi f_{\text{sp}}$  fest.



**Abbildung 5.3.:** Spektrale Rauschdichten eines Detektors mit den technischen Parametern von GEO 600. In der linken Abbildung werden die beiden SR-Modi mit Verstimmung auf das obere (a) bzw. untere (b) Signalseitenband mit einer GEO-TSR (c) Konfiguration verglichen. Ein GEO-Detektor mit TSR liefert bei genügend hohen Frequenzen eine um den Faktor zwei höhere Sensitivität gegenüber einem Dual Recycling GEO-Detektor. In der rechten Abbildung wird Squeezing in die gleichen Detektoren injiziert, in beiden Fällen zeigt sich eine breitbandige Sensitivitätssteigerung, bei GEO-TSR jedoch ohne den Einsatz eines zusätzlichen Filterresonators.

Für die folgenden Betrachtungen sollen gleiche Resonatorlängen  $L_{\text{SRC}} = L_{\text{TSRC}} = 1200$  m und eine Frequenzaufspaltung von  $f_{\text{sp}} = 1$  kHz angenommen werden. Abbildung 5.2 zeigt ein entsprechendes simuliertes Resonanzdublett für  $r_{\text{end}}^2 = 0,99995$  und  $r_{\text{TSRM}}^2 = 0,963$ . Die Reflektivität des TSR-Spiegels legt den Betrag der resonanten Signalüberhöhung und damit die Sensitivität bei der entsprechenden Seitenbandfrequenz fest. Dies verhält sich in Analogie zum verstimmteten Signal Recycling, wo diese Eigenschaften durch die Reflektivität des SR-Spiegels festgelegt werden. Das Resonanzdublett weist bezüglich des Betrags und der Phase eine Symmetrie zur Trägerfrequenz  $f_0$  auf. Aus der Abbildung geht unmittelbar hervor, dass, wenn der Resonator bezüglich der mikroskopischen Position der Spiegel auf die Trägerfrequenz  $f_0$  eingestellt ist, oberes und unteres Seitenband identische Resonanzbedingungen haben. Simulationen mit den technischen Designparametern von GEO 600 haben die Kurven in Abbildung 5.3 für die spektralen Rauschdichten bei Homodyndetektion im Signalport ergeben. Für Signal Recycling im verstimmteten Betrieb ist die spektrale Rauschdichte, je nach Amplituden- oder Phasenquadraturdetektion, unterschiedlich. Es wird an dieser Stelle von einer Messung der Amplitudenquadratur ausgegangen, bei der sich niedrige spektrale Rauschdichten für Frequenzen unterhalb der optischen Resonanz bei 1 kHz ergeben.

In Abbildung 5.3 werden Signal Recycling und Twin Signal Recycling bezüglich spektraler Rauschdichten mit und ohne injiziertes Squeezing verglichen. Die spektralen Rauschdichten in der Abbildung auf der linken Seite spiegeln die Situation ohne den Einsatz gequetschten Lichts wieder. Die gepunktete Kurve gehört zu einem Detektor mit um ein kHz gegenüber dem Träger verstimmteten Signal Recycling mit resonantem unterem Signalseitenband, die gestrichelte Kurve zu Signal Recycling mit resonantem oberem Seitenband. Die rote Kurve gibt die spektrale Rauschdichte eines Detektors in GEO-Konfiguration mit Twin-Signal Recycling wieder und zeigt eine deutlich höhere Empfind-

lichkeit ab Frequenzen von ca. 40 Hz gegenüber dem Interferometer in Dual Recycling Topologie. Das Maximum der Empfindlichkeitssteigerung durch TSR zeigt sich bei Frequenzen um etwa 100 Hz, im schrotrauschlinitierten Frequenzregime. Die Sensitivitätssteigerung beträgt einen Faktor zwei, was, wie bereits erwähnt auf die resonante Überhöhung beider Signalseitenbänder zurückzuführen ist. Bei niedrigeren Frequenzen dominiert das Strahlungsdruckrauschen. Der für das obere Signalseitenband resonante Detektor mit verstimmttem Signal Recycling zeigt aufgrund des Auftretens der *optischen Feder* [49] bei etwa 20 Hz eine höhere Sensitivität als der simulierte GEO-Detektor mit Twin-Signal Recycling. Die optische Feder kann in Twin-Signal Recycling-Konfiguration nicht beobachtet werden, da oberes und unteres Seitenband gleichermaßen eine resonante Überhöhung erfahren. Eine weitere bemerkenswerte Eigenschaft von TSR-Interferometern ist die, dass genau wie beim einfachen Michelson-Interferometer sich alle Gravitationswellensignale ausschließlich in der Phasenquadratur des Trägerfeldes wiederfinden. Im Gegensatz dazu ist das Signal bei verstimmttem Signal Recycling in der Phasen- und Amplitudenquadratur, sowie in deren Linearkombinationen zu finden.

Die Spektren auf der rechten Seite von Abbildung 5.3 zeigen das Verhalten der untersuchten Interferometertopologien bei der Injektion von ca. um 8 dB breitbandig gequetschtem Licht. Wieder erreicht die TSR-Topologie für Frequenzen über 40 Hz eine höhere Sensitivität als das Interferometer mit verstimmttem Signal Recycling, nämlich gerade den Faktor zwei, der auf der resonanten Überhöhung beider Signalseitenbänder beruht. Dabei ist jedoch zu beachten, dass für das TSR-Interferometer auf den Einsatz zusätzlicher optischer Filterresonatoren verzichtet werden konnte. Für keine der dargestellten Kurven ist eine frequenzabhängige Optimierung der Squeezingellipse vorgenommen worden, so dass im Bereich kleiner Frequenzen unterhalb 40 Hz, im durch Strahlungsdruckrauschen limitierten Frequenzregime noch Raum für Verbesserung sowohl für das Dual Recycling-, als auch für Twin-Signal Recycling Interferometer besteht. Dazu müssen jedoch zusätzliche Filterresonatoren eingesetzt werden.

Für den Einsatz von TSR in Gravitationswellendetektoren muss die spektrale Beschaffenheit des Detektorrauschens in die Abstimmung des Dreispiegelresonators einbezogen werden. Da momentan alle Detektoren bei Raumtemperatur betrieben werden, liefert thermisches Rauschen einen entscheidenden Beitrag zum gesamten Rauschuntergrund. Die TSR-Resonanzfrequenz sollte also im Hinblick auf das thermische Rauschen im Detektor gewählt werden. Das thermische Rauschen in Gravitationswellendetektoren resultiert aus der thermisch induzierten Bewegung der Spiegeltestmassen und fällt zu hohen Frequenzen hin ab. Da die Rate der detektierbaren kosmologischen Ereignisse aller Voraussicht nach ebenfalls mit steigender Frequenz abnimmt, kann bei fester Frequenz die TSR-Resonanz an das abfallende thermische Rauschen angepasst werden. Ähnlich wie beim Signal Recycling, bei dem die Resonanzfrequenz *in situ* verändert werden kann, ist der Einsatz eines kurzen Resonators oder Etalons anstatt des TSR-Spiegels zur Einstellung der Resonanz denkbar. Über die Temperatur des Etalons kann so die Reflektivität eingestellt werden. Um die theoretischen Eigenschaften der TSR-Topologie zu experimentell zu demonstrieren, wurde in dieser Arbeit ein solches Interferometer im Tischexperiment aufgebaut, ein Regelungskonzept erstellt und schließlich das Interferometer in allen relevanten Freiheitsgraden elektronisch stabilisiert.

### 5.1.2. Vom Dual Recycling- zum Twin-Signal Recycling-Experiment

Große Teile der experimentellen Infrastruktur für den Aufbau eines Twin-Signal Recycling Interferometers waren bereits durch das Vorgängerexperiment – das Dual Recycling Michelson-Interferometer Tischexperiment [2] – gegeben. Ein Ausbau des bestehenden Interferometers sollte den Aufwand beim Aufbau des TSR-Experiments minimieren.

Neben den optischen Komponenten war vorgesehen, auch einen Großteil der bereits aufgebauten Elektronik, wie z.B. Photodetektoren und Servos, Mischer und Oszillatoren weiterzuverwenden. Die zu regelungstechnischen Zwecken verwendeten Modulationsfrequenzen sollten ebenfalls beibehalten werden. Diese Randbedingungen bedeuteten Einschränkungen in der Wahl der übrigen experimentellen Parameter, insbesondere für das Regelungskonzept des Experiments. Weitere Einschränkungen ergaben sich aus der Bevorzugung einer bestimmten TSR-Resonatorlänge und einer TSR-Spiegelreflektivität, die an späterer Stelle begründet wird (vgl. Abschnitt 5.2).

Zur Erstellung eines Regelungskonzepts wurden umfangreiche Simulationen für die zu erwartenden Fehlersignale durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.2.1).

Bereits zu Beginn des Ausbaus zum TSR-Interferometer hat sich gezeigt, dass das Dual Recycling Interferometer nicht ohne Modifikationen und Anpassungen übernommen werden kann: Ein „black box“-Betrieb mit lediglich geringfügiger Nachjustage des bestehenden Aufbaus war aus verschiedenen Gründen nicht möglich (vgl. Abschnitt 5.3.4). Eine detaillierte Beschreibung des Dual Recycling Michelson-Interferometer Experiments findet sich in [10]. Auf die wichtigsten Details wird in dieser Arbeit in Abschnitt 5.3.1 eingegangen.

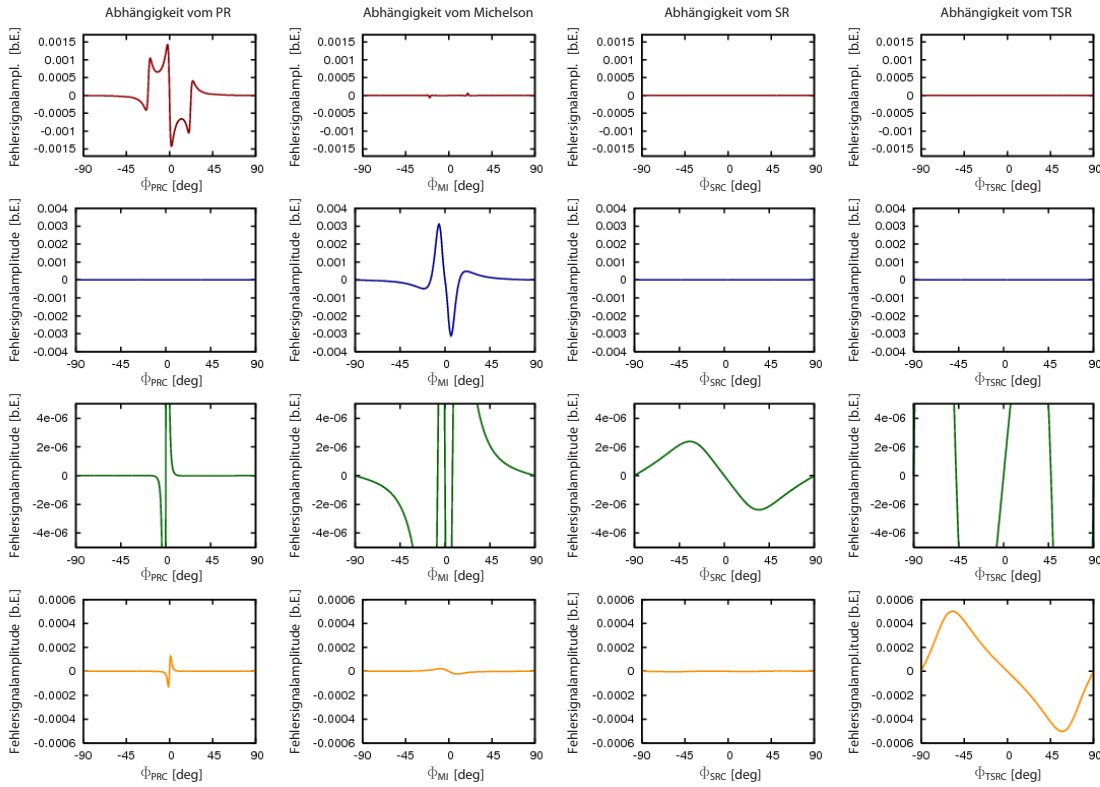
## 5.2. Simulationen

Dem eigentlichen Ausbau des bestehenden Interferometers zum TSR-Experiment sind verschiedene Simulationen vorausgegangen. Einerseits mussten im Hinblick auf die Resonanzstruktur des Dreispiegelresonators und damit das spätere Verhalten des TSR-Interferometers die Parameter des TSR-Resonators festgelegt werden. Andererseits galt es ein Regelungskonzept für das TSR-Interferometer zu erarbeiten, das trotz des gegenüber dem Dual Recycling Interferometer zusätzlichen (gekoppelten) Freiheitsgrades eine stabile elektronische Regelung des Experiments ermöglicht.

### 5.2.1. Simulation der TSR-Fehlersignale

Ein derart komplexes Experiment wie das vorliegende lässt sich nur mit großem Aufwand in allen seinen Freiheitsgraden elektronisch stabilisieren. Bereits für das Dual Recycling Michelson-Interferometer wurden im Vorfeld umfangreiche Simulationen der zu erwartenden Fehlersignale zur Kontrolle der verschiedenen Freiheitsgrade durchgeführt, um die Geometrie des Aufbaus, Modulationsfrequenzen, etc. entsprechend festlegen zu können [50].

Dementsprechend sollte auch für das TSR-Interferometer im Vorfeld geklärt werden, unter welchen Randbedingungen optimale Fehlersignale zu erwarten sind. Zu diesem Zweck ist das TSR-Interferometer vollständig in der Sprache der Interferometer-Simulationssoftware *FINESSE* [30] implementiert worden (siehe Anhang D).



**Abbildung 5.4.:** *Kontrollmatrix der TSR-Michelson-Interferometer Fehlersignale. Jede – farblich kodierte – Zeile gehört zu einer Photodiode im experimentellen Aufbau und deren detektierten Fehlersignalen. In den Spalten sind die entsprechenden Fehlersignale bei Variation eines Freiheitsgrades des Experiments (PR-Resonatorlänge, Michelson-Armlänge, SR-Resonatorlänge und TSR-Resonatorlänge) abgebildet. Auffällig ist die Kopplung der Fehlersignale: Bei der Längenvariation eines Freiheitsgrades und gleichzeitiger Konstanthaltung der restlichen Freiheitsgrade liefern im Regelfall mehrere Photodetektoren ein Fehlersignal.*

Es hat sich unmittelbar gezeigt, dass für das TSR-Interferometer eine Kopplung der Fehlersignale besteht. Dieses Ergebnis ist wenig überraschend, wenn man bedenkt, dass bereits im einfachen Dreispiegelresonator die Freiheitsgrade nicht entkoppelt sind. Je nach Wahl der Simulationsparameter haben die Simulationen bei der Längenänderung eines Freiheitsgrades ein Ansprechen auch von Photodioden zur Detektion von Fehlersignalen für jeweils andere Freiheitsgrade gezeigt. Im Rahmen von Parameterstudien, also Simulationsläufen mit unterschiedlicher Wahl der experimentellen Gegebenheiten wie z.B. Längen des TSR-Resonators, Positionen von „Locking“-Photodetektoren, Demodulationsphasen, etc. ist quasi experimentell ein Kontrollschema für das TSR-Experiment gewonnen worden. Dieses legt die verbliebenen freien Parameter im experimentellen Aufbau weitestgehend fest. Einen optimalen Satz von Fehlersignalen hat der Fall gleicher Resonatorlängen,  $L_{SRC} = L_{TSRC}$  ergeben. Entscheidend war auch der Ort der Detektion des jeweiligen Fehlersignals. Die PR- und SR-Fehlersignale wurden in der Simulation in Reflexion des PR-Spiegels detektiert. Das TSR-Fehlersignal wurde in Transmission ei-

nes Interferometer-Endspiegels gewonnen. Das mit einem Polarisationsgemisch betriebene Michelson-Interferometer lieferte das Fehlersignal für den „dark port“ in Transmission eines PBS im Signalport, auf dem p-polarisierten Anteil des Lichtfeldes. Das Ergebnis des zugehörigen Simulationslaufs ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

Für die Simulation wurde eine perfekte Justage der zugrundeliegenden optischen Komponenten angenommen. Eine weitere Prämisse der Simulation ist die Gültigkeit der einzelnen Fehlersignale ausschließlich in dem Fall, dass die jeweils anderen Freiheitsgrade auf ihrem Arbeitspunkt gehalten werden. Diese idealisierte Situation im Experiment wiederzufinden war nicht in allen Fällen zu erwarten. Fehlersignale konnten also gegebenenfalls von ihrer Gestalt in der Simulation abweichen, je nachdem, welche Freiheitsgrade fluktuierten oder bereits stabilisiert waren.

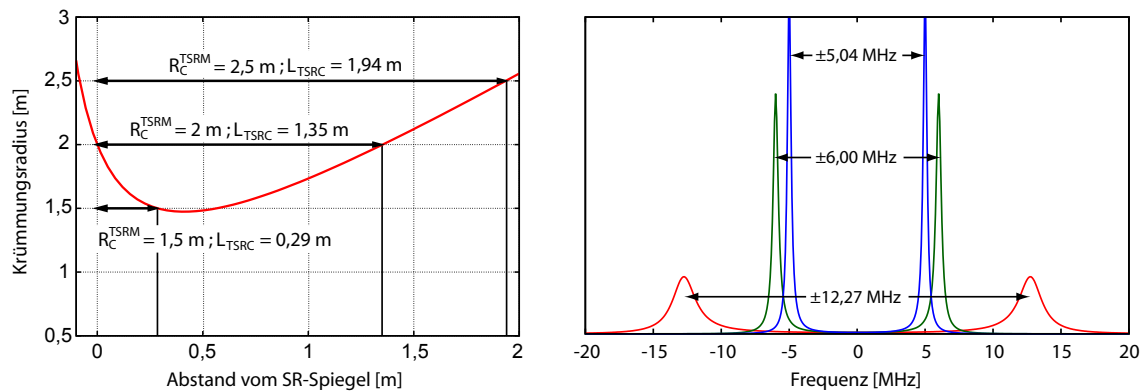
Deutlich wird auch der Einfluss des Polarisationsgemisches auf die Kontrollmatrix: das Fehlersignal für den Interferometer-„dark port“ ist entkoppelt von den Fluktuationen der anderen Freiheitsgrade. Das Michelson-Fehlersignal, dargestellt in der „blauen“ Zeile der Kontrollmatrix zeigt lediglich eine Abhängigkeit von der Variation der Interferometer-Armlänge. Im Gegensatz dazu zeigt sich beispielsweise in der ersten Matrixspalte, dass bei Fluktuationen des PR-Resonators ein zusätzliches Ansprechen der Photodetektoren zur Stabilisierung von SR- und TSR-Resonator erfolgt.

Im Optimalfall vollständig entkoppelter Freiheitsgrade spricht man auch von „orthogonalen Fehlersignalen“. Für das Twin-Signal Recycling Interferometer gilt diese Voraussetzung nicht. Durch die Vorgabe der Modulationsfrequenzen konnten die Fehlersignale nicht vollständig entkoppelt werden. Die Simulationen haben jedoch gezeigt, dass für eine entsprechende Wahl der Parameter die Fehlersignale zumindest „linear unabhängig“ sind. Die Kontrollmatrix ist somit „diagonalisierbar“. Für den Fall gleicher Resonatorlängen wird die Kopplung zwischen den Fehlersignalen minimal. „Hierarchisches Locken“, ein Vorgehen, bei dem die experimentellen Freiheitsgrade nach und nach in einer festen, vorgegebenen Reihenfolge elektronisch stabilisiert werden ist hier das Mittel der Wahl, um den Einfluss der verbliebenen Kopplung der Fehlersignale zu umgehen. Dies wird ausführlich in Abschnitt 5.4.2 diskutiert.

### 5.2.2. Ermittlung der TSR-Resonatorgeometrie

Zum Aufbau eines Twin-Signal Recycling Interferometers musste bei dem bereits bestehenden Interferometer ein zusätzlicher Spiegel in den Signalport hinter dem Signal Recycling Spiegel integriert werden. Festzulegen blieb der Abstand  $L_{\text{TSRC}}$  zwischen TSR- und SR-Spiegel, der entscheidenden Einfluss auf die Frequenzaufspaltung im TSR-Dreispiegelresonator hat. Da die Quetschlichtquelle auf einen Frequenzbereich zwischen 3 MHz bis 15 MHz optimiert war, sollte die Frequenzaufspaltung in diesem Bereich liegen, im Optimalfall bei 4 MHz, da bei dieser Frequenz von der PPKTP-Quetschlichtquelle das erzeugte Squeezing maximal wurde (vgl. Abschnitt 4.5.5). Die Strahlgeometrie in dem aus diesen beiden Spiegeln gebildeten optischen Resonator wird ebenfalls durch die Wahl des Abstands  $L_{\text{TSRC}}$  bestimmt. Dies gilt, da der Krümmungsradius des TSR-Spiegels, aufgrund der gegebenen Eigenschaften des Signal Recycling-Spiegels, durch die Wahl dieses Abstandes festgelegt wird.

Auf der anderen Seite ist die Länge des TSR-Resonators der maßgebliche Parameter zum



**Abbildung 5.5.:** Simulation zur Ermittlung eines geeigneten Krümmungsradius für den TSR-Spiegel [51]. Die linke Abbildung zeigt den Krümmungsradius als Funktion der Resonatorlänge. Für drei gängige Spiegelkrümmungsradien sind die resultierenden Längen des TSR-Resonators eingezeichnet worden. Die rechte Abbildung zeigt qualitativ den Einfluss der TSR-Resonatorlängen aus den drei Beispielkonfigurationen auf die Gestalt der resultierenden Resonanzdubletts und deren Frequenzaufspaltung.

gezielten Design des Resonanzdubletts des Dreispiegelresonators. Für verschiedene Längen  $L_{TSRC}$  werden, neben dem Einfluß auf die Qualität der Fehlersignale, unterschiedliche Frequenzaufspaltungen in der Dublettstruktur des Dreispiegelresonators erzielt.

Praktisch ist folgendermaßen vorgegangen worden: Mithilfe des Programms *JamMt* [25] ist die Krümmung der Phasenfronten des Laserstrahls im TSR-Resonator als Funktion der Resonatorlänge berechnet worden. Durch den Vergleich mit den Krümmungsradien gängiger, kommerziell erhältlicher Spiegel konnte auf die entsprechenden realisierbaren Resonatorlängen geschlossen werden. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Aus der Kenntnis der Resonatorlängen wiederum konnten die Eigenschaften der resultierenden Frequenzdubletts berechnet werden. Die Wahl eines Krümmungsradius des TSR-Spiegels von 1,5 m bei einer Resonatorlänge von 0,29 m schien im Hinblick auf die Frequenzaufspaltung von 12,72 MHz ungünstig, da bei dieser Frequenz nur noch wenig Squeezing der PPKTP-Quetschlichtquelle zu erwarten war. Ebenso schied die Wahl des Krümmungsradius von 2,5 m aus, da der TSR-Resonator bei einer Länge von 1,94 m unnötig schwierig zu stabilisieren wäre und die resultierende Fehlersignalmatrix eine starke Kopplung der Freiheitsgrade aufgezeigt hat. Der verbleibenden Lösung eines Krümmungsradius von 2,0 m bei einer Resonatorlänge von 1,35 m stand die Wahl gleicher Resonatorlängen  $L_{TSRC} = L_{SRC}$  gegenüber, die beide zu ähnlich großen Frequenzaufspaltungen führen.

Es hat sich jedoch gezeigt, dass die aufgrund optimal entkoppelter Fehlersignale favorisierte Lösung identischer Resonatorlängen nur mit einer Spiegelkrümmung von 1,88 m realisierbar ist. Ein solcher Spiegel wäre lediglich als Spezialanfertigung erhältlich gewesen.

Die Entscheidung ist schließlich zugunsten gleicher Resonatorlängen ausgefallen. Da schon allein aus zeitlichen Gründen eine Spezialanfertigung für den TSR-Spiegel nicht in Frage kam, ist eine Kombination aus einer Linse und einem Planspiegel anstatt eines gekrümm-

ten TSR-Spiegels gewählt worden. Der Planspiegel konnte im gewünschten Abstand vom SR-Spiegel aufgestellt werden. Durch Positionierung der Linse entlang des Laserstrahls konnte das Lichtfeld direkt auf die Oberfläche des Planspiegels fokussiert werden um einen stabilen Resonatorbetrieb zu erzielen. Die auf diese Weise im Dreispiegelresonator erreichte Frequenzaufspaltung lag mit 6,35 MHz in einem Bereich, in dem ausreichendes Squeezing aus der PPKTP-Quetschlichtquelle zu erwarten war.

## 5.3. Der experimentelle Aufbau

Der experimentelle Aufbau des Twin-Signal Recycling-Interferometers erfolgte in zwei Teilschritten. Zunächst ist das bereits vollständig aufgebaute Dual Recycling Michelson-Interferometer wieder in Betrieb genommen worden. Nach gründlicher Justage der bestehenden Infrastruktur ist mit dem Ausbau zum Twin-Signal Recycling-Interferometer begonnen worden. Darüberhinaus mußte ein neuer Homodyndetektor aufgebaut werden. Die beiden Aufbauphasen des TSR-Experiments werden in den folgenden Abschnitten dokumentiert.

### 5.3.1. Das Interferometer

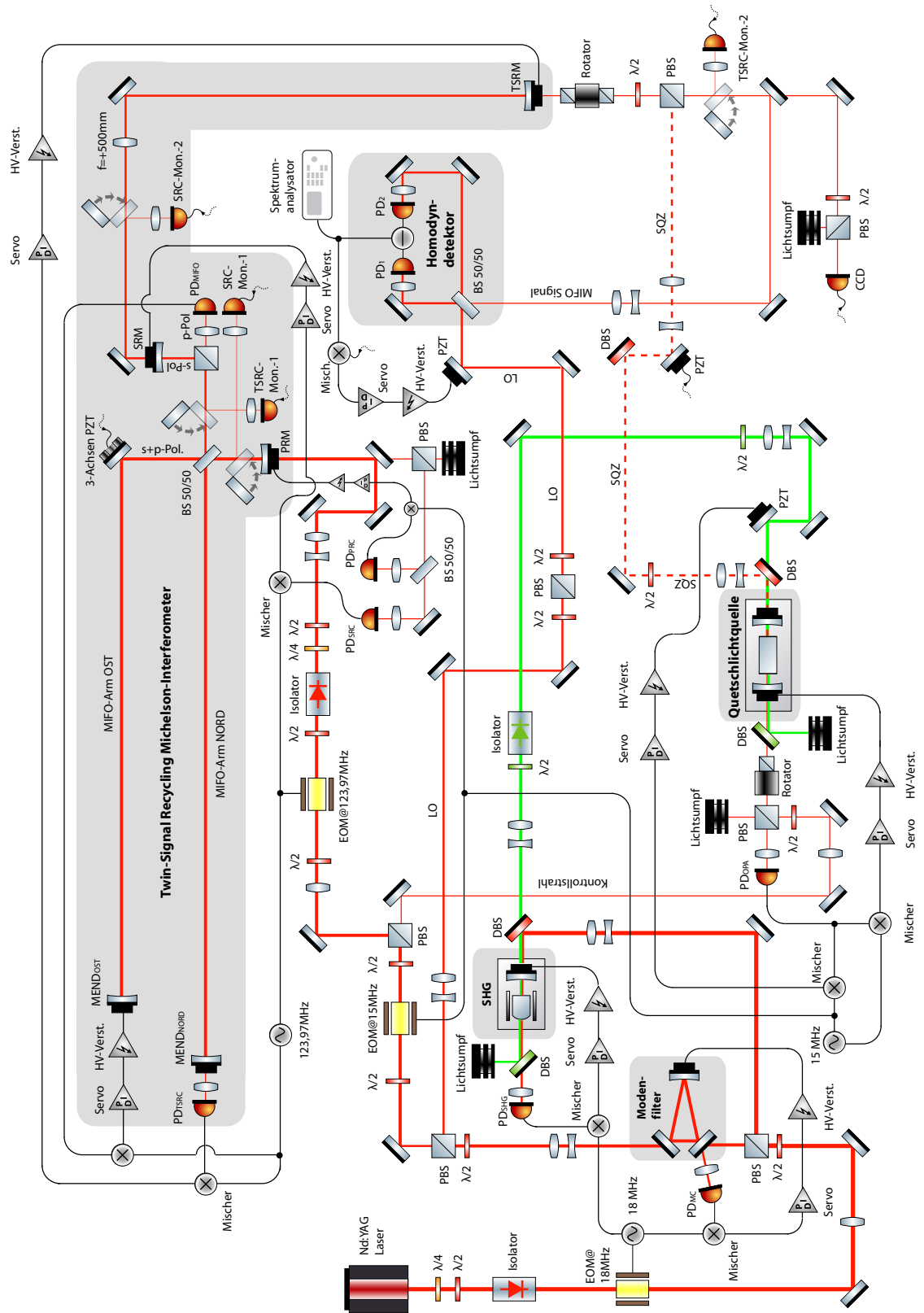
Der bereits bestehende Aufbau war schon Grundlage der erstmaligen experimentellen Demonstration der Injektion von gequetschtem Lichts in ein Dual Recycling Michelson-Interferometer und der damit verbundenen Steigerung der Sensitivität [2, 45]. Durch die Übernahme großer Teile des Vorgängerexperiments konnte auf eine funktionierende Infrastruktur zurückgegriffen werden, was den Aufbau des Twin-Signal Recycling Interferometers stark vereinfachen sollte. Eine schematische Darstellung des gesamten TSR-Experiments zeigt Abbildung 5.6.

Bei der Lichtquelle des Interferometer-Experiments handelte es sich um einen Nd:YAG-Laser mit einer Ausgangsleistung von zwei Watt bei einer Wellenlänge von 1064 nm (vgl. Abschnitt 3.4), der auch schon bei der PPKTP-Quetschlichtquelle zum Einsatz gekommen ist. Etwa die Hälfte der Laserleistung, d.h. knapp ein Watt wurde der Frequenzverdopplerstufe (Abschnitt 4.2) zugeführt, zur Konversion in ein Pumpfeld für die Quetschlichtquelle. Das verbleibende Laserlicht wurde modengefiltert (Abschnitt 3.4.2) und in mehrere Strahlen aufgespalten. Etwa 50 mW standen als optischer Lokaloszillator für den Homodyndetektor zur Verfügung, weitere 5 mW konnten der Quetschlichtquelle als Kontrollstrahl (Abschnitt 4.1) zugeführt werden. Das Interferometer ist mit einer Eingangsleistung von knapp 40 mW betrieben worden. Sowohl der Interferometer- als auch der Kontrollstrahl haben beide einen EOM mit einer Modulationsfrequenz von 15 MHz passiert. Der Interferometer-Eingangsstrahl ist vor der Einkopplung zusätzlich bei 123,97 MHz phasenmoduliert worden. Diese beiden Modulationsfrequenzen bilden später die Grundlage der Regelung der Interferometerfreiheitsgrade (vgl. Abschnitt 5.4).

---

**Abbildung 5.6. (gegenüberliegende Seite):** Schematische Darstellung des TSR-Experiments. Neben den Bestandteilen der PPKTP-Quetschlichtquelle ist das Twin-Signal Recycling Michelson-Interferometer als weitere experimentelle Schlüsselstelle grau unterlegt worden.





Der modengefilterte und frequenzmodulierte Interferometer-Eingangsstrahl hat vor der Einkopplung in das Interferometer mehrere optische Komponenten passiert. Mithilfe einer Kombination aus  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und optischem Isolator konnte die Eingangsleistung des Interferometers stufenlos eingestellt werden. Darüberhinaus diente der Isolator der Vermeidung von Anteilen am Interferometer reflektierten Lichts im Eingangspfad. Eine weitere  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte diente zur Einstellung der *Mischpolarisation*, zur teilweisen Entkopplung der Freiheitsgrade des Experiments (vgl. Abschnitt 5.4). Verschiedene Linsen dienten der Modenanpassung des Eingangsfeldes an das Interferometer, eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte war zur Elimination elliptischer Polarisationsanteile in den Aufbau integriert worden.

Die Einkopplung in das Interferometer erfolgte durch den Power Recycling Spiegel (PRM), der mit den Interferometer-Endspiegeln den Power Recycling Resonator zur resonanten Leistungsüberhöhung bildete. Die Gesamtlänge des PR-Resonators betrug 1,21 m. Der PR-Spiegel besaß eine Leistungsreflektivität von 90 %, einen Krümmungsradius von zwei Metern und war in einem „Drei-Achsen“-Spiegelhalter der Firma Thorlabs untergebracht, der zusätzlich ein Piezo-Stellelement zur Einstellung der mikroskopischen Spiegelposition beinhaltet. Die theoretische Finesse des PR-Resonators beträgt  $\mathcal{F} \approx 60$ .

Am Michelson-Strahlteiler wurde das einfallende Lichtfeld in zwei äquivalente Teilstrahlen aufgespalten, die entlang der Interferometerarme propagierten. Beide Arme waren aus Platzgründen parallel angeordnet, weswegen im „Ostarm“ ein zusätzlicher piezoaktuierbarer Umlenkspiegel aufgebaut worden ist. Dieser konnte mithilfe eines speziellen Piezo-Kontrollers angesteuert und entlang dreier orthogonaler Achsen in mikroskopischer Größenordnung verschoben werden. Die Endspiegel des Interferometers besaßen jeweils eine Leistungsreflektivität von 99,92 % und einen Krümmungsradius von 1,5 m. Auch sie waren piezoaktuierbar und zur Erleichterung der Justage in Thorlabs Drei-Achsen-Spiegelhaltern gelagert. Die Länge des „Nordarms“ betrug vom Strahlteiler aus gemessen einen Meter. Die des „Ostarms“ betrug 1,01 m. Diese sogenannte *Schnupp-Asymmetrie* ist Bestandteil eines gängigen Interferometer-Kontrollschemas bei externer Modulation des Lichtfeldes [16]. Ziel der Längenasymmetrie ist die „Durchlässigkeit“ des Interferometers für Modulationsseitenbänder in den Signalport, trotz einer Stabilisierung auf den „dark fringe“-Arbeitspunkt. Beim „dark fringe“-Betrieb des Interferometers läuft im SR-, bzw. TSR-Resonator kein Trägerfeld mehr um, es erfolgt lediglich eine Überhöhung von Seitenbändern bei der entsprechenden Resonanzfrequenz.

Im verbleibenden Strahlteilerport, dem Signalport, befand sich ein polarisierender Strahlteiler (PBS) zur Auftrennung des im Interferometer umlaufenden „mischpolarisierten“ Lichts in seine beiden orthogonalen Polarisationsanteile. Der transmittierte, p-polarisierte Anteil diente zur Gewinnung eines Fehlersignals für das Michelson-Interferometer, das konstant auf seinem Arbeitspunkt bei dunklem Signalport, auf „dark fringe“, gehalten werden sollte. Beim reflektierten s-polarisierten Anteil handelte es sich um die eigentliche Signal-Polarisationsmode. Zweck des im Signalport platzierten Signal Recycling Spiegels (SRM) war die resonante Signalüberhöhung im Resonator, den er zusammen mit den Michelson-Endspiegeln bildete. Dieser Signal Recycling Resonator besaß wie der PR-Resonator eine Gesamtlänge von 1,21 m. Die Leistungsreflektivität des Signal Recycling-Spiegels entsprach mit  $R_{\text{SRM}} = 90\%$  der des PR-Spiegels. Die Krümmungsradien stimmten mit zwei Metern ebenso überein wie die theoretische Finesse von  $\mathcal{F} \approx 60$ . Wieder ist zur Halterung

**Tabelle 5.1.:** Eine Auswahl technischer Parameter des Dual Recycling Michelson-Interferometers [50].

Modulationsfrequenz Michelson, SR	123,97 MHz
Modulationsfrequenz PR	15 MHz
Länge PR-/SR-Resonator	1,205 m
Länge Nordarm	1 m
Länge Ostarm	1,01 m
Reflektivitäten Endspiegel	99,92 %
Reflektivitäten PR- und SR-Spiegel	90 %
FSR PR-/SR-Resonator	124,4 MHz
Krümmungsradius Endspiegel	1,5 m
Krümmungsradius PR- und SR-Spiegel	2 m

des SR-Spiegels ein in Strahlrichtung piezoaktuierter Thorlabs Drei-Achsen-Spiegelhalter verwendet worden.

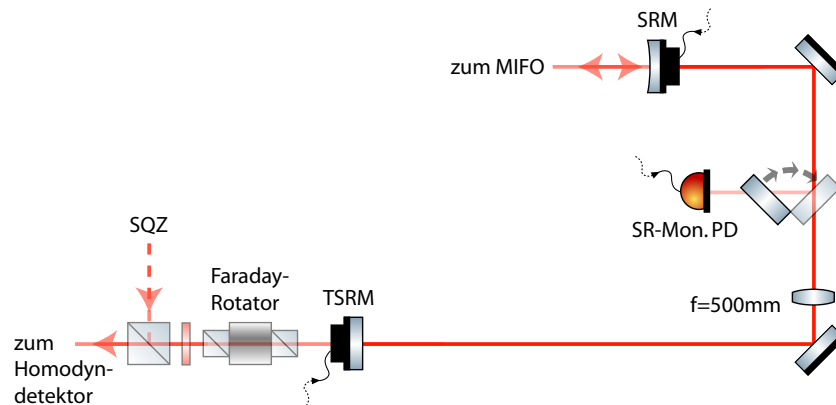
Über den gesamten Aufbau verteilt finden sich zahlreiche Photodetektoren, deren Zweck entweder die Kontrolle der Modenanpassung an die unterschiedlichen Resonatoren, bzw. die Justage des Michelson-Interferometers war („Monitordioden“) oder sie dienten der Gewinnung von Fehlersignalen für die elektronische Regelung der Interferometerfreiheitsgrade.

Ein Austausch der alten Photodetektoren, die Bestandteile von Regelkreisen waren, gegen neue empfindlichere Detektoren schien sinnvoll. Da die Simulation einen Satz optimaler Fehlersignale für andere Positionen der Photodetektoren als beim Vorgängerexperiment geliefert hat, hätten die bestehenden Photodetektoren ohnehin abgebaut und in anderen „Detektionsports“ wieder aufgebaut werden müssen.

Die Fehlersignale für den Power Recycling und für den Signal Recycling Resonator sind in Reflexion des PR-Spiegels aufgenommen worden. Das Fehlersignal für den Michelson-„dark port“ ist, wie bereits erwähnt, im Signalport des Interferometers gewonnen worden. Das Fehlersignal für den Twin-Signal Recycling Resonator ist schließlich in Transmission eines Interferometer-Endspiegels aufgenommen worden. Der neu aufzubauende Twin-Signal Recycling Resonator sollte unmittelbar an den Signal Recycling-Resonator anschließen. Der Aufbau des TSR-Resonators wird in Abschnitt 5.3.2 beschrieben. Auf die Einkopplung des gequetschten Feldes mitsamt der dafür zusätzlich zu integrierenden optischen Komponenten wird in Abschnitt 5.3.3 eingegangen. Zur Detektion des Interferometersignals ist eigens ein neuer Homodyndetektor aufgebaut worden, der in Abschnitt 5.3.5 vorgestellt wird. Die wichtigsten technischen Daten des Experiments sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt worden.

### 5.3.2. Der Twin-Signal Recycling Resonator

Das zentrale Element des TSR-Experiments war der dem bestehenden Aufbau neu hinzuzufügende Twin-Signal Recycling-Spiegel. Er bildete zusammen mit dem Signal Recycling-Spiegel den TSR-Resonator. Dieser Resonator wiederum bildete zusammen mit den



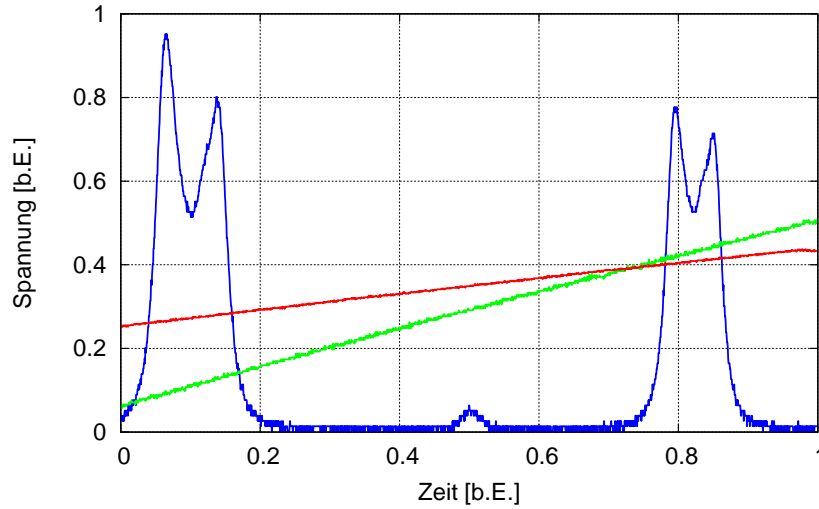
**Abbildung 5.7.:** Schematische Zeichnung des TSR-Resonators. Anstatt eines gekrümmten Spiegels ist zum Aufbau des TSR-Resonators ein planer Spiegel (TSRM) in Kombination mit einer Sammellinse einer Brennweite von  $f = 500\text{ mm}$  zum Einsatz gekommen. Die Strahltaile des Interferometer-Lichtfeldes konnte so direkt auf die Spiegeloberfläche abgebildet werden, um einen stabilen Resonatorbetrieb zu gewährleisten. Der Klappspiegel und der Monitor-Photodetektor im TSR-Resonator dienen der Kontrolle der Modenanpassung des SR-Resonators bei einer Justage seitens des Interferometers.

Interferometer-Endspiegeln einen linearen gekoppelten Dreispiegelresonator, dessen Eigenschaften später für das Verhalten des TSR-Interferometers bestimmend waren. Eine schematische Darstellung findet sich in Abbildung 5.7.

Zur Realisierung gleicher Resonatorlängen  $L_{\text{SRC}} = L_{\text{TSRC}} = 1,21\text{ m}$ , sollte anstatt eines gekrümmten TSR-Spiegels eine Kombination aus einer Linse und einem planen Spiegel verwendet werden. Bei dem verwendeten Planspiegel handelte es sich um ein  $25 \times 6,35\text{ mm}$  Kronglas-Substrat der Firma Laseroptik GmbH. Die Leistungsreflektivität betrug 95 % (Toleranz  $\pm 1\%$ ) für die Wellenlänge  $\lambda = 1064\text{ nm}$ . Auf der Rückseite des Substrats war eine Antireflexbeschichtung ( $R < 0,2\%$ ) aufgebracht worden. Wie auch die übrigen Interferometerspiegel ist der TSR-Spiegel zusammen mit einem als Aktuator dienenden Piezoelement in einen dreiachsigen Thorlabs Spiegelhalter eingebaut worden.

Es hat sich herausgestellt, dass der Spiegel eine Keilform („wedge“) besitzt, die vom Hersteller als Fertigungstoleranz angegeben worden war und als  $< 5'$  (kleiner fünf Bogensekunden) spezifiziert war. Auf den Einfluß des Keils bei der Justage des TSR-Resonators wird in Abschnitt 5.3.4 ausführlich eingegangen.

Aufgrund der Länge des TSR-Resonators mussten zu seiner Unterbringung auf dem optischen Tisch zwei Umlenkspiegel in den resonatorinternen Strahlengang integriert werden. Mehrere geschwärzte Messingrohre wurden verbaut, um den Laserstrahl unempfindlicher gegenüber Staub und thermischen Fluktuationen der Umgebungsluft zu machen. Zu Justagezwecken sind noch insgesamt drei Blenden in den TSR-Resonator integriert worden, die nach dem Interferometerstrahl als Referenz ausgerichtet worden sind. Zwei zusätzliche Monitorioden zur Justage des TSR-Resonators sind aufgestellt worden um sowohl von Interferometer-Seite, als auch seitens der Quetschlichtquelle jeweils in Transmission das entsprechende Modenspektrum aufnehmen zu können. Eine Monitoriode zur Justage des



**Abbildung 5.8.:** Resonanzdoublets des gekoppelten Dreispiegelresonators im TSR-Interferometer. Resonanzdoublets sind eine charakteristische Eigenschaft einer solchen Resonatorconfiguration, die bei entsprechender mikroskopischer Positionierung („Zustand“ des Resonators) der beteiligten Spiegel auftreten. In rot und in grün sind die beiden an die Piezoaktuatoren angelegten Hochspannungsrampen dargestellt. Die steilere Flanke der Hochspannungsrampe gehört zur Längenänderung des TSR-Resonators. Um eine identische mikroskopische Längenänderung beider Resonatoren zu gewährleisten ( $\Delta\phi_{\text{TSR}} = \Delta\phi_{\text{SR}}$ ) beträgt die Positionsänderung des TSR-Spiegels während eines Zeitintervalls  $\Delta t$  gerade das Doppelte der Positionsänderung des SR-Spiegels.

Signal Recycling-Resonators in Transmission, bei der Justage von der Interferometerseite, ließ sich mithilfe eines Klappspiegels innerhalb des TSR-Resonators zuschalten.

Anhaltspunkt für die initiale Modenanpassung mit Laserlicht aus dem Quetschlichtpfad an den TSR-Resonator war die direkt auf dem planen TSR-Spiegel aufliegende Strahltaille. Zur groben Vorjustage sollten mithilfe der Software *JamMT* [25] die Position und die Brennweite der resonatorinternen Linse berechnet werden, die zur Abbildung der Strahltaille des Interferometerlichtfeldes auf den Planspiegel führt.

Im Vorfeld hatte sich bereits herauskristallisiert, dass die tatsächlichen Interferometermodenparameter von den in [10] genannten abwichen. Das Interferometerlichtfeld ist mithilfe eines „Beam Analyzers“, hergestellt von der Firma Melles Griot, neu vermessen worden, mit dem über mehrere Messungen gemittelten Ergebnis einer Strahltaille mit  $w_0 = 575 \mu\text{m}$  Radius innerhalb der Interferometerarme, im Abstand von  $z_0 = 1,15 \text{ cm}$  vor den Interferometer-Endspiegeln. Dies erhärtet den Verdacht, dass die Krümmungsradien von Endspiegeln und Recyclingspiegeln des Dual Recycling Michelson-Interferometers vertauscht worden waren.

Als Resultat der Berechnung ist für die auf den Planspiegel fokussierende Linse dann eine plankonvexe Kronglas-Sammellinse mit einer Brennweite von  $f = 500 \text{ mm}$ , hergestellt von der Firma Lens-Optics GmbH, gewählt worden, was zu einem Strahltaille radius auf dem TSR-Spiegel von  $w_0 = 181 \mu\text{m}$  geführt hat. Für die Modenanpassung der Quetschlichtquelle auf den TSR-Resonator lagen damit alle Parameter fest. Eine Auswahl der

**Tabelle 5.2.:** Technische Parameter des TSR-Resonators.

Resonatorlänge	1,21 m
Reflektivität TSR-Spiegel	$95 \pm 1 \%$
Krümmungsradius TSR-Spiegel	plan
Keilform TSR-Spiegel	$< 5'$
Strahltaile auf dem TSR-Spiegel	$181 \mu\text{m}$
Finesse (theor.)	$\approx 40$
Brennweite der internen Linse	500 mm
Frequenzaufspaltung (theor.)	6,35 MHz
Modulationsfrequenz zur Stabilisierung	123,97 MHz

wichtigsten technischen Parameter des TSR-Resonators ist in Tabelle 5.2 zusammengestellt worden.

Die besondere Eigenschaft von Dreispiegelresonatoren, Resonanzdubletts aufzuzeigen, ist qualitativ in einer Messung nachgewiesen worden. Mithilfe zweier synchronisierter Funktionsgeneratoren, die mittels elektronischer Addierer an die Hochspannungsverstärker für die SR-, bzw. TSR-Spiegel-Piezoaktuatoren angeschlossen worden waren, konnte der Dreispiegelresonator systematisch in der Länge durchgeföhren und nach Resonanzdubletts gesucht werden. Dabei wurde die Amplitude der Dreiecksspannung am TSR-Spiegel Piezoaktor gerade um den Faktor zwei größer gewählt, um eine gleichmäßigen, simultane Verlängerung der beiden Resonatorlängen zu erzielen. Nach einiger Korrektur an den Hochspannungs-„Offsets“ beider Piezoaktuatoren, wodurch jeweils ein anderer Dreispiegelresonator-Zustand ausgewählt worden ist (vgl. Abschnitt 3.1.5), konnten Resonanzdubletts aufgelöst werden. Das Ergebnis der Messung zeigt die Abbildung 5.8. Die Flanken der Hochspannungsrampen sind mit eingezeichnet worden, um deutlich zu machen, dass „echte“ Dubletts und keine durch Rampen-Umkehrpunkte verursachten Effekte gemessen worden sind. Im Rahmen der Messgenauigkeit stimmt die gemessene Frequenzaufspaltung von ca. 7 MHz mit der theoretischen gut überein.

### 5.3.3. Einkopplung des Squeezings

Das gequetschte Feld sollte modenangepasst in das Interferometer eingekoppelt werden. Gleichzeitig sollte das aus dem Interferometer ausgekoppelte Signalfeld nicht entlang des Squeezingpfades in die Quetschlichtquelle gelenkt werden. Es sollte eine räumliche Trennung zwischen Squeezing und Signal stattfinden, damit dieses dem Homodyndetektor zugeführt werden kann.

Zur Lösung dieses Problems wurde die Eigenschaft der Polarisation der beteiligten Lichtfelder herangezogen. Der experimentelle Aufbau ist dazu um mehrere Komponenten erweitert worden. Vor dem TSR-Spiegel ist, von der Quetschlichtquelle aus gesehen, eine Kombination aus PBS,  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen und Faraday-Rotator aufgebaut worden. Das s-polarisierte gequetschte Feld wurde am PBS in Richtung des Interferometers reflektiert. Bei entsprechender Einstellung des  $\lambda/2$ -Plättchens wurde die Polarisation zuerst um  $45^\circ$  gedreht und die Drehung vom Rotator dann wieder kompensiert, so dass

das gequetschte Feld bezüglich der Polarisation an das im Interferometer umlaufende s-polarisierte Feld angepaßt war. Dies war genau dann der Fall, wenn das  $\lambda/2$ -Plättchen bei umgekehrtem Vorzeichen eine betragsmäßig gleiche Polarisationsdrehung wie der Rotator bewirkte.

Das Licht, welches das Interferometer durch den TSR-Spiegel verliess, hat zwei betragsmäßig gleiche, aufeinanderfolgende Drehungen der Polarisation mit gleichem Vorzeichen erfahren, was in einem p-polarisierten Feld resultierte. Dieses p-polarisierte Feld wurde vom PBS transmittiert und konnte dem Homodyndetektor zugeführt werden. Zur Einstellung der Verzögerungsplatte auf die gewünschten Polarisationsdrehung ist die Einkopplung mit Licht aus der Quetschlichtquelle bestrahlt worden. Das  $\lambda/2$ -Plättchen ist dann derart eingestellt worden, dass im Fehlersignal des PPKTP-Resonators kein Einfluß durch Rückreflexion mehr beobachtet werden konnte. Zu Justagezwecken, für die Modenanpassung der Quetschlichtquelle auf das Interferometer konnte die Polarisation derart eingestellt werden, dass das Signalfeld s-polarisiert in den Quetschlichtpfad umgelenkt wurde. Auf diese Methode wird im folgenden Abschnitt 5.3.4 näher eingegangen.

#### 5.3.4. Justage und Modenanpassung

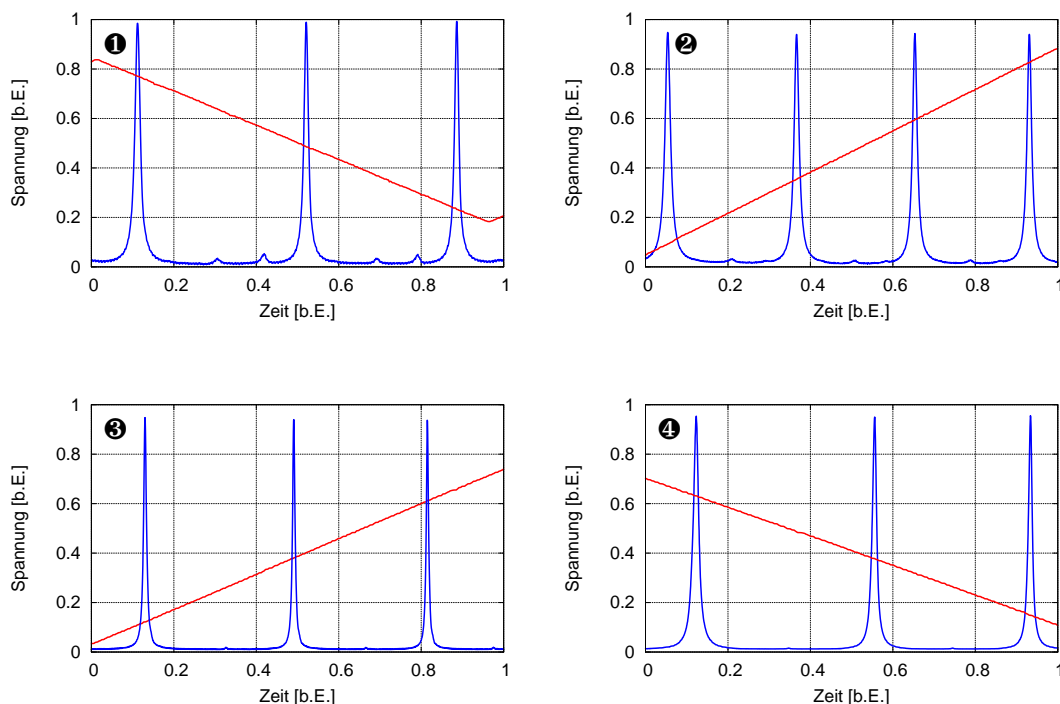
Die Justage des TSR-Experiments läßt sich in mehrere Abschnitte untergliedern. Zuerst ist das Dual Recycling Interferometer komplett durchjustiert und wieder in Betrieb genommen worden. Im nächsten Schritt ist der TSR-Resonator aufgebaut und justiert worden, um dann schließlich Interferometer und Quetschlichtquelle aufeinander abzustimmen. Schließlich erfolgte die Korrektur der Justage des Experiments täglich im laufenden Messbetrieb.

##### Justage der bestehenden Infrastruktur

Zur Wiederinbetriebnahme des Dual Recycling Interferometers mussten einige Korrekturen am Aufbau vorgenommen werden. Der Eingangslaserstrahl wies ein elliptisches Profil auf, welches sich nur durch das Verschieben eines EOMs im Interferometer-Lasereingangspfad korrigieren ließ. Dies wiederum ließ eine Neujustage der Einkopplung in das Interferometer zwingend notwendig werden. Die Veränderungen im Einkoppelpfad blieben nicht ohne Einfluss auf die nachfolgenden experimentellen Stufen. Eine vollständige Neujustage des gesamten Interferometers zur Erlangung eines genügend hohen Kontrastes (engl. „visibility“), um den „dark fringe“-Betrieb zu ermöglichen, zusammen mit einer erneuten Modenanpassung des Eingangsstrahls an die Resonatoren zur Leistungs- und Signalüberhöhung war notwendig geworden.

Zur Wiederherstellung des Interferometerkontrastes sind die hin- und rücklaufenden Strahlen innerhalb der Interferometerarme unter Zuhilfenahme von Blenden zur Überlagerung gebracht worden. Im nächsten Schritt erfolgte die Feinjustage durch Optimierung der Interferenz auf dem Strahlteiler. Dazu ist eine Dreiecksspannung an den Piezoaktuator eines Endspiegels angelegt worden. Mithilfe eines Photodetektors konnte der Kontrast

$$\mathcal{V} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\min} + U_{\max}} \quad (5.4)$$



**Abbildung 5.9.:** Modenspektren bei mikroskopischer Längenänderung der Resonatoren im Twin-Signal Recycling Interferometer. Zur Beurteilung der Qualität der Modenanpassung ist die Transmission des PR-Resonators ❶, des SR-Resonators ❷, sowie des TSR-Resonators mit Laserlicht von der Interferometerseite ❸ und zusätzlich die Transmission des TSR-Resonators mit Licht von der Quetschlichtquelle ❹ aufgenommen worden. Die zugrundeliegenden Hochspannungsrampen sind in rot mit eingezeichnet worden. Die Qualität der Modenanpassungen im Meßbetrieb belief sich auf Werte  $\geq 90\%$  für den PR-Resonator,  $\geq 95\%$  für den SR-Resonator und  $\geq 98\%$  für den TSR-Resonator.

als Verhältnis der gemessenen Spannungen ermittelt werden. Ein Interferometerkontrast von mehr als 99,9% sollte erreicht werden.

Nach der Justage des Michelson-Interferometers erfolgte eine Modenanpassung an den Power Recycling Resonator. Dazu ist eine Dreiecksspannung an den entsprechenden Piezoaktuator angelegt und der PR-Spiegelhalter grob durch Verschieben positioniert worden. Nach erfolgter Überlagerung des ein- und auslaufenden Laserstrahls mithilfe von im Vorfeld in den Aufbau integrierten Blenden, konnte der Spiegelhalter auf dem Tisch fixiert und eine Feineinstellung mithilfe der Justierschrauben vorgenommen werden. Dies war ein iterativer Prozeß, der mehrmals wiederholt werden mußte, bis eine akzeptable Modenanpassung erzielt worden war. Zur Kontrolle der Modenanpassung ist derselbe Photodetektor verwendet worden, der auch Bestandteil des Power Recycling Regelkreises war. Während der Justageprozedur mußte manuell die Armlänge des Michelson-Interferometers kontrolliert werden, um eine vollständige Reflexion des einfallenden Laserlichts zurück in den Eingangspfad und damit zum Power Recycling Spiegel zu gewährleisten.



Die Justage des Signal Recycling Resonators ist auf nahezu identische Weise erfolgt. Allerdings mußte die Armlänge des Michelson-Interferometers derart eingestellt werden, dass alles in das Interferometer eingekoppelte Licht in den Signalport gelenkt wurde. Die Kontrolle der Modenanpassung erfolgte durch Zuschalten des Monitor-Detektors im TSR-Resonator.

Die Abbildung 5.9 zeigt qualitativ unter anderem die Modenspektren des PR- und des SR-Resonators bei mikroskopischer Änderung der entsprechenden Resonatorlängen. In beiden Fällen schwingen neben den dominierenden Grundmoden noch jeweils zwei weitere Moden an, die trotz erheblichen Justageaufwandes nicht zu beseitigen waren. Die Qualität der Modenanpassungen belief sich im Messbetrieb auf Werte von  $\geq 90\%$  für den PR-Resonator und  $\geq 95\%$  für den SR-Resonator.

### Initiale Justage des TSR-Resonators

Bei der initialen Anpassung des gequetschten Feldes an den TSR-Resonator mussten die bereits beim Aufbau der Kombination aus Planspiegel und Linse auferlegten Randbedingungen beachtet werden. Die Strahltaille des gequetschten Strahls im PPKTP-Resonator war auf die Oberfläche des TSR-Spiegels abzubilden, Radius und Position waren bereits durch die Abbildung der Strahltaille des Interferometerfeldes mit der resonatorinternen Linse auf den TSR-Spiegel vorgegeben. Es ist erneut die Software *JamMt* [25] verwendet worden, um einen geeigneten Satz Linsen für die Abbildung zu ermitteln. Als besondere Randbedingung musste noch die kleine Apertur des Faraday-Rotators vor dem TSR-Spiegel beachtet werden, um ein Abschneiden des Strahls zu vermeiden. Die Modenanpassung des gequetschten Feldes an den TSR-Resonator konnte mit zwei Quarzglaslinsen, einer plankonvexen mit  $r = +75\text{ mm}$  und einer plankonkaven mit  $r = -75\text{ mm}$  realisiert werden.

Verschiedene experimentelle Gegebenheiten haben sich erschwerend auf die Justage des TSR-Resonators ausgewirkt. Bei senkrechtem Lichteinfall auf den TSR-Spiegel seitens der Quetschlichtquelle konnte kein stabiler Resonatorbetrieb erzielt werden. Der einfallende, in den Resonator einzukoppelnde Strahl mußte schräg auf den Spiegel auftreffen, um den Einfluß des Keils zu kompensieren. Durch den engen Tubus auf der Rückseite des verwendeten Spiegelhalters bestand die Gefahr des Abschneidens des Laserstrahls, sollte der Strahlversatz bei der Justage zu großzügig ausfallen.

Neben der Keilform des Planspiegels hat sich auch die resonatorinterne Linse erschwerend auf die Justage ausgewirkt. Teilweise konnte trotz umfangreicher Justage an der Resonatoreinkopplung weder eine Verbesserung, noch eine deutliche Verschlechterung der Modenanpassung erzielt werden. Eine iterative Ausrichtung des Strahls seitens der Quetschlichtquelle am optimal justierten Interferometerstrahl als Referenz, unter Zuhilfenahme zweier Blenden im TSR-Resonator, hat auch nach vielen Iterationsschritten keine „Konvergenz“ gezeigt. Vermutlich ist dies auf Brechung des Laserstrahls an der resonatorinternen Linse zurückzuführen.

Bei der Justage seitens des Interferometers war die Möglichkeit der Verkippung des PR-Spiegels von entscheidender Bedeutung. Es hat sich gezeigt, dass die Linsenwirkung des PR-Substrats einen signifikanten Einfluß auf die Modenanpassung an den SR- und den TSR-Resonator hat. Bei ausgebautem PR-Spiegel lassen sich der Signal Recycling so-



**Abbildung 5.10.:** *Fotografien des Twin-Signal Recycling Spiegelhalters (links) und eines Ausschnitts aus dem experimentellen Aufbau, der den TSR-Resonator beinhaltet (rechts). Die geschwärzten Messingrohre im rechten Bild dienen der Abschirmung des Resonators von störenden Einflüssen aus der Umgebung. Deutlich im Vordergrund des Bildes zu erkennen sind zwei der Blenden, die als Strahlreferenz zu Justagezwecken in den TSR-Resonator integriert worden sind.*

wie der Twin-Signal Recycling Resonator seitens des Interferometers nicht justieren. In Abbildung 5.9 ist das Modenspektrum des TSR-Resonators bei mikroskopischer Längenänderung dargestellt, das während der Justage seitens des Interferometers aufgenommen worden ist. Die Modenanpassung erreichte im Messbetrieb von beiden Seiten eine Qualität von  $\geq 98\%$ . Abbildung 5.10 zeigt eine Fotografie des TSR-Resonators im Experiment.

### Quetschlichtquelle und TSR-Interferometer

Die Hauptschwierigkeit bei der Justage des TSR-Interferometerexperiments lag in der Abstimmung der beiden Teilbereiche Interferometer und Quetschlichtquelle aufeinander.

Für sich genommen bestand die Justage des Interferometers aus vier Teilschritten: als erstes wurde der Kontrast am Michelson-Strahlteiler justiert, im nächsten Schritt der Power Recycling Resonator, dann der Signal Recycling Resonator und zum Schluss der Twin-Signal Recycling Resonator. In dieses vollständig justierte TSR-Interferometer mußte nun eine Modenanpassung des gequetschten Strahls erfolgen.

Es hat sich jedoch bald gezeigt, dass eine alleinige Modenanpassung des gequetschten Feldes an den TSR-Resonator als Referenz nicht für eine gute Anpassung an das gesamte Interferometer ausreicht: Trotz sehr guter Modenanpassung des gequetschten Feldes an den TSR-Resonator konnte mithilfe der aufgestellten Monitor-Photodetektoren eine mangelhafte Modenanpassung an die nachfolgenden Freiheitsgrade festgestellt werden. Es galt also, die vier Justageteilschritte seitens der Quetschlichtquelle in umgekehrter Reihenfolge zu wiederholen, ohne das an Interferometerkomponenten hätte justiert werden können, da dies zwangsläufig eine Verschlechterung der im Vorfeld erfolgten Interferometerjustage zur Folge gehabt hätte.

Nach verschiedenen auf iterativen Verfahren basierenden Ansätzen ist folgendermaßen

vorgegangen worden: Am Laserstrahl im Quetschlichtpfad sind zwei Blenden ausgerichtet worden. Der vom optimal justierten TSR-Interferometer transmittierte Strahl ist daraufhin durch diese zwei Referenzblenden und damit auf den PPKTP-Resonator justiert worden. Dazu sind ausschließlich optische Komponenten außerhalb des Interferometers verwendet worden. Damit ist eine Justage anhand der Modenanpassung des Interferometerfeldes auf den PPKTP-Resonator möglich geworden, die eine Qualität ähnlich der Modenanpassung des Kontrollfeldes auf die Quetschlichtquelle erreicht hat. Um auf diese Weise justieren zu können, musste das am TSR-Spiegel transmittierte Signalfeld am PBS reflektiert werden. Dazu ist das  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen hinter dem Rotator derart eingestellt worden, dass die Polarisationsdrehung durch den Rotator gerade kompensiert wurde.

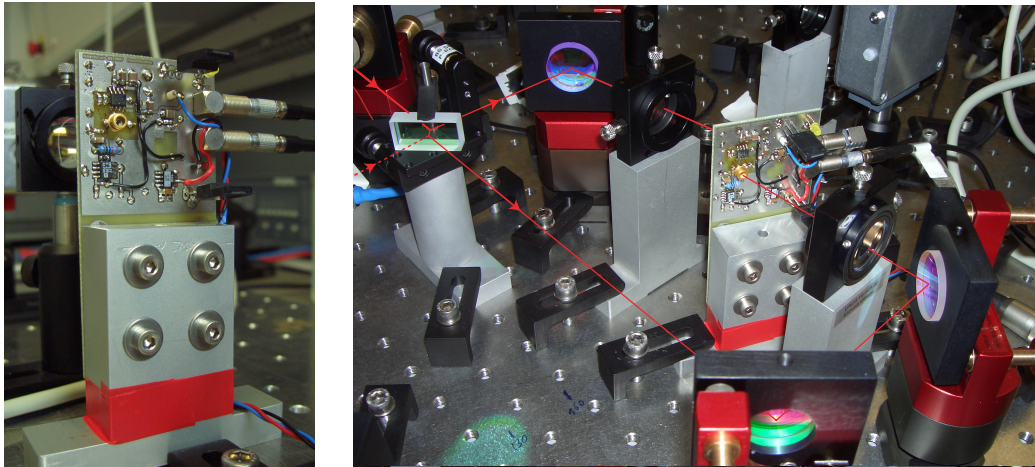
Durch dieses Verfahren konnte eine sehr gute Anpassung der gequetschten Mode an das Interferometer erreicht werden. In Abbildung 5.9 ist das Modenspektrum des TSR-Resonators bei seitens der Quetschlichtquelle eingekoppelten Lichts dargestellt. Die Modenanpassung an den SR-Resonator erreichte eine ähnliche Qualität wie bei der Justage von der Interferometerseite. Weiterhin konnte für das gequetschte Feld ein Interferometerkontrast  $\geq 99,9\%$  gemessen werden.

### Justage im Meßbetrieb

Neben der initialen Justage des Experiments mußte während des Messbetriebs auf täglicher Basis nachjustiert werden. Es sind wieder nach und nach die vier Teilbereiche, die auch bei der initialen Justage eine Rolle gespielt haben, kontrolliert und gegebenenfalls aufgetretene Abweichungen vom optimalen Zustand korrigiert worden. Ausgangspunkt war der Kontrast des Michelson-Interferometers. Um den Einfluß des PR-Resonators zu unterdrücken, wurde der PR-Spiegel verkippt, bis keine Moden mehr angeschwungen sind. Es hat sich gezeigt, dass ein Ausbau des gesamten Spiegelhalters, wie in der Vergangenheit beim Dual Recycling Interferometer erfolgt, nicht notwendig ist, da der Einfluß des PR-Substrats auf den Laserstrahl im Hinblick auf den Michelson-Kontrast unmerklich war.

Die Interferenz auf dem Strahlteiler konnte nach Anlegen einer dreieckförmigen Hochspannung an einen Interferometer-Endspiegel mithilfe des Photodetektors, der auch zur Gewinnung des Michelson-Fehlersignals zuständig war, beobachtet und ggf. optimiert werden. Die Frequenz der Hochspannungsrampe war niedrig genug zu wählen, um eine Verfälschung des Signals durch das zur Messung eingesetzte Oszilloskop und die begrenzte Bandbreite der Photodetektoren zu vermeiden. Zur Feinkorrektur des Kontrastes konnte der piezoaktivierte Drei-Achsen-Spiegelhalter verwendet werden, der sich als Umlenker im Ostarm des Interferometers befand. Über einen externen Controller konnten drei Piezostellerelemente im Spiegelhalter und damit die x-,y- und z-Achse separat angesteuert werden. Eine gröbere Justage an den Endspiegeln war erst nach längerer Standzeit des Experiments von einigen Wochen notwendig.

Im nächsten Schritt ist die Modenanpassung an den PR-Resonator optimiert worden. Im Regelfall war nur leichte Kompensation an den Justageschrauben des Spiegelhalters notwendig. Die Interferometer-Armlänge war während der PR-Justage manuell zur Gewährleistung der „dark port“-Bedingung zu kontrollieren, was im Optimalfall der Reflexion



**Abbildung 5.11.:** *Fotografien des Homodynphotodetektors für das TSR-Interferometer. Die linke Abbildung zeigt eine Nahaufnahme der an einem Aluminiumfuß befestigten Detektorplatine. Beide Seiten sind mit je einer Photodiode bestückt, so dass der gesamte Homodynphotodetektor auf lediglich einer Platine untergebracht werden kann. Die rechte Abbildung zeigt den fertig aufgebauten Homodyndetektor im Experiment. Der Strahlverlauf ist nachträglich eingezeichnet worden. Der Homodynstrahlteiler befindet sich am linken Rand der Photographie. Mit Umlenkspiegeln und kurzbrennweitigen Linsen werden die Strahlen auf die Homodynphotodioden fokussiert.*

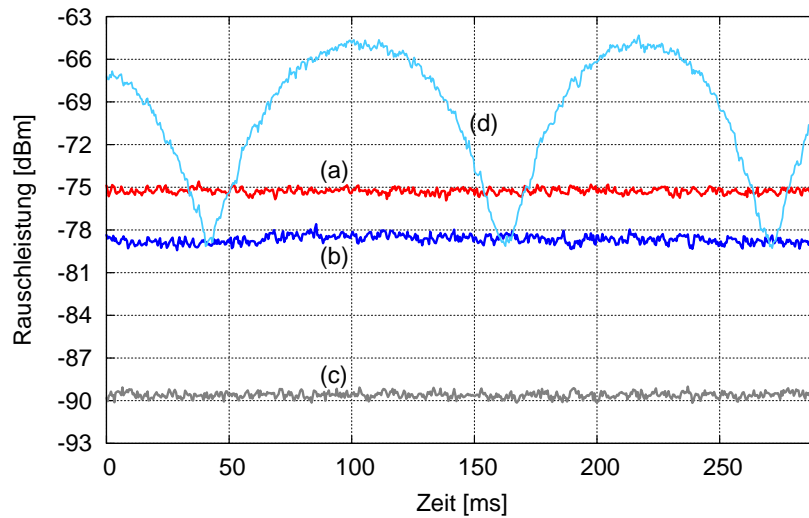
des Eingangsstrahls am Interferometer entspricht.

Die Möglichkeit bei verkipptem PR-Spiegel zu justieren, hat eine Justage des Signal Recycling Resonators mit dem Laserstrahl seitens des Interferometers überhaupt erst ermöglicht. Dazu wurde der Monitor-Photodetektor im TSR-Resonator über zugeschaltet. Das Interferometer mußte manuell auf dem Zustand der vollständigen Transmission des Eingangsstrahls in den Signalport gehalten werden.

Im letzten Schritt wurde der TSR-Resonator justiert, wobei die resonatorinternen Umlenkspiegel und die Justageschrauben am TSR-Spiegelhalter zum Einsatz gekommen sind. Vor Messbeginn musste noch die Modenanpassung des Interferometer-Signalfeldes an die Quetschlichtquelle und der Homodynkontrast kontrolliert und ggf. nachjustiert werden.

### 5.3.5. Der Homodyndetektor

Zur Messung des TSR-Interferometer Ausgangssignals ist ein neuer Homodyndetektor aufgebaut worden (vgl. Abbildung 5.11). Anders als bei den Homodynmessungen in Abschnitt 4.5.3 sind nicht zwei separate, elektronisch aufeinander abgestimmte Photodetektoren zum Einsatz gekommen. Stattdessen wurde ein spezielles Design verwendet, das zwei Homodynphotodioden auf einer elektronischen Platine vereint und bereits sehr erfolgreich zur Detektion gequetschten Lichts bei kleinen Frequenzen bis zu einem Hertz [2] und im 10 dB-Squeezingexperiment [1] eingesetzt worden ist. Aus der Verwendung lediglich einer elektronischen Schaltung ergeben sich unmittelbar gleiche Transferfunktionen für beide Detektoren. Darüberhinaus findet eine direkte Subtraktion der Photoströme statt. Im „balanced“ Betrieb des Homodyndetektors können so auch hohe Lichtintensitä-



**Abbildung 5.12.:** „Zero-span“ Squeezingmessung zur Charakterisierung des TSR-Homodyndetektors. Bei einer festen Frequenz von 4 MHz sind Schrotrauschen (a), gequetschtes Schrotrauschen (b) und das Detektor-Dunkelrauschen (c) gemessen worden. Die Kurve (d) zeigt eine Messung des Rauschens bei kontinuierlich durchgeführter Homodyn-Quadratur. Der TSR-Resonator ist für die Messungen manuell auf Antiresonanz geschoben worden. Bei einem Homodynkontrast von 94 % ist eine Rauschunterdrückung von knapp 4 dB gemessen worden.

ten auf den Photodioden keine Schäden an der Elektronik verursachen. Zur Charakterisierung des Homodyndetektors sind Squeezingmessungen durchgeführt worden, die in Abbildung 5.12 dargestellt sind. Dazu ist der Homodynwinkel unter Ausnutzung der 18 MHz-Modulationsseitenbänder, die über das Pumpfeld auf das gequetschte Feld übertragen werden, elektronisch stabilisiert worden. Ein geeignetes Fehlersignal konnte aus der Subtraktion der Homodynphotodiodensignale gewonnen werden. Der Homodynkontrast von lediglich knapp 94% konnte auf Unregelmäßigkeiten im Strahlprofil des optischen Lokaloszillators zurückgeführt werden, wie sich nach einer Messung mit dem „Beam-Analyzer“ gezeigt hat.

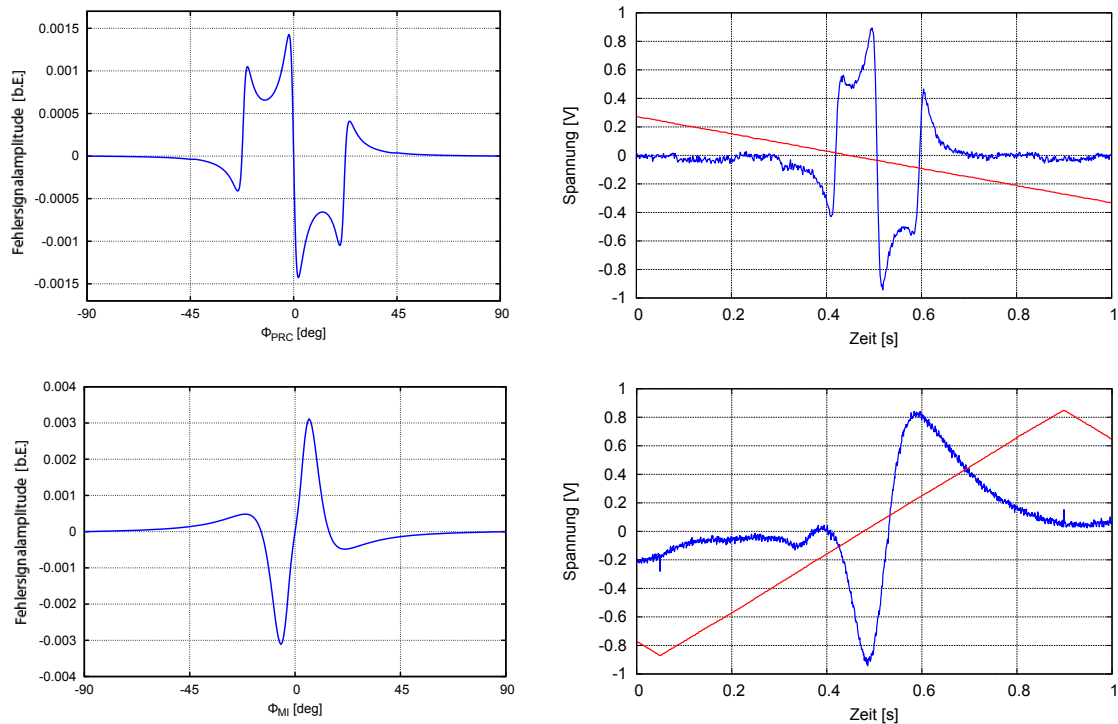
Um Rückreflexe an den Scheiben und den Substraten der Photodioden zu vermeiden, wurde der Homodyndetektor derart aufgebaut, dass das einfallende Laserlicht möglichst unter dem Brewsterwinkel auftrifft. So können Reflexionen und die damit verbundenen Störungen an anderen Stellen im Experiment weitestgehend vermieden werden.

Der Unterschied zwischen Resonanz und Antiresonanz des TSR-Resonators hat sich in den gemessenen Squeezingspektren kaum bemerkbar gemacht. Die im TSR-Resonator auftretenden Verluste schienen demnach gering zu sein.

## 5.4. Elektronische Stabilisierung des TSR-Interferometers

Auf den Aufbau und die Justage folgte die Inbetriebnahme des TSR-Interferometers. Die große Hürde war die elektronische Stabilisierung aller Interferometerfreiheitsgrade auf





**Abbildung 5.13.:** *Simulation (links) und Messung (rechts) des Power Recycling-Fehlersignals und des Michelson-„dark port“-Fehlersignals. Die zugrundeliegenden Hochspannungsrampen sind bei den gemessenen Kurven in rot mit eingezeichnet worden. Für diese beiden Freiheitsgrade herrscht eine gute Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Fehlersignalen.*

Zeitskalen, die die Injektion gequetschten Lichts und die Aufnahme von Signalspektren erlauben. Die Güte der Justage des Experiments spiegelte sich direkt in der Qualität der auftretenden Fehlersignale wieder. Zur Ermöglichung eines stabilen Betriebs war eine Analyse und Interpretation der auftretenden Fehlersignale sowie eine empfindliche Abstimmung der Elektronik notwendig. Das anhand der Simulation erarbeitete „hierarchische“ Regelungskonzept mußte praktisch umgesetzt werden.

### 5.4.1. Analyse der Fehlersignale

Aufgrund der für die Simulation getroffenen starken Idealisierungen der experimentellen Gegebenheiten war kaum mit einer exakten Übereinstimmung zwischen simulierten und realen, im Experiment beobachtbaren Fehlersignalen zu rechnen. Verschiedene Einflüsse, wie z.B. nichtperfekte Modenanpassung, nichtoptimale Demodulationsphasen, Abweichungen von der theoretisch angenommenen Resonatorgeometrie und das Driften von Freiheitsgraden, die noch nicht stabilisiert worden waren konnten sich maskierend auf die idealen Fehlersignale auswirken.

Zur Stabilisierung des Experiments auf die entsprechenden Arbeitspunkte mußten die detektierten Fehlersignale zuerst den einzelnen experimentellen Freiheitsgraden zugeordnet und schließlich für einen stabilen Betrieb optimiert werden. Es hat sich bald gezeigt,

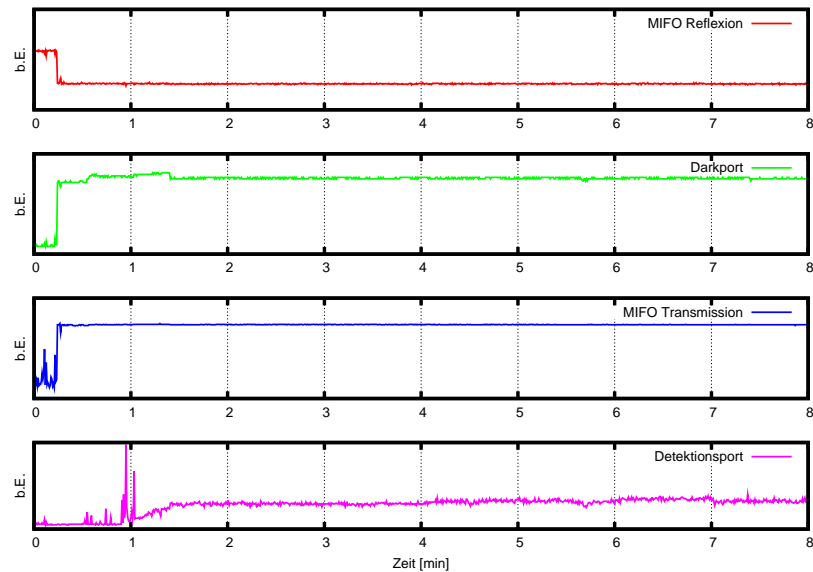
dass nicht alle vier erwarteten Fehlersignale einer direkten Beobachtung zugänglich waren. Die Fehlersignale zur Stabilisierung des Power Recycling-Resonators und des Michelson-Interferometers haben sich verhältnismäßig leicht untersuchen und optimieren lassen. Abbildung 5.13 zeigt die gute Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Fehlersignalen. Anfänglich schien die Demodulationsphase für das Michelson-Fehlersignal nicht optimal gewählt worden zu sein. Für den Michelson-Regelkreis hat sich eine Änderung der Länge des elektronischen Lokaloszillatorkabels durch eine Phasenverschiebung bemerkbar gemacht. So konnte die Demodulationsphase ohne zusätzliche Elektronik optimiert werden. Dieses Vorgehen bietet sich insbesondere bei hohen Modulationsfrequenzen an, da sich Änderungen der Kabellänge in praktisch „vertretbarem“ Maßstab bereits auf die Phase des zu übertragenden Signals auswirken. Bei leichter Variation der Modulationsfrequenz von 123,97 MHz konnte keine Steigerung der Qualität der Fehlersignale beobachtet werden. Die elektronische Pufferung des entsprechenden Frequenzgenerators hingegen hat sich zumindest auf die Stabilität der Michelson-Fehlersignale positiv ausgewirkt. Die Pufferschaltung findet sich in Anhang A.

Die detektierten Fehlersignale für den SR- sowie den TSR-Resonator konnten bezüglich ihrer Struktur nicht mit den simulierten Signalen in Zusammenhang gebracht werden. Verschiedene der zu Beginn dieses Abschnitts angesprochenen Ursachen sind dafür denkbar. Einerseits wird sich die Abweichung von der idealisierten Situation der Simulation ausgewirkt haben. Andererseits war die Leistung in der Gaußschen Grundmode, auf die das Interferometer stabilisiert werden sollte, im Signalport aufgrund des „dark fringe“-Betriebs verschwindend gering. Dies und die nichtperfekte Justage des Resonators hatten eine Dominanz höherer Moden und entsprechender Fehlersignale zur Folge, was das Auffinden des zur Stabilisierung auf die Grundmode gehörigen Fehlersignals zusätzlich erschwert hat. Um einen Einblick in das Verhalten des TSR-Interferometers bezüglich der Modenauswahl bei der Stabilisierung seiner Freiheitsgrade zu erhalten, ist im Signalpfad in Transmission eines Umlenkspiegels eine CCD-Kamera aufgebaut worden. So konnte am Monitor beobachtet werden, welche Mode gerade im Interferometer resonant war. Nach der Auswahl des gewünschten Resonatorzustandes über die „Offsets“ der an die entsprechenden Piezoaktuatoren angelegten Hochspannung konnten die entsprechenden Regelkreise aktiviert und damit die Freiheitsgrade stabilisiert werden.

#### 5.4.2. Hierarchische Stabilisierung der Freiheitsgrade

Die elektronische Stabilisierung der Freiheitsgrade des Interferometers erfolgte in einer festgelegten Reihenfolge. Dieses Konzept der „hierarchischen“ Stabilisierung hatte sich bereits zum Zeitpunkt der Simulationen als Lösung des Problems der gekoppelten Freiheitsgrade offenbart.

Als erster Freiheitsgrad wurde der Power Recycling-Resonator stabilisiert, so dass der Resonator aus PR-Spiegel zusammen mit den beiden Michelson-Endspiegeln eine resonante Überhöhung des Trägerfeldes gewährleistete. Dies galt gleichermaßen für den s-polarisierten wie für den p-polarisierten Anteil des Laserlichts. Im nächsten Schritt ist die Armlänge des Michelson-Interferometers stabilisiert worden, so dass der „dark fringe“-Betrieb des Interferometers gewährleistet war, der eine Voraussetzung für den Einsatz der Recycling-Techniken ist. Um den Michelson-„Lock“ von den anderen Freiheitsgraden zu



**Abbildung 5.14.:** DC-Pegel repräsentativer Photodetektoren bei vollständig stabilisiertem TSR-Interferometer. Die Zeitserien sind mithilfe eines vierkanaligen LeCroy Digitaloszilloskops aufgenommen worden. Bei den Signalen handelt es sich um das am Interferometer reflektierte Feld ( $PD_{\text{SRC}}$ ), das durch einen Michelson-Endspiegel transmittierte Feld ( $PD_{\text{TSRC}}$ ),  $p$ -polarisiertes Licht im Signalport ( $PD_{\text{MIFO}}$ ) und das Interferometersignal in Transmission des TSR-Spiegels (TSR-Mon.2).

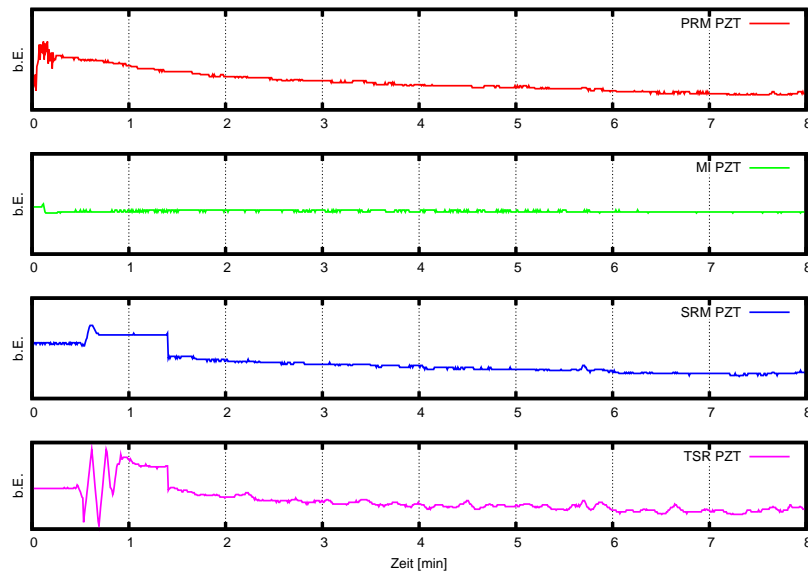
entkoppeln ist gerade mit einer Mischpolarisation des Laserlichts (vgl. Abschnitt 5.3.1) im Interferometer gearbeitet worden. Das Ziel dabei war die Entkopplung der Fehlersignale des Michelson-Interferometers von den Zuständen des SR- und TSR-Resonators. Im Idealfall wäre das Michelson-Fehlersignal völlig unabhängig von Schwankungen dieser beiden auf  $s$ -Polarisation „operierenden“ Freiheitsgrade. In der Praxis hat sich jedoch eine nichtverschwindende Kopplung gezeigt. Als mögliche Ursache dafür kann ein nichtoptimales Extinktionsverhältnis des zur Polarisationstrennung eingesetzten PBS im Signalport vermutet werden.

Für die Suche nach den Arbeitspunkten der verbleibenden Freiheitsgrade wurde die CCD-Kamera im Signalpfad verwendet. Bei am jeweiligen Servo aktivierter Proportionalverstärkung wurden die Zustände der Resonatoren manuell durchgeföhren, bis die Resonanz der gaußschen Grundmode auf dem CCD-Monitor festgestellt werden konnte. Dann ist am Servo der Integrator zugeschaltet und gegebenenfalls die Proportionalverstärkung angepaßt worden.

Nach diesem Schema ist zunächst der Twin-Signal Recycling-Resonator und schließlich der Signal Recycling-Resonator stabilisiert worden. Das TSR-Interferometer konnte auf diese Weise in allen Freiheitsgraden schrittweise elektronisch stabilisiert werden.

Während der schrittweisen Stabilisierung musste besonderes Augenmerk auf das Auftreten von Oszillationen in den Regelkreisen gelegt werden. Durch die wechselseitigen Abhängigkeiten war eine gefühlvolle Einstellung der Proportionalverstärkungen der einzelnen Servos notwendig, um das Aufschaukeln von Störungen und Schwingen der Regelkreise zu





**Abbildung 5.15.:** Stellensignale der Piezoaktuatoren bei vollständig stabilisiertem TSR-Interferometer, entnommen aus den Monitorausgängen der Hochspannungsverstärker. Die Zeitserien sind mithilfe eines vierkanaligen LeCroy Digitaloszilloskops aufgenommen worden. Dargestellt sind die Stellensignale des Power Recycling-Resonators, des Michelson-Interferometers, des Signal Recycling-Resonators und des Twin-Signal Recycling-Resonators.

vermeiden.

Zu Dokumentationszwecken sind Zeitserien repräsentativer Monitorsignale aufgenommen worden. Dazu sind zwei *WaveJet*-Oszilloskope der Firma LeCroy im „roll“-Modus betrieben worden. Aufgenommen wurden verschiedene Gleichstromsignale, die Lichtintensitäten in verschiedenen Detektionsports repräsentieren, sowie die Stellensignale der Piezoaktuatoren zur Regelung der Interferometerfreiheitsgrade.

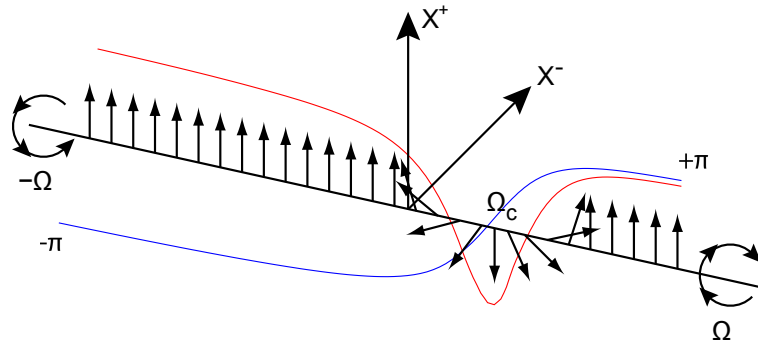
Abbildung 5.14 zeigt die aufgenommenen DC-Signale in folgender Reihenfolge: Reflexion am Interferometer ( $PD_{SRC}$ ), p-polarisiertes Licht im Signalport ( $PD_{MIFO}$ ), Transmission durch Armendspiegel ( $PD_{TSRC}$ ) und Interferometersignal in Transmission des TSR-Spiegels (TSR-Mon.2).

Die Abbildung 5.15 zeigt die Stellensignale von Power Recycling Resonator, Michelson-Interferometer, Signal Recycling Resonator und Twin-Signal Recycling Resonator in dieser Reihenfolge.

Diese Messungen zeigen, dass das TSR-Interferometer langzeitstabil in allen seinen relevanten longitudinalen Freiheitsgraden elektronisch geregelt werden konnte.

## 5.5. Twin Signal Recycling und gequetschtes Licht

Nach der Vervollständigung des experimentellen Aufbaus sind erste Messungen an Teilen des TSR-Interferometers im Zusammenspiel mit gequetschtem Licht vorgenommen worden. Dazu ist bei teilweise stabilisiertem Experiment das am Interferometer reflektierte gequetschte Feld mit dem Homodyndetektor vermessen worden. In Einklang mit der



**Abbildung 5.16.:** Rotation von Seitenbändern bei der Reflexion von Squeezing an verstimmten Resonatoren [10]. Der anfänglich bezüglich der  $X^-$ -Quadratur breitbandig gequetschte Zustand wird an einem um die Frequenz  $\Omega_c$  verstimmten Resonator reflektiert. Die Phasenverschiebung bei der Reflexion bewirkt eine frequenzabhängige Rotation der Squeezingellipse im Bereich um die Resonanzfrequenz. Das um  $\pi$  phasenverschobene untere Seitenband interferiert mit dem oberen Seitenband bei  $\Omega_c$ , welches keine Phasenverschiebung erfahren hat, zu einem bezüglich der  $X^+$ -Quadratur gequetschten Zustand. Die Rotation der frequenzabhängigen Squeezingellipse entspricht gerade der halben Rotationsdifferenz des Seitenbandpaares.

Theorie optischer Resonatoren konnten in Reflexion an Teilen des TSR-Interferometers die Auswirkungen von Phasenverschiebungen auf die Quetschellipse in den gemessenen Rauschleistungsspektren beobachtet werden.

### 5.5.1. Gequetschtes Licht und verstimmt Fabry-Pérot-Resonatoren

Lichtfelder erfahren bei der Reflexion an optischen Resonatoren eine frequenzabhängige Phasenverschiebung (vgl. Abschnitt 3.1.3). Die gewonnenen quantitative Ergebnisse lassen sich ohne Weiteres auf bezüglich der Frequenz eines Trägerfeldes verstimmt Resonatoren übertragen.

Ausgehend von der in Abschnitt 3.1.2 ermittelten Amplitudenreflektivität eines Fabry-Pérot Resonators

$$\varrho(\phi = \omega L/c) = \frac{r_1 - r_2 e^{i2\omega L/c}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\omega L/c}} \quad (5.5)$$

lässt sich die Phasenverschiebung verstehen. Mit der Aufspaltung

$$\omega = \omega_0 + \Omega + (\Omega_c - \Omega_c) \quad (5.6)$$

mit der Trägerfrequenz  $\omega_0$ , der Seitenbandfrequenz  $\Omega$  und Verstimmung  $\Omega_c$  und unter Annahme von Resonanz bei der Frequenz  $\omega_0 + \Omega_c$ , lässt sich die Reflektivität des Resonators wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \varrho &= \frac{r_1 - r_2 e^{-i2(\omega_0 + \Omega_c)L/c} e^{i2(\Omega - \Omega_c)L/c}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2(\omega_0 + \Omega_c)L/c} e^{i2(\Omega - \Omega_c)L/c}} \\ &= \frac{r_1 - r_2 e^{i2(\Omega - \Omega_c)L/c}}{1 - r_1 r_2 e^{i2(\Omega - \Omega_c)L/c}} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Als optische Transferfunktion aufgefasst bewirkt die Amplitudenreflektivität  $\varrho(\Omega)$  nun eine frequenzabhängige Phasenverschiebung  $\arg(\varrho(\Omega))$  des reflektierten Lichtfeldes.

Dies gilt im gleichen Sinn für gequetschtes Licht. Für einen intuitiven Zugang zu diesen Vorgängen soll das in Abschnitt 2.3 motivierte Seitenbandbild herangezogen werden: Bei Seitenbandfrequenzen, die erheblich kleiner, bzw. größer als die Verstimmungsfrequenz des (überkoppelten) Resonators sind, beträgt die Phasenverschiebung gerade  $-\pi$ , bzw.  $+\pi$ . Bei der Seitenbandfrequenz, die der Verstimmungsfrequenz entspricht, findet keine Phasenverschiebung statt. Für die im Fall von gequetschtem Licht vorliegenden korrelierten Paare von Seitenbändern bedeutet dies gerade eine Änderung der Interferenzbedingung und damit eine Rotation der korrespondierenden Squeezingellipse [52]. Eine relative Phasenverschiebung eines Seitenbandpaares von  $\Delta\varphi$  bewirkt dabei eine Rotation der gequetschten Quadratur von gerade  $\Delta\varphi/2$ .

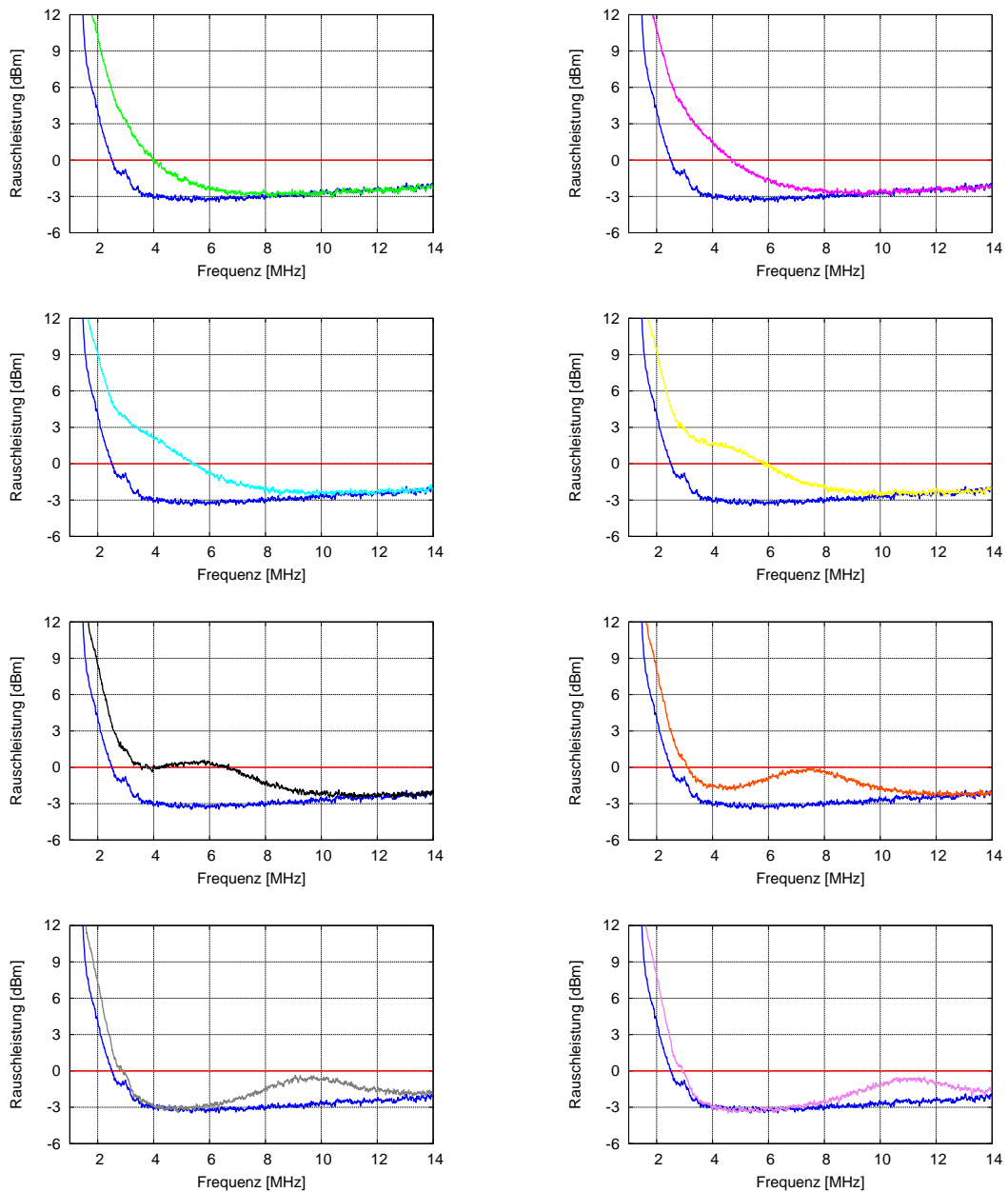
Eine qualitative Zusammenfassung dieser Vorgänge ist in Abbildung 5.16 gegeben.

### 5.5.2. Squeezingmessungen mit verstimmtem TSR-Resonator

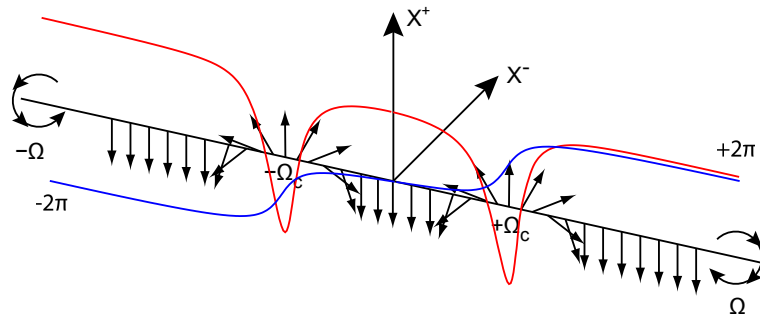
Die Eigenschaft verstimmter Resonatoren, gequetschtem Licht in Reflexion eine charakteristische Frequenzabhängigkeit aufzuprägen, sollte experimentell mit der PPKTP-Quetschlichtquelle und dem TSR-Resonator demonstriert werden. Dazu sollten Squeezingspektren mit dem Homodyndetektor bei zeitlich konstant gehaltenem Homodynwinkel aufgenommen werden, bei denen entsprechend der gewählten Verstimmungsfrequenz ein Rückgang der Rauschunterdrückung aufgrund der Rotation der Quetschellipse beobachtet werden sollte. Gleichzeitig stellen diese Messungen einen weiteren „Funktionstest“ der Justage des TSR-Resonators und der Einspeisung des gequetschten Lichts in das TSR-Interferometer dar.

Für die Abbildung 5.17 dargestellten Messungen war der Homodyndetektor im Vorfeld elektronisch auf die Amplitudenquadratur stabilisiert worden. Das TSR-Interferometer hat für diese Messungen keine Rolle gespielt, der Strahl war im Signalport des Interferometers geblockt worden. Der TSR-Resonator ist mithilfe eines „DC-Locks“ auf den Träger des vom PPKTP-Resonator transmittierten Kontrollstrahls stabilisiert worden. Je nach Betrag der zum Fehlersignal addierten „Offset“-Spannung, die zu unterschiedlichen Verstimmungen des TSR-Resonators führte, fand der Rückgang der Rauschunterdrückung in den aufgenommenen Spektren bei verschiedenen Frequenzen statt.

Die Tatsache, dass kein vollständiger Übergang von Squeezing zu maximalem Antisqueeze stattfand, lässt sich auf die Reflektivitäten der für den TSR-Resonator zum Einsatz gekommenen Spiegel zurückführen. Da der SR-Spiegel eine Reflektivität von gerade  $R = 90\%$  besitzt, der TSR-Spiegel hingegen eine Reflektivität von  $R = 95\%$ , ist der Resonator für das gequetschte Licht stark unterkoppelt (vgl. Abschnitt 3.1.3). Anders als im überkoppelten Fall, bei dem die Phasenverschiebung bei Reflexion am Resonator eine vollständige Rotation der Rauschellipse von Squeezing zu Antisqueeze und zurück zu Squeezing beim Überstreichen der Resonanz bewirkt, findet im vorliegenden Fall des unterkoppelten Resonators lediglich eine leichte Phasenänderung um die Resonanzfrequenz herum statt. Dementsprechend wird die Squeezingellipse nur geringfügig vom optimalen Squeezing bis auf etwa das Schrotrauschniveau und zurück rotiert.



**Abbildung 5.17.:** Reflexion gequetschten Lichts am TSR-Resonator. Dieser war mittels eines „DC-Locks“ auf den PPKTP-Kontrollstrahl stabilisiert worden. Die Resonanzfrequenz ist durch Einstellung des Fehlersignal-„Offsets“ variiert worden, was zur Rotation der Squeezingellipse bei verschiedenen Seitenbandfrequenzen geführt hat. Es ist bei 300 kHz RBW und 300 Hz VBW jeweils über zehn Messungen gemittelt und das Dunkelrauschen nachträglich abgezogen worden. In rot ist das normierte Schrotrauschen, in blau das Squeezingspektrum mit TSR-Resonator auf Antiresonanz mit eingezeichnet worden.



**Abbildung 5.18.:** Rotation der Seitenbänder bei Reflexion von Squeezing an einem Paar verstimmt Resonatoren [10]. Der anfänglich bezüglich der  $X^-$ -Quadratur breitbandig gequetschte Zustand erfährt bei der Frequenz  $\pm\Omega_c$  Rotationen der Seitenbänder aufgrund der Phasenverschiebung in Reflexion. Der gequetschte Zustand ist nach der Reflexion an zwei Resonatoren mit gleichen Eigenschaften bezüglich einer Homodynmessung vom initialen Zustand nicht zu unterscheiden.

### 5.5.3. Gequetschtes Licht und gekoppelte Dreispiegelresonatoren

Die bereits in Abschnitt 3.1.5 erwähnte Eigenschaft gekoppelter Dreispiegelresonatoren, Resonanzdubletts auszubilden, macht die vorliegende Interferometertopologie gerade im Hinblick auf den Einsatz gequetschten Lichts interessant. Wie in Abschnitt 5.5.1 demonstriert, führt die Reflexion von gequetschtem Licht gerade zu einer Rotation der Squeezingellipse. Dies ist auch beim Einsatz verstimmt Resonatoren zur Signalüberhöhung, beim „detuned“ Signal Recycling, der Fall, wie bereits in Abschnitt 5.1.1 angesprochen worden ist. Um die Rotation von gequetschtem Licht am Signal Recycling Resonator zu kompensieren, sind Filterresonatoren vorgeschlagen worden [17], an denen das Licht vor der Injektion in das „detuned“-Signal Recycling Interferometer reflektiert wird. Für den Fall, dass ausschließlich die Verbesserung der Sensitivität des Detektors im schrotrauschlinitierten Frequenzregime erzielt werden soll, ist der Einsatz eines einzelnen Filterresonators ausreichend. Die Verstimmung des Filterresonators wird entsprechend der des Signal Recyclings gewählt, jedoch wird auf das Seitenband mit dem negativen der SR-Verstimmungsfrequenz gelockt. Die Vorgänge werden im Seitenbandbild klar: haben Filter- und Signal Recycling Resonator die gleichen Eigenschaften, so erfolgt im Bereich des oberen und unteren Seitenbands im Abstand der gewählten Verstimmungsfrequenz von Träger eine gleichmäßige Phasenverschiebung durch die Reflexion. Abbildung 5.18 stellt den Vorgang anschaulich dar. Im perfekt symmetrischen Fall ändert sich an der relativen Lage der Seitenbandpaare nichts: obwohl sie eine Rotation durch eine Phasenverschiebung erhalten haben findet Interferenz trotzdem in der gleichen Quadratur statt, wie in der Ausgangssituation ohne die Reflexion an Resonatoren. Ist der Homodyndetektor auf die Quadratur mit optimalem Squeezing stabilisiert, so wird nach der zweifachen Reflexion genausoviel Squeezing detektiert, wie im Fall direkter Detektion ohne vorherige Reflexion an den zwei Resonatoren. Diese Situation ändert sich dramatisch, sobald die Resonatoren, an denen reflektiert wird, in ihren Eigenschaften nicht mehr übereinstimmen. Betrachtet man ein Seitenbandpaar bei einer festen Seitenbandfrequenz und wählt die Verstimmung des Filterresonators abweichend von der des Signal Recycling Resonators, erfahren oberes und unteres Seiten-

band betragsmäßig unterschiedlich große Rotationen bei der Reflexion. Unterscheidet sich der Winkel der Rotation zwischen oberem und unterem Seitenband um  $\Delta\varphi$ , so erfährt die zugehörige Squeezingellipse eine Rotation um  $\Delta\varphi/2$ . Dadurch ändert sich der Winkel der gequetschten Quadratur. Ist der Homodyndetektor auf die Quadratur mit optimalem Squeezing stabilisiert, so wird nach der zweifachen Reflexion weniger Squeezing detektiert werden.

Die Situation entspricht der Reflexion von gequetschtem Licht an einem Dreispiegelresonator. Aus den Überlegungen in Abschnitt 3.1.5 geht hervor, dass sich beim Dreispiegelresonator Resonanzdubletts ausbilden, die bei einer symmetrischen Frequenzaufspaltung um den Träger gerade die Situation in Abbildung 5.18 nachbilden. Durch Einstellung der Spiegelpositionen am Dreispiegelresonator lassen sich die Resonanzen verschieben, was sich auf die Interferenz der Seitenbänder und damit auf den Winkel der Quetschellipse auswirkt.

Der TSR-Spiegel bildet zusammen mit dem Signal Recycling Spiegel und den Interferometerendspiegeln einen Dreispiegelresonator. Durch die Wahl identischer makroskopischer Längen von Signal Recycling und Twin-Signal Recycling Resonator ist gewährleistet, dass für die Leistungsreflexion am Dreispiegelresonator der Querschnitt durch die  $\phi_1$ - $\phi_2$ -Ebene eine Gerade mit der Steigung eins ist (vgl. Abschnitt 3.1.5). Wegen  $L_1 = L_2 \approx 121$  cm gilt  $L_1/L_2 \cong 1$ . Die Wahl eines Arbeitspunktes ( $\phi_1, \phi_2$ ) oder eines „Zustandes“ legt also das frequenzabhängige Verhalten des Dreispiegelresonators fest.

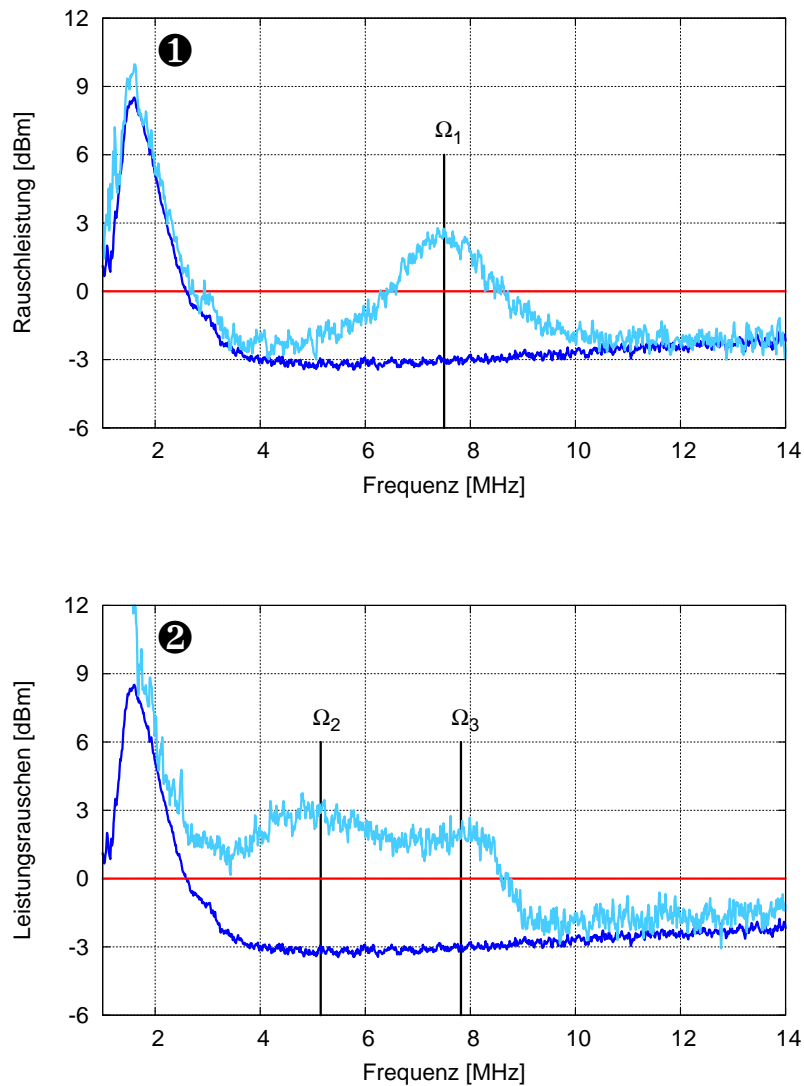
#### 5.5.4. Squeezingmessungen in Reflexion des TSR-Interferometers

Zur Dokumentation der Eigenschaften des TSR-Interferometers sind mehrere Squeezingmessungen in Reflexion des TSR-Dreispiegelresonators durchgeführt worden, die unterschiedliche charakteristische Strukturen aufgezeigt haben. Zwei besonders markante Spektren sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Sie stehen im Zusammenhang mit unterschiedlichen Zuständen des TSR-Dreispiegelresonators, die sich aus den Verstimmungen der beiden „Teilresonatoren“, also der des Signal Recycling und des Twin-Signal Recycling Resonators ergeben (vgl. Abschnitt 3.1.5).


Zur Aufnahme dieser Spektren war das TSR-Interferometer teilweise elektronisch stabilisiert. Der Power Recycling-Resonator ist elektronisch auf Resonanz und das Michelson-Interferometer auf dem dunklen Signalport gehalten worden. Der Signal Recycling und der Twin-Signal Recycling-Freiheitsgrad sind manuell kontrolliert und entsprechend der gewünschten Dreispiegelresonator-Arbeitspunkte eingestellt worden.

Auffällig ist die große Bandbreite der aufgelösten Strukturen, die auf Verluste im Experiment hindeutet. Einen Erklärungsansatz liefert die Annahme einer Abweichung des Interferometers vom Betriebszustand des dunklen Signalports z.B. durch Driften des eingesetzten elektronischen Regelkreises. Diese Abweichung äußert sich in Form von künstlichen Verlusten und bewirkt dadurch eine Steigerung der Bandbreite des TSR-Dreispiegelresonators.

Das gemessene Spektrum in Abbildung 5.19 ❶ ähnelt in seiner Gestalt dem Fall der Reflexion gequetschten Lichts am einfachen Resonator (vgl. Abschnitt 5.5.2). Die dem Spektrum zugrundeliegende Rotation der Quetschlichtellipse hin zu Antisqueezing bei einer Seitenbandfrequenz  $\Omega_1 = 7,5$  MHz ließe sich auch mit einem einzelnen um dieselbe



**Abbildung 5.19.:** Reflexion von gequetschtem Licht am TSR-Resonator. Die Messung ist dunkelrauschkorrigiert und auf das Schrotrauschen normiert worden. Die rote Kurve repräsentiert das Schrotrauschen, die dunkelblaue die Rauschunterdrückung am Homodyndetektor bei der Messung von Squeezing, das am TSR-Resonator, der auf Antiresonanz eingestellt war, reflektiert worden ist. Die hellblaue Kurve in ❶ spiegelt die Rotation der zugrundeliegenden Rauschellipse von Squeezing auf Antisqueezing bei  $\Omega_1 = 7,5$  MHz und zurück wieder, verursacht durch eine frequenzabhängige Phasenverschiebung bei Reflexion von gequetschtem Licht am TSR-Resonator. Die hellblaue Kurve in ❷ zeigt, aufgrund eines anderen Dreispiegelresonatorzustandes eine entsprechend unterschiedliche frequenzabhängige Rotation der Squeezingellipse und die Ausbildung zweier Kuppen bei  $\Omega_2 = 5,2$  MHz und bei  $\Omega_3 = 7,8$  MHz im Spektrum.

Frequenz  $\Omega_1$  verstimmten Resonator reproduzieren. Eine experimentell neue Situation liegt hingegen beim Spektrum in Abbildung 5.19  vor, in der der charakteristische Einfluß des Dreispiegelresonators deutlich sichtbar wird. Das gemessene Spektrum ähnelt in seiner Gestalt mit den zwei Kuppen bei den Frequenzen  $\Omega_2 = 5,2$  MHz und  $\Omega_3 = 7,8$  MHz dem Resonanzdublett eines Dreispiegelresonators.

Um eine Verknüpfung zwischen den gemessenen Spektren und den theoretischen Eigenschaften des TSR-Dreispiegelresonators – in Hinblick auf die frequenzabhängige Phasenverschiebung bei Reflexion gequetschten Lichts – herzustellen, ist systematisch nach Zuständen des Dreispiegelresonators gesucht worden, mit denen sich die gemessenen Spektren theoretisch reproduzieren lassen.

Abbildung 5.20 zeigt zwei Beispielszustände des TSR-Dreispiegelresonators die dies leisten. Die zugrundeliegenden Resonatorzustände sind in der  $\phi_{\text{SRC}}\text{-}\phi_{\text{TSRC}}$ -Zustandsebene gekennzeichnet worden. Die korrespondierenden Resonanzdubletts ergeben sich aus einem Schnitt in der jeweiligen Ebene durch den Punkt des gewählten Resonatorzustandes. Aufgrund der Wahl gleicher Resonatorlängen  $L_{\text{SRC}} = L_{\text{TSRC}}$  besitzt die Schnittgerade die Steigung eins.

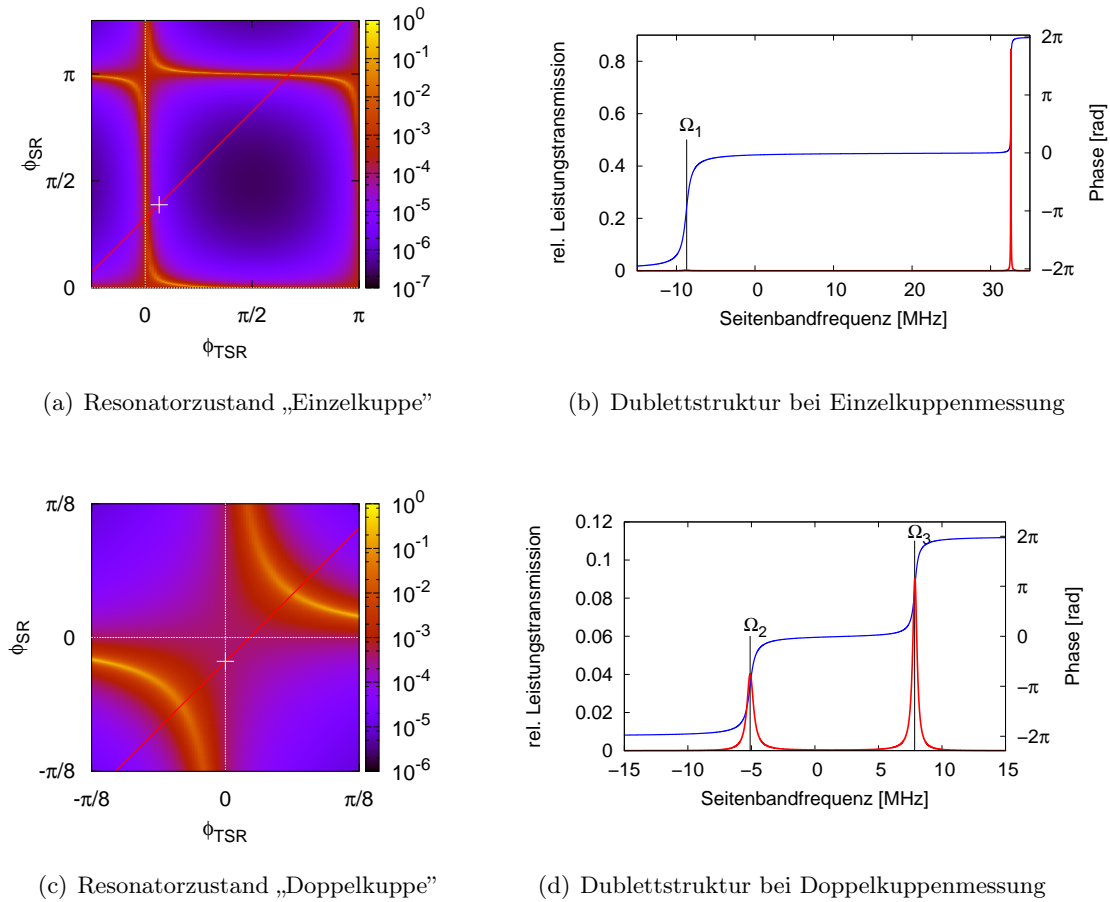
Ein frequenzabhängiges Verhalten von reflektiertem Squeezing wie beim Spektrum mit der einfachen Kuppe kann z.B. bei der Einstellung des Resonatorzustandes auf  $\phi_{\text{SRC}} = 70^\circ$  und  $\phi_{\text{TSRC}} = 11,8^\circ$  erzielt werden. Dieser Zustand ist in Abbildung 5.20 a) dargestellt. Auffällig ist der große Abstand des oberen Resonanzastes vom gewählten Resonatorzustand und die vermeintlich geringe Überhöhung am Schnittpunkt mit dem unteren Resonanzast.

Ein Blick auf das Dublettspektrum in Abbildung 5.20 b) verdeutlicht die Situation: Die nahe Resonanz bei einer Seitenbandfrequenz von 7,5 MHz wird aufgrund der geringen Überhöhung kaum noch aufgelöst. Der Verlauf der Phase untermauert jedoch die Existenz einer Resonanz bei dieser Seitenbandfrequenz. Die ferne Resonanz liegt bei einer Seitenbandfrequenz weit außerhalb der Bandbreite der verwendeten Quetschlichtquelle. Deswegen war ihr Einfluß für das gemessene „Einzelkuppen“-Spektrum ohne Bedeutung und es hat sich eine Situation ähnlich der Reflexion an einem einfachen, um  $\Omega_1$  verstimmt Resonator ergeben.

Das gemessene Spektrum mit den zwei Kuppen läßt sich z.B. unter Annahme eines Resonatorzustandes mit  $\phi_{\text{SRC}} = 4^\circ$  und  $\phi_{\text{TSRC}} = 0^\circ$  reproduzieren.

Der TSR-Resonator befindet sich dann für sich genommen auf Resonanz mit dem Trägerfeld, der SR-Resonator ist leicht gegenüber dem Trägerfeld verstimmt. Dieser Zustand des TSR-Dreispiegelresonators ist in Abbildung 5.20 c) dargestellt. Aufgrund der geringen Verstimmung haben die beiden Resonanzäste beinahe den gleichen Abstand zum Resonatorzustand. Im zugehörigen Dublettspektrum in Abbildung 5.20 d) zeigt sich Resonanz bei den dicht beieinanderliegenden Seitenbandfrequenzen  $\Omega_2 = 5,2$  MHz und  $\Omega_3 = 7,8$  MHz entsprechend der Lage der beiden Kuppen im gemessenen Squeezingspektrum. In diesem Fall lagen beide Resonanzen innerhalb des Frequenzbereichs in dem Squeezing gemessen worden ist. Bei beiden Seitenbandfrequenzen  $\Omega_2$  und  $\Omega_3$  ist jeweils eine Rotation der Quetschlichtellipse hin zu Antisqueezing erfolgt. Aufgrund des geringen Frequenzabstandes hat zwischen den Resonanzfrequenzen jedoch keine vollständige Rotation zurück auf maximales Squeezing stattgefunden.





**Abbildung 5.20.:** Die Wahl des Verstimmungszustands des Dreispiegelresonators legt das Resonanzverhalten und damit die Gestalt des Squeezingspektrums in Reflexion fest. Auf der linken Seite sind die Resonatorzustände in der  $\phi_{\text{TSR}}-\phi_{\text{SR}}$ -Ebene dargestellt. Das frequenzabhängige Verhalten lässt sich entlang der Schnittgeraden ablesen. Auf der rechten Seite sind die zugehörigen Resonanzdubletts abgebildet. Die Schnittpunkte der roten Geraden mit den „Resonanzästen“ des Dreispiegelresonators entsprechen den Resonanzen in den Transmissionsspektren. Die Seitenbandfrequenzen in den Dublettspektren sind relativ zum jeweiligen Resonatorzustand angegeben worden.



---

## Zusammenfassung und Ausblick

---

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente stellen einen weiteren Schritt zur Untersuchung zukünftiger Techniken zur Sensitivitätssteigerung interferometrischer Gravitationswellendetektoren dar.

Es ist eine auf PPKTP basierende Quetschlichtquelle aufgebaut worden, mit der eine Unterdrückung des Schrotrauschens um knapp 6 dB bei einer Seitenbandfrequenz von 4 MHz erzielt worden ist. Ferner ist ein Interferometer in Twin-Signal Recycling Topologie im Labormaßstab realisiert worden. Zu diesem Zweck ist der bestehende Aufbau eines Dual Recycling Interferometers um einen zusätzlichen Spiegel im Signalport ergänzt worden, der zusammen mit dem Signal Recycling Spiegel und den Interferometer-Endspiegeln effektiv einen Dreispiegelresonator bildet. Basierend auf numerischen Simulationen ist ein Regelungskonzept entwickelt worden, nach dem das Interferometer in allen relevanten longitudinalen Freiheitsgraden für mehrere Minuten elektronisch stabilisiert werden konnte. Darüberhinaus sind erste Messungen an Teilbereichen des Experiments im Zusammenspiel mit gequetschtem Licht erfolgt. Weitere Verbesserungen und Erweiterungen des gesamten Experiments sind jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinaus möglich.

Eine Verlustrechnung für das PPKTP-Quetschlichtexperiment hat gezeigt, dass die nachgewiesene Rauschunterdrückung durch optische Verluste limitiert war. Einen Ansatz zur Optimierung der Auskoppelleffizienz der Quetschlichtquelle stellt der Betrieb in hemilithischer Resonatoranordnung dar, bei dem geringere resonatorinterne Verluste zu erwarten sind. Zur Reduktion von Phasenrauschen kann ein zusätzlicher Modenfilter für das Pumplichtfeld der Quetschlichtquelle eingesetzt werden.

Die mit PPKTP erzielte hohe parametrische Verstärkung erlaubt – bei beschränkter zur Verfügung stehender Pumpleistung – den Betrieb mehrerer Quetschlichtquellen innerhalb eines Experiments. Dies ist im Hinblick auf den Einsatz im Bereich der Quanteninformatik interessant. Für den Einsatz in Gravitationswellendetektoren blieben die Eigenschaften von PPKTP zur Erzeugung gequetschten Lichts im sub-kHz-Bereich zu untersuchen.

Eine Verknüpfung des aufgebauten Twin-Signal Recycling Interferometers mit der PPKTP-

Quetschlichtquelle ist im Rahmen dieser Arbeit noch nicht vollständig abgeschlossen worden und bedarf noch weiterer geringfügiger experimenteller Optimierung. Den Einfluß parasitärer Resonatoren und daraus resultierender Kreuzkopplung der elektronischen Fehlersignale gilt es zu minimieren.

### **Elektronische Schaltungen**

Auf den folgenden Seiten sind die Schaltpläne der für die PPKTP-Quetschlichtquelle und das Twin-Signal Recycling Interferometer zum Einsatz gekommenen elektronischen Schaltungen dargestellt.

In den meisten Fällen konnte auf bereits bestehende Schaltungsdesigns zurückgegriffen werden, die nur geringfügig an die experimentellen Gegebenheiten anzupassen waren.

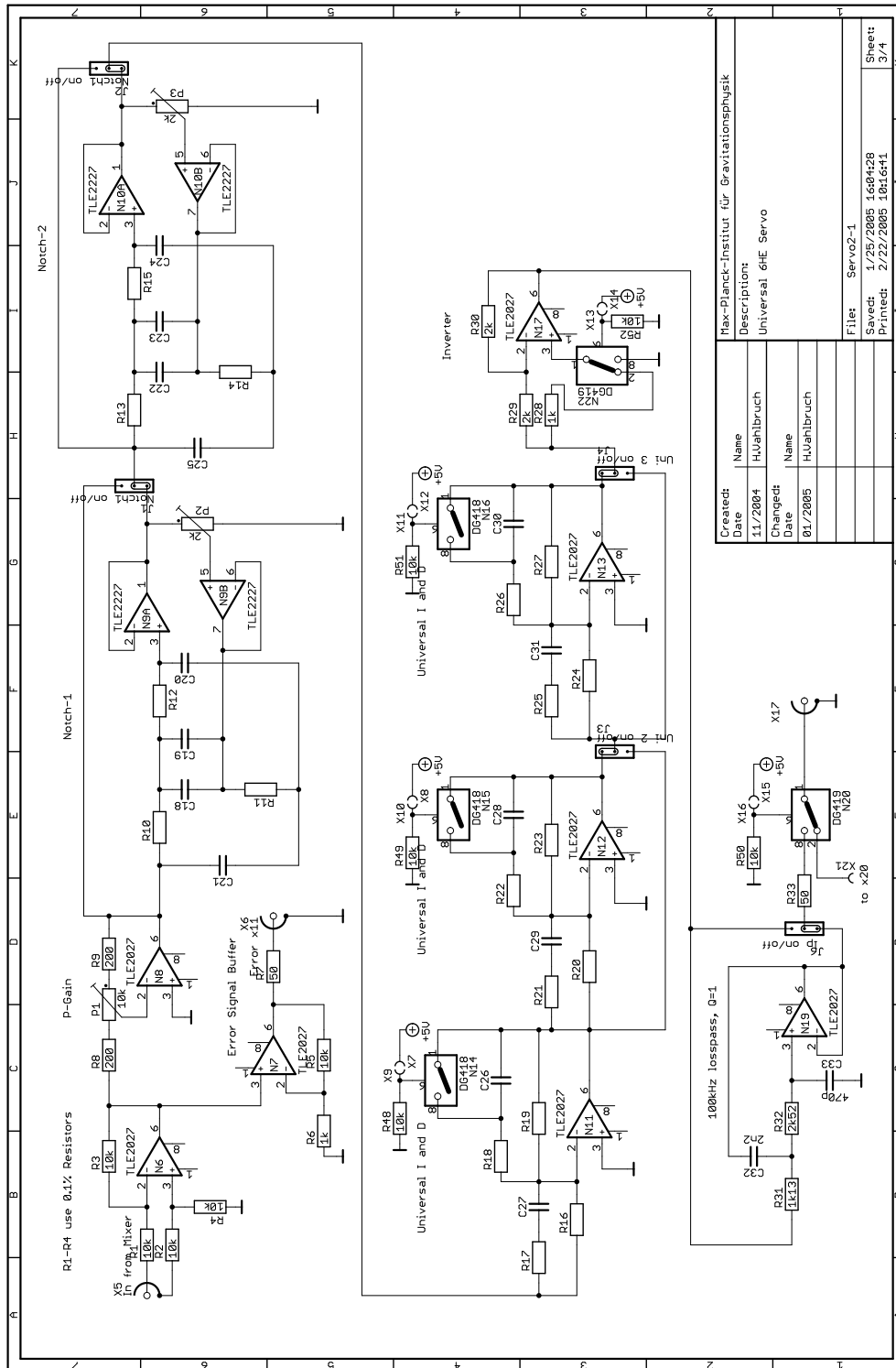


Abbildung A.1.: Universalservo 1/2

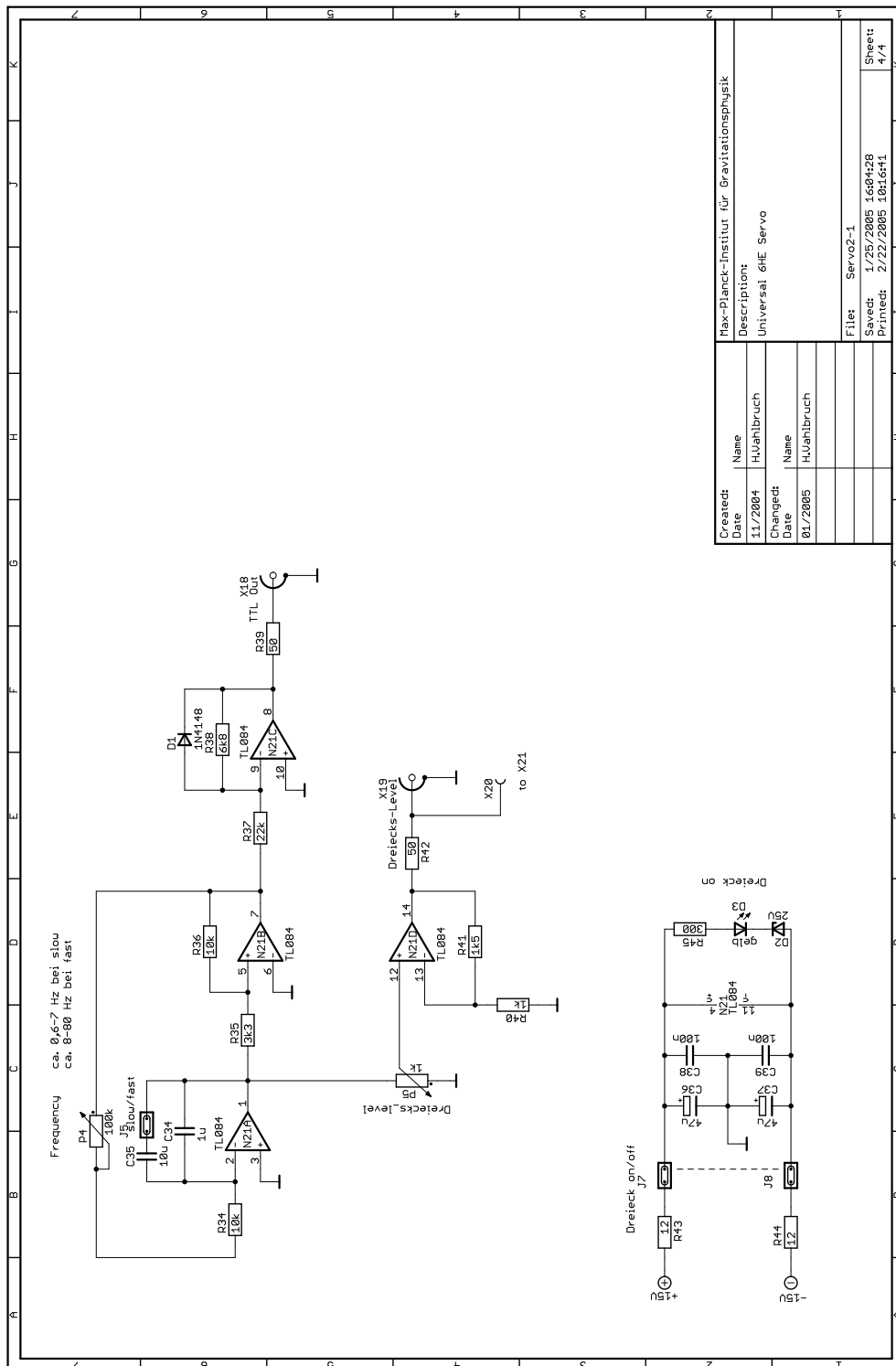
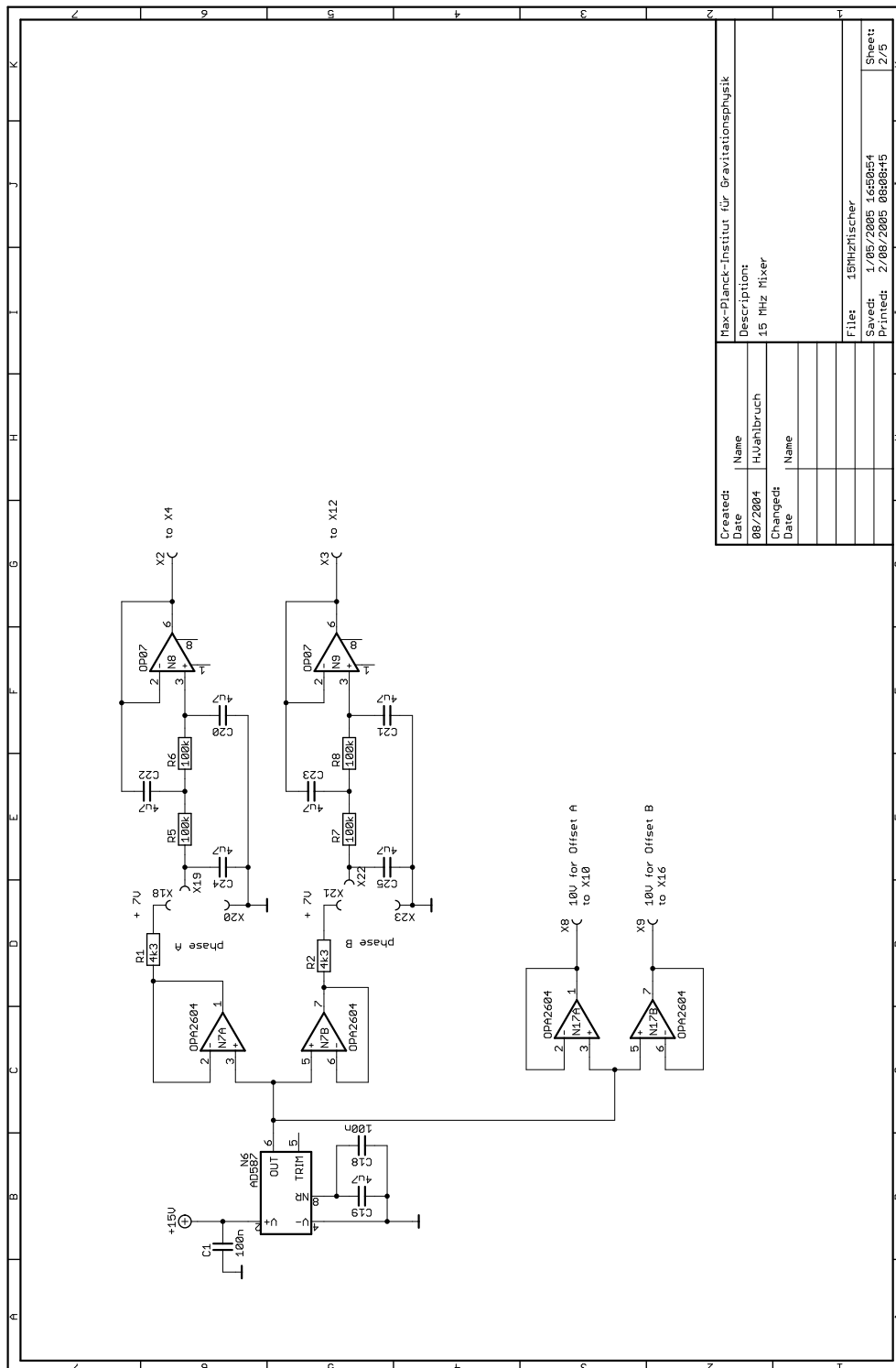


Abbildung A.2.: Universalservo 2/2



Created:	Name	Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik
Date	Description	15 MHz Mixer
08/2004	Author	H. Uhlir/bruch
Changed:	Name	
Date		
File:	15MHzMischer	
Saved:	1/05/2005 16:00:54	
Printed:	2/08/2005 08:08:15	
Sheet:	2/5	

Abbildung A.3.: 15 MHz Mischer 1/2





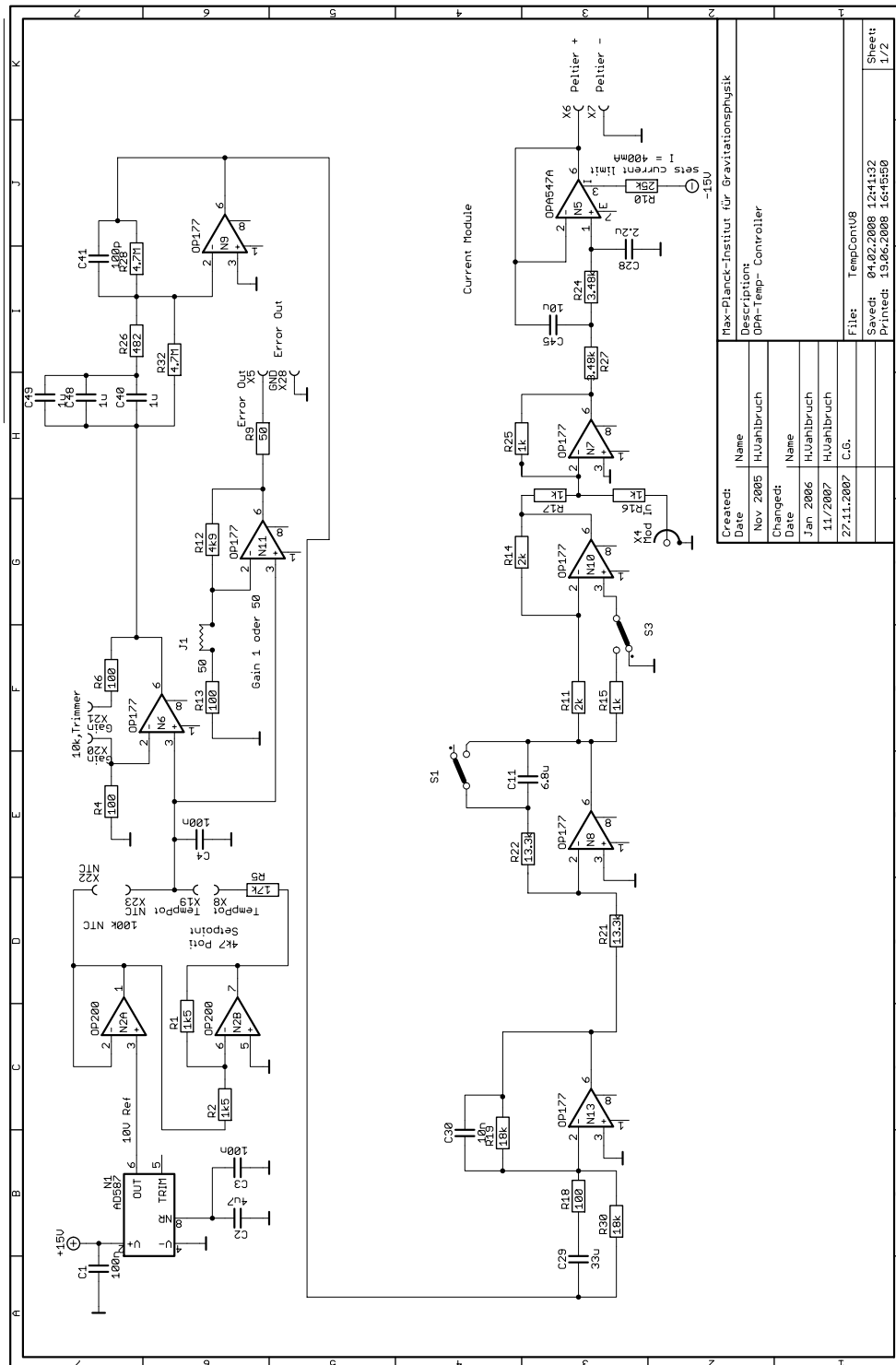
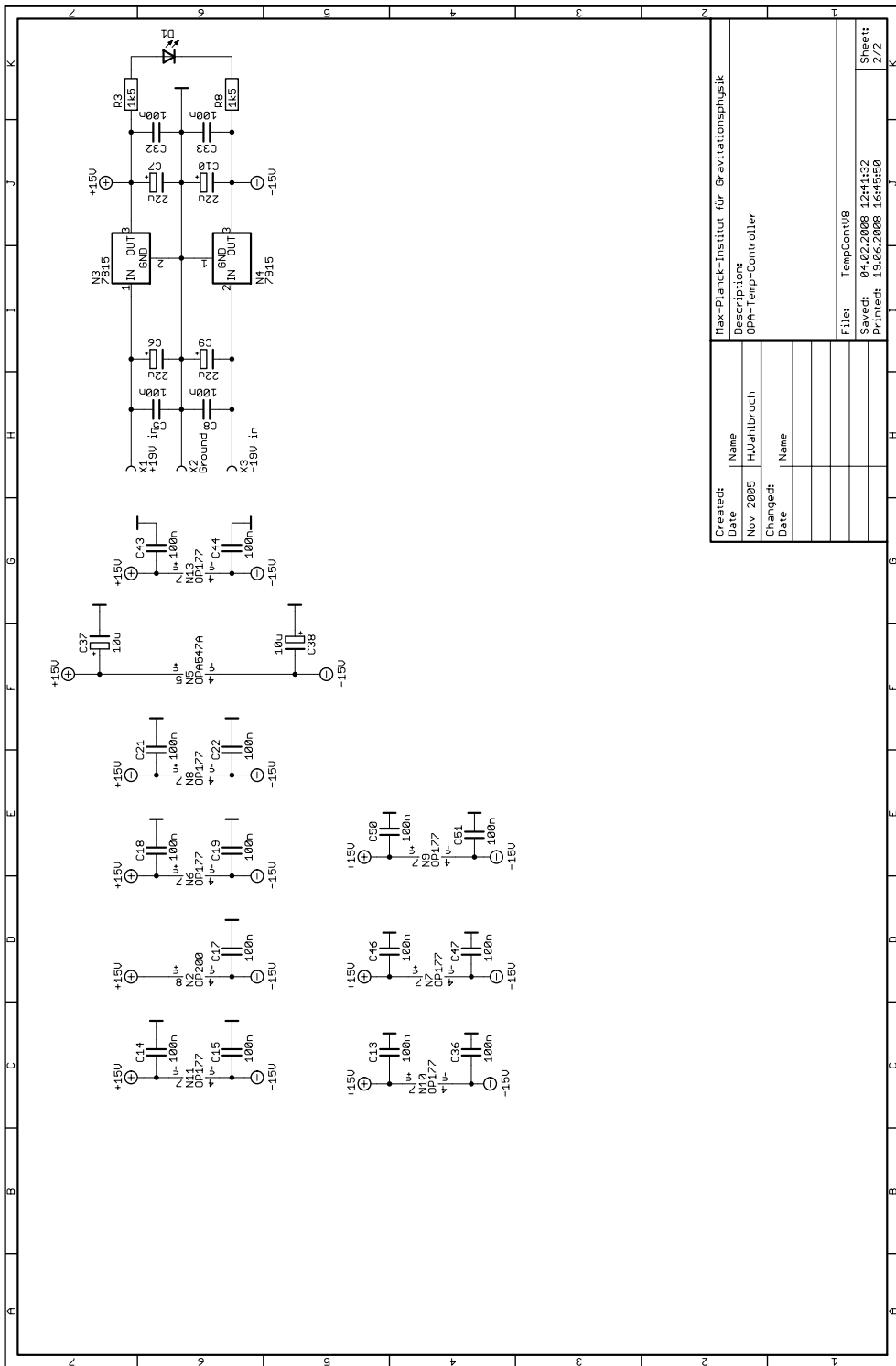


Abbildung A.5.: OPA-Temperaturkontroller 1/2



Created:		Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik	
Date	Name	Description:	
Nov 2005	H.Vahrbruch	OPA-Temp-Controller	
Changed:			
Date	Name		
		File: TempCont08	
		Saved: 04.02.2008 12:41:32	Sheet
		Printed: 19.06.2008 16:16:50	2/2

Abbildung A.6.: OPA-Temperaturkontroller 2/2

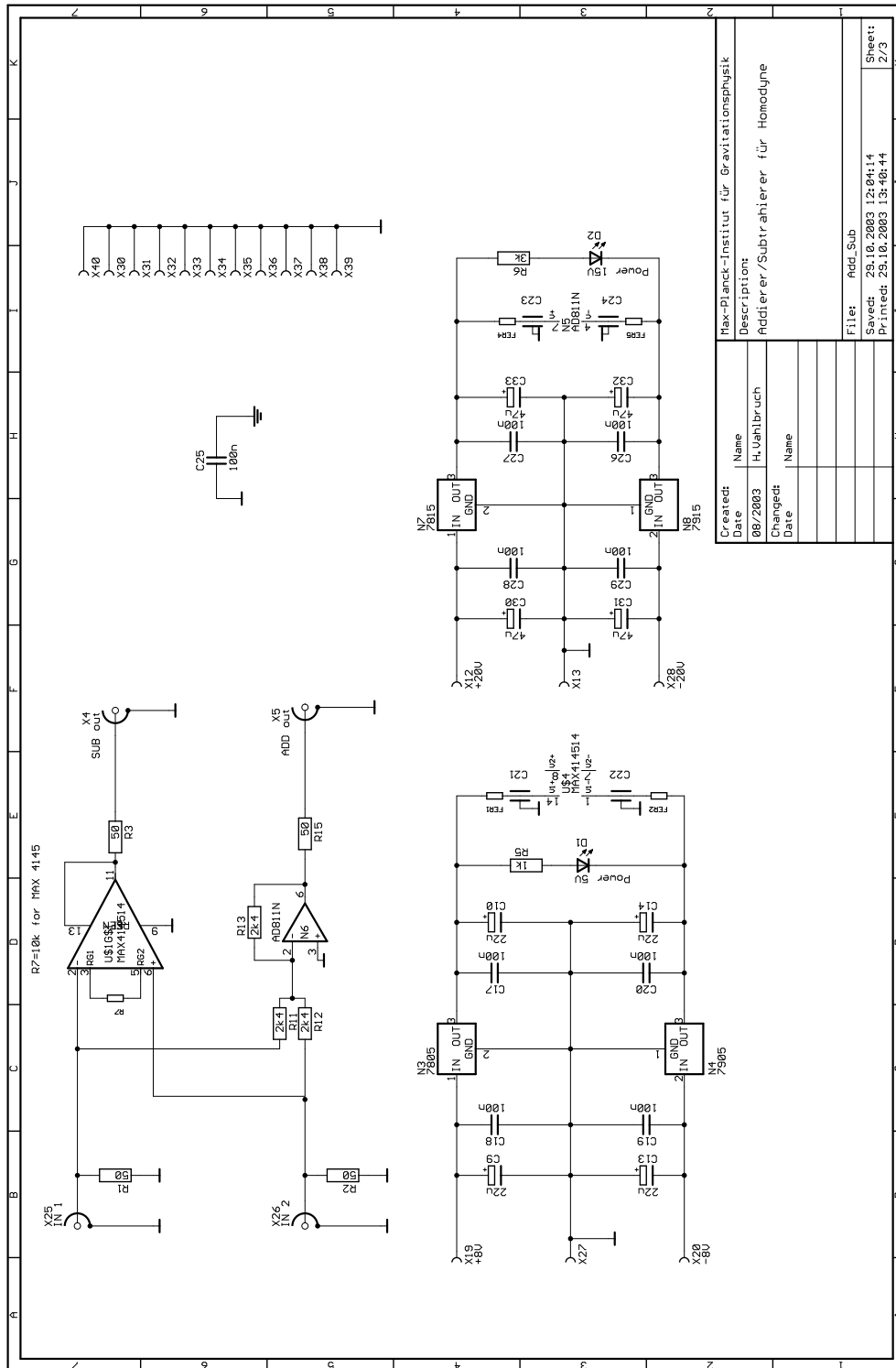
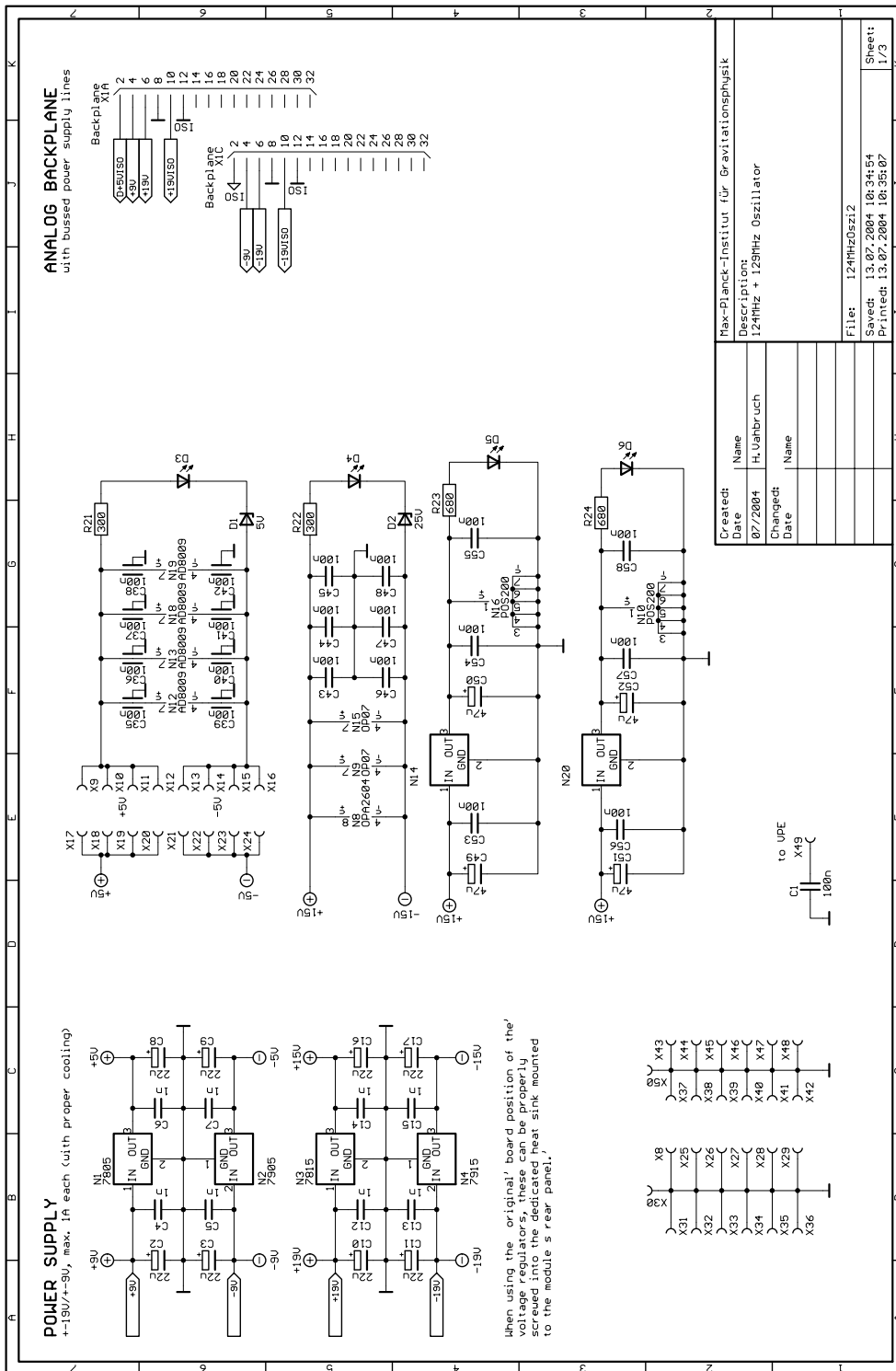


Abbildung A.7.: Homodyn-Addierer/Subtrahierer-Box



Created:	Name	Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik
Date	Date	87/2004
Changed:	Name	H. Vanbruch
Date	Date	
File: 124MHzOsz12		
Saved: 13.07.2004 10:34:54		
Printed: 13.07.2004 10:35:07		
Sheet: 1/3		

Abbildung A.8.: 124 MHz Oszillator 1/3

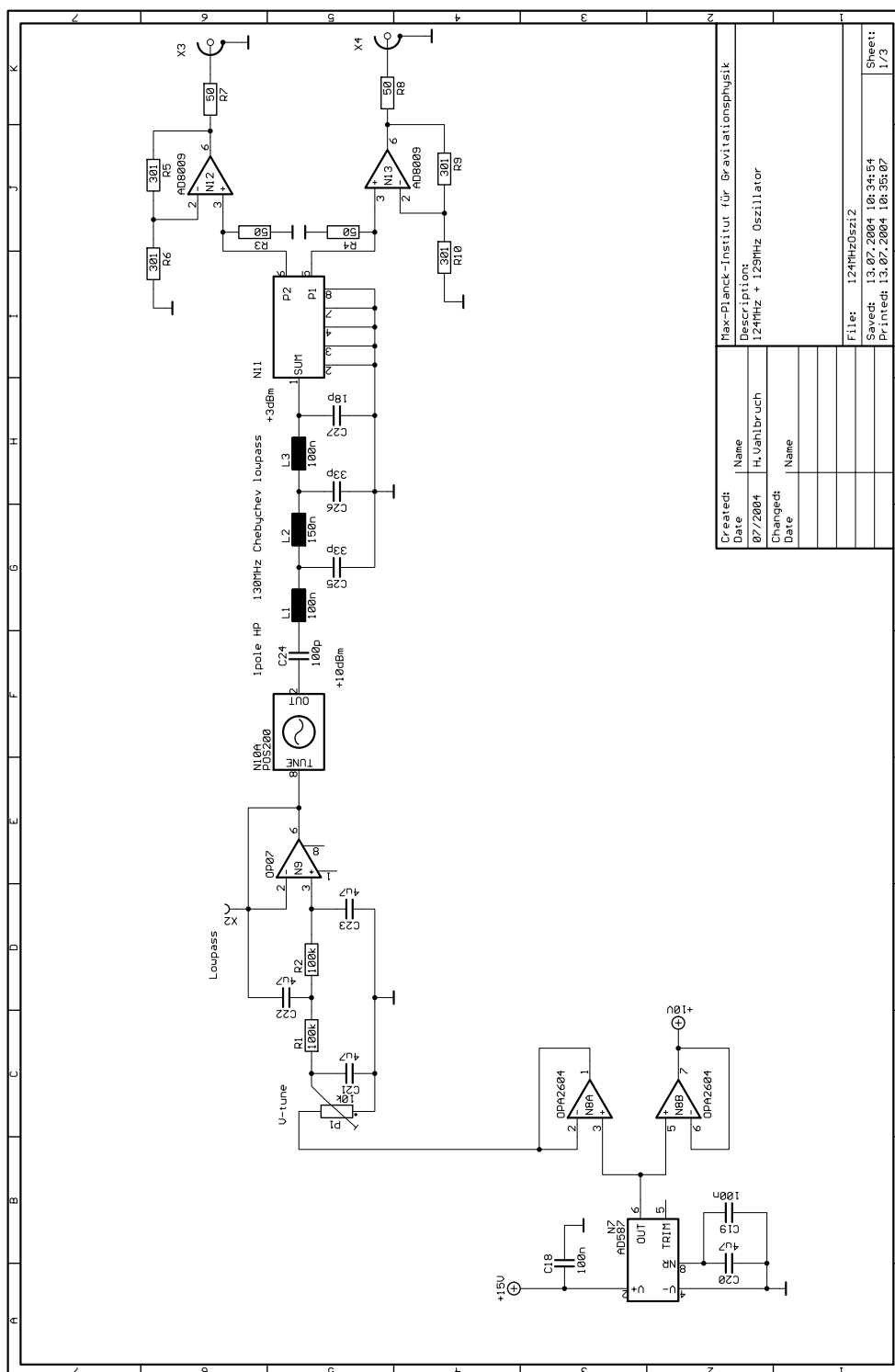


Abbildung A.9.: 124 MHz Oszillator 2/3



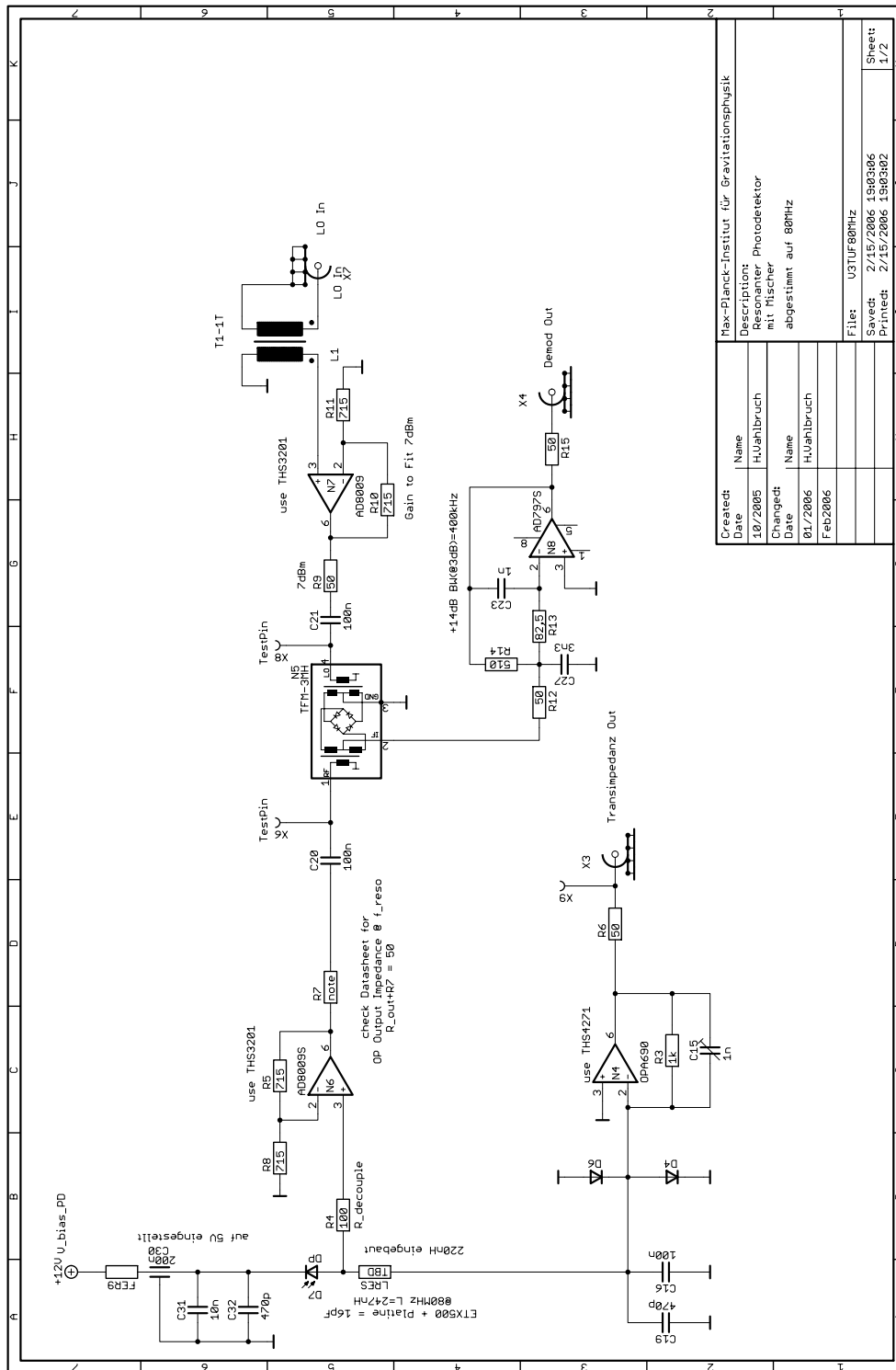


Abbildung A.11.: Resonanter Photodetektor mit Mischer 1/2



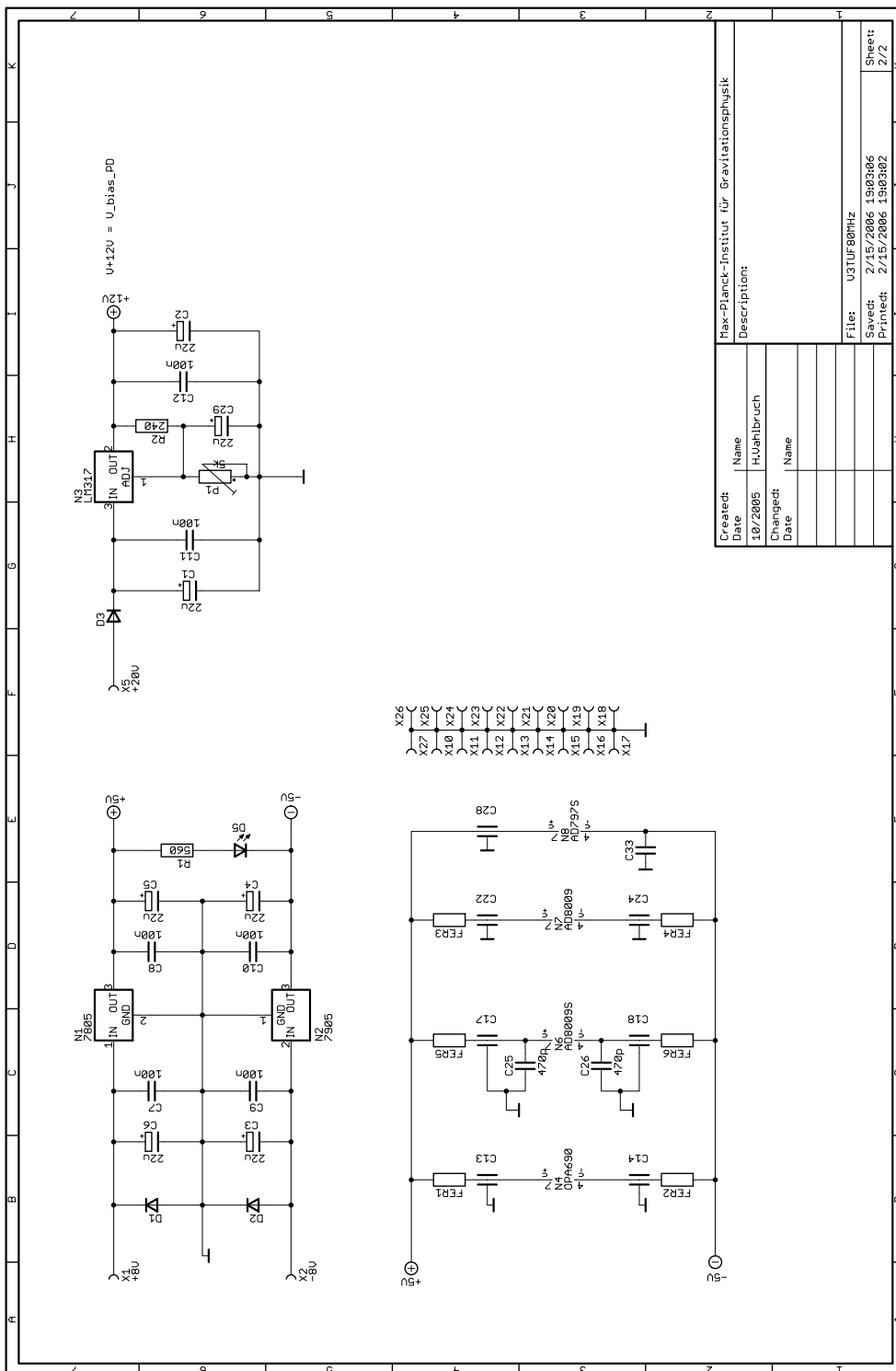


Abbildung A.12.: Resonanter Photodetektor mit Mischer 2/2

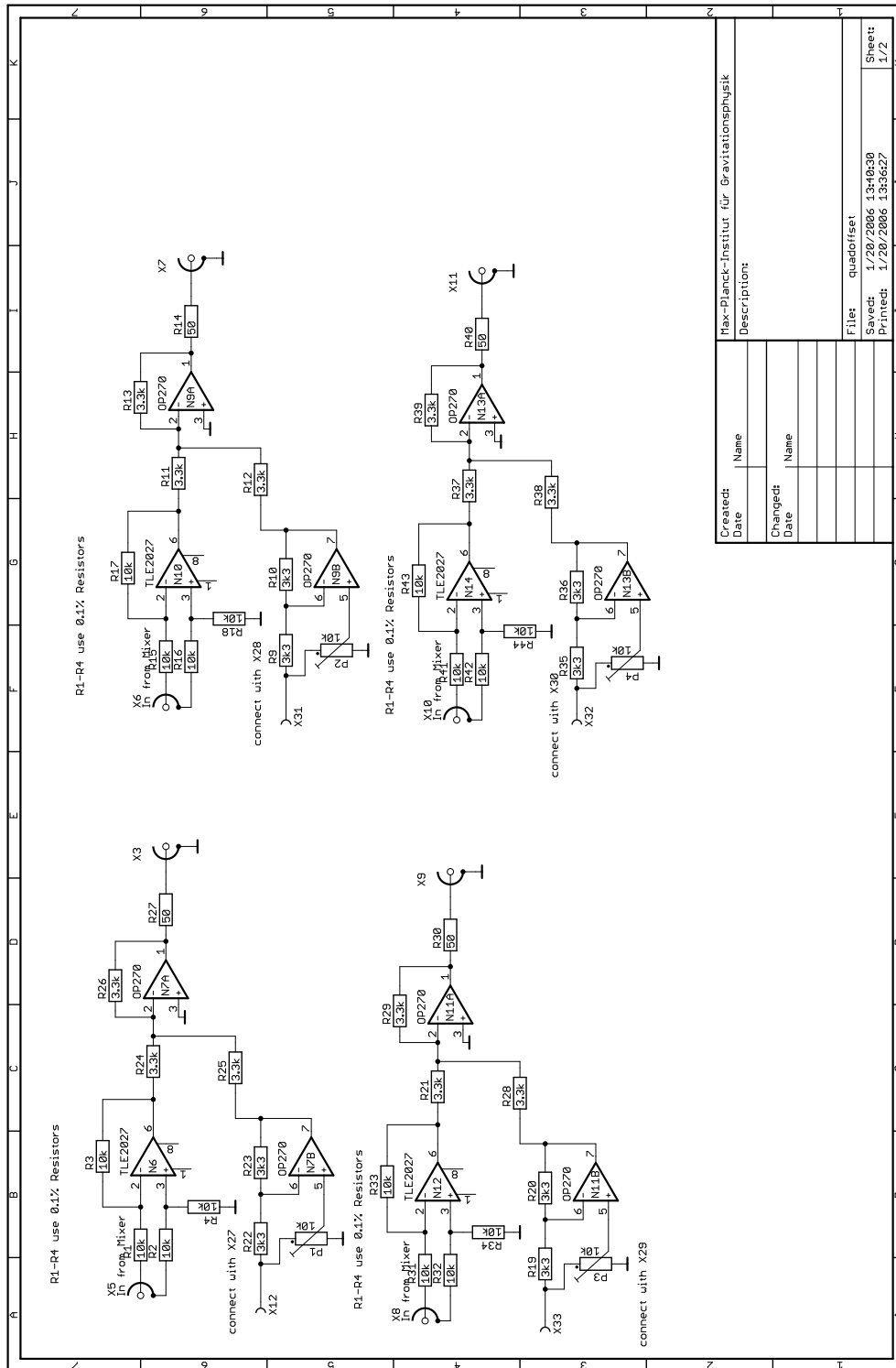


Abbildung A.13.: Vierfach-Offsetbox 1/2

Created:	Name
Date	
Changed:	Name
Date	
Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik	
Description:	
File: quadoffset	
Saved: 1/20/2006 13:40:30	
Printed: 1/20/2006 13:36:27	
Sheet: 1/2	

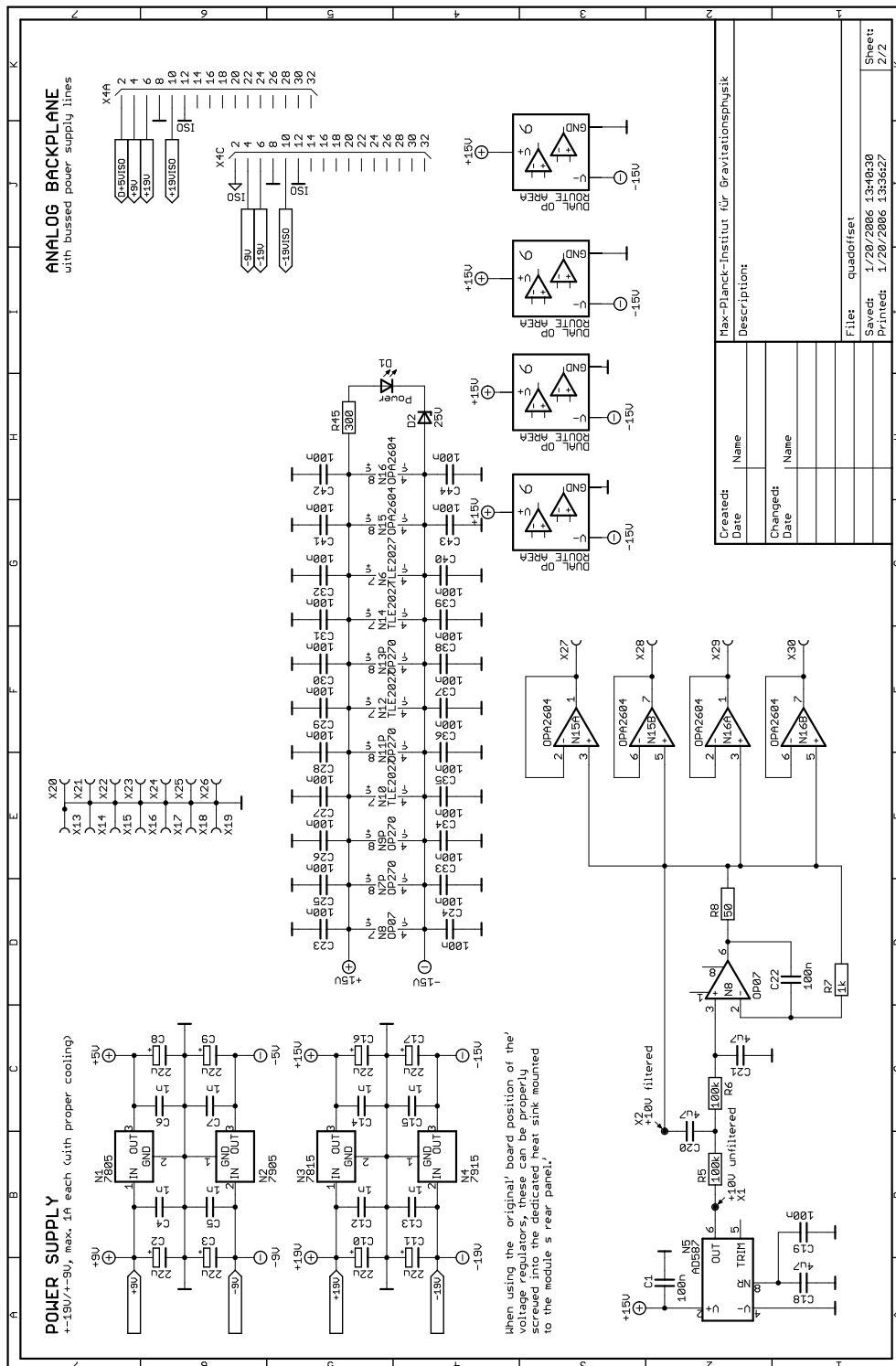


Abbildung A.14.: Vierfach-Offsetbox 2/2

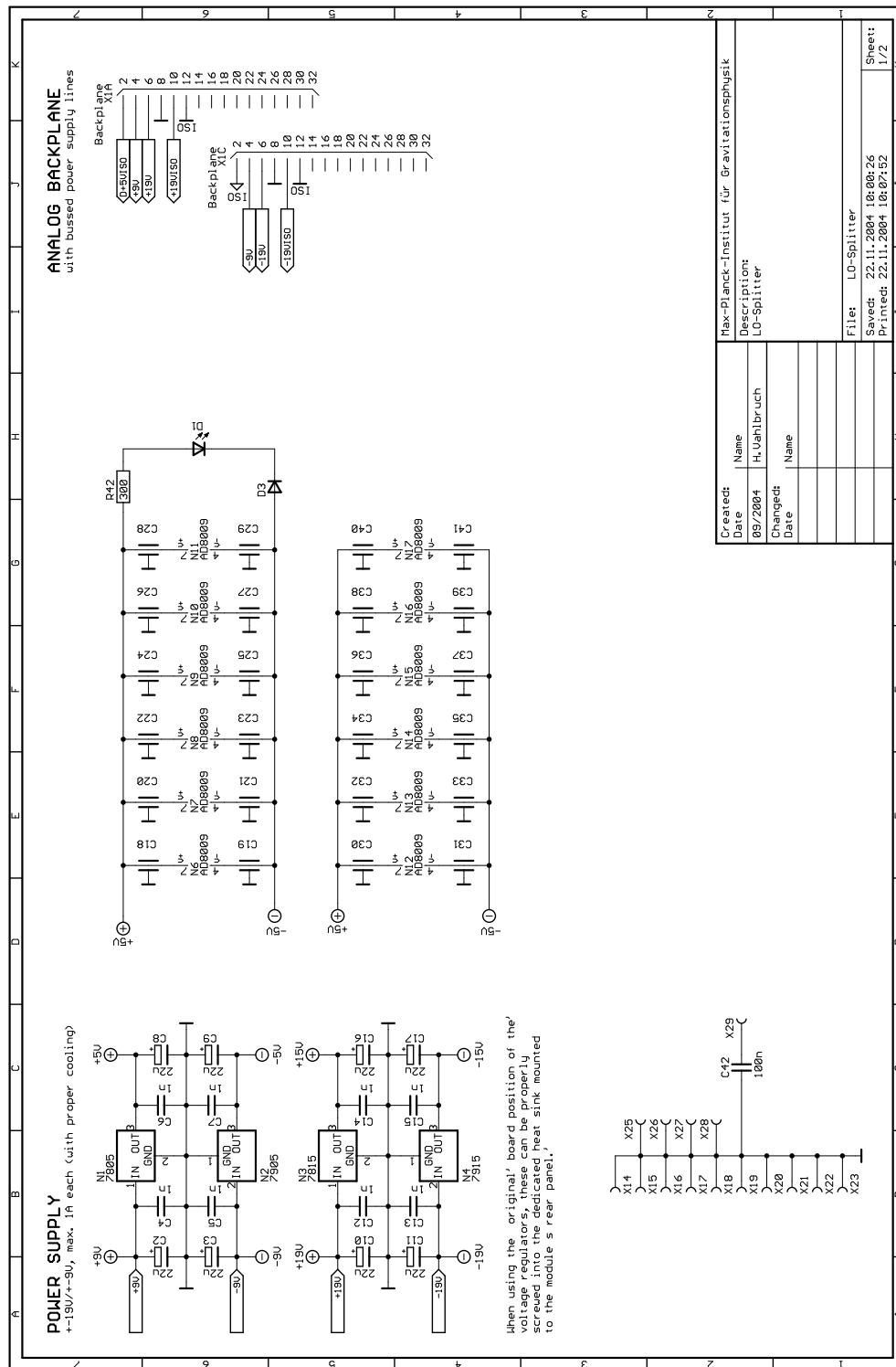


Abbildung A.15.: LO-Splitter/-Puffer 1/2

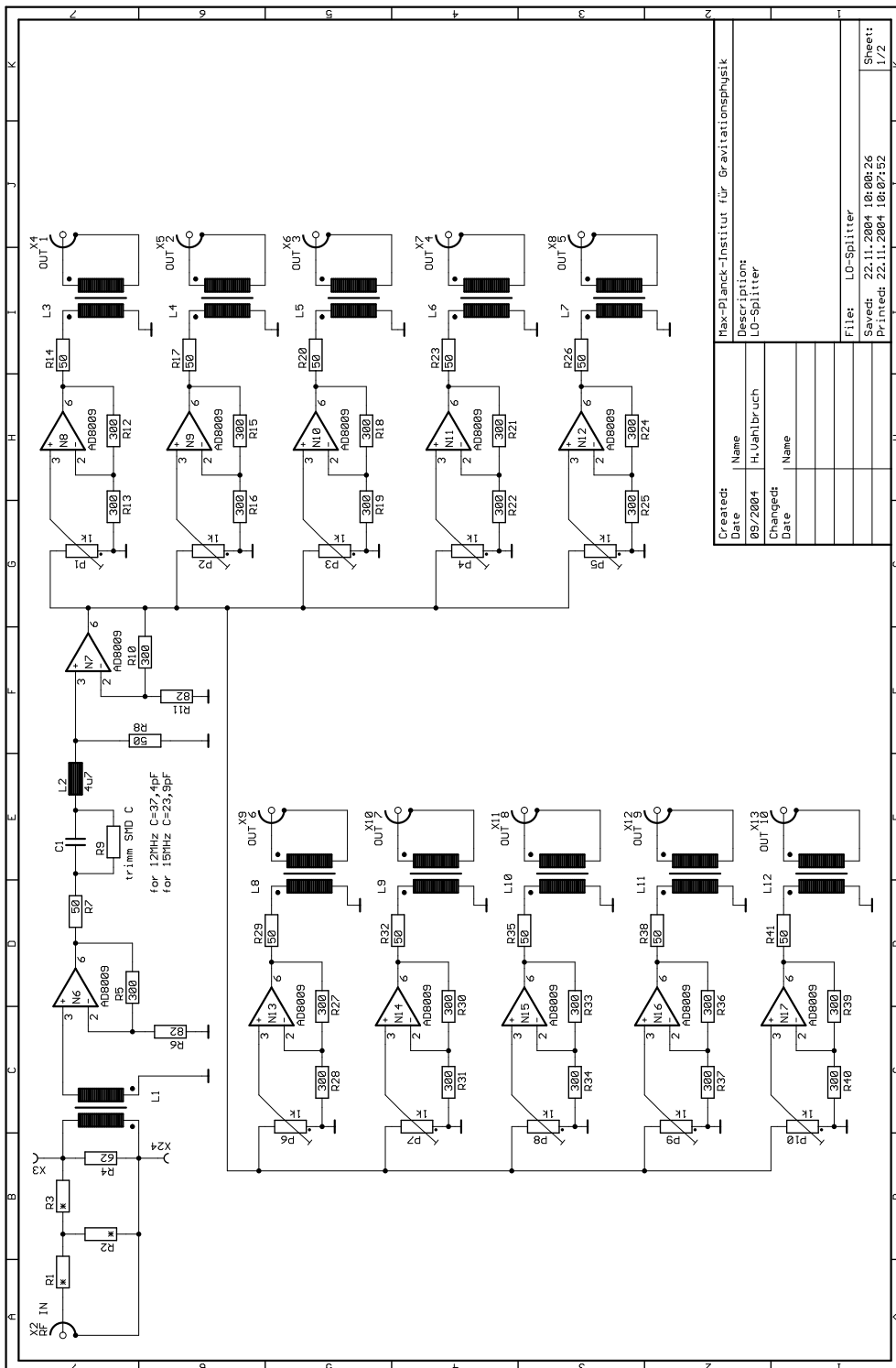


Abbildung A.16.: LO-Splitter/-Puffer 2/2

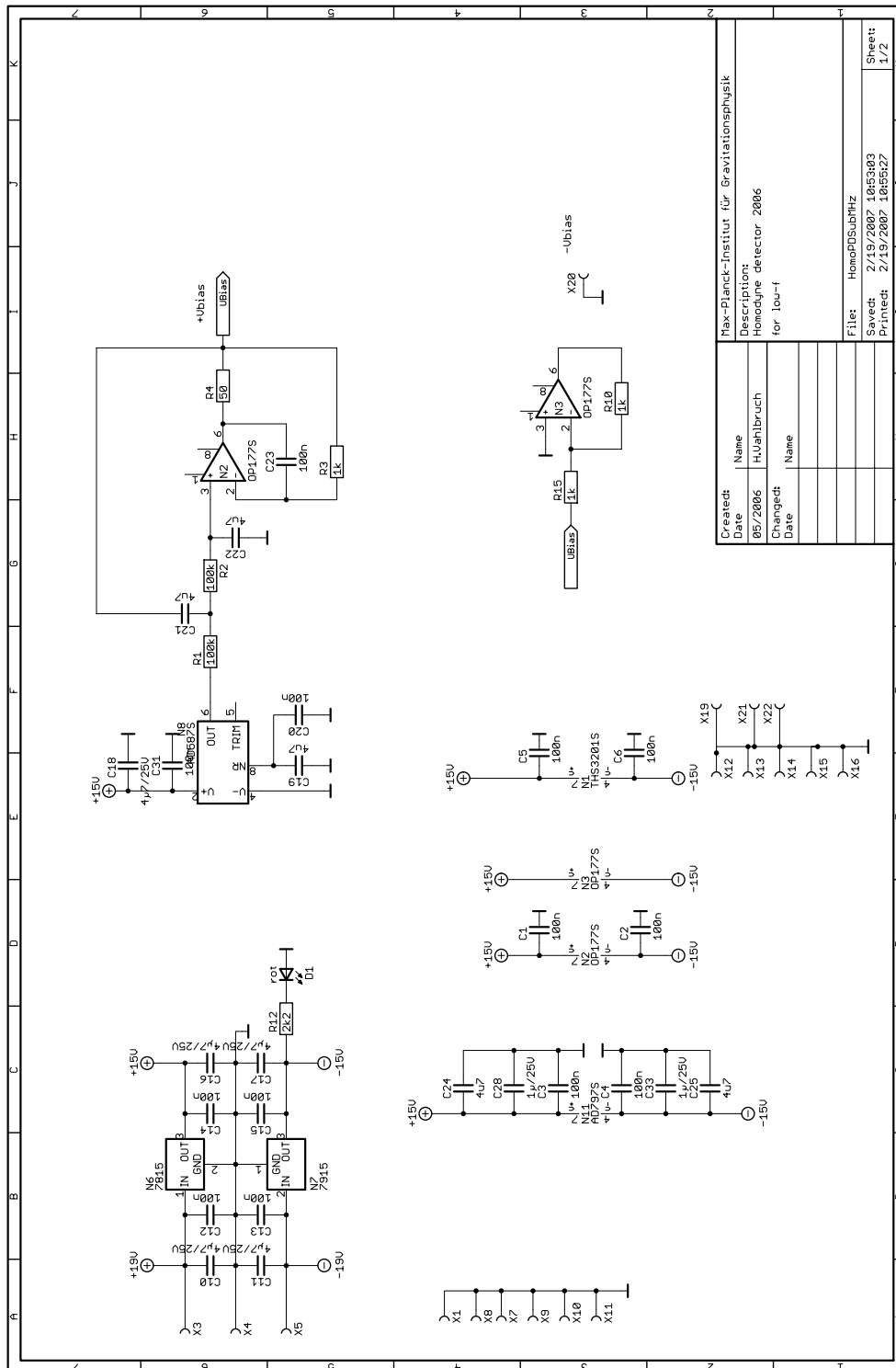
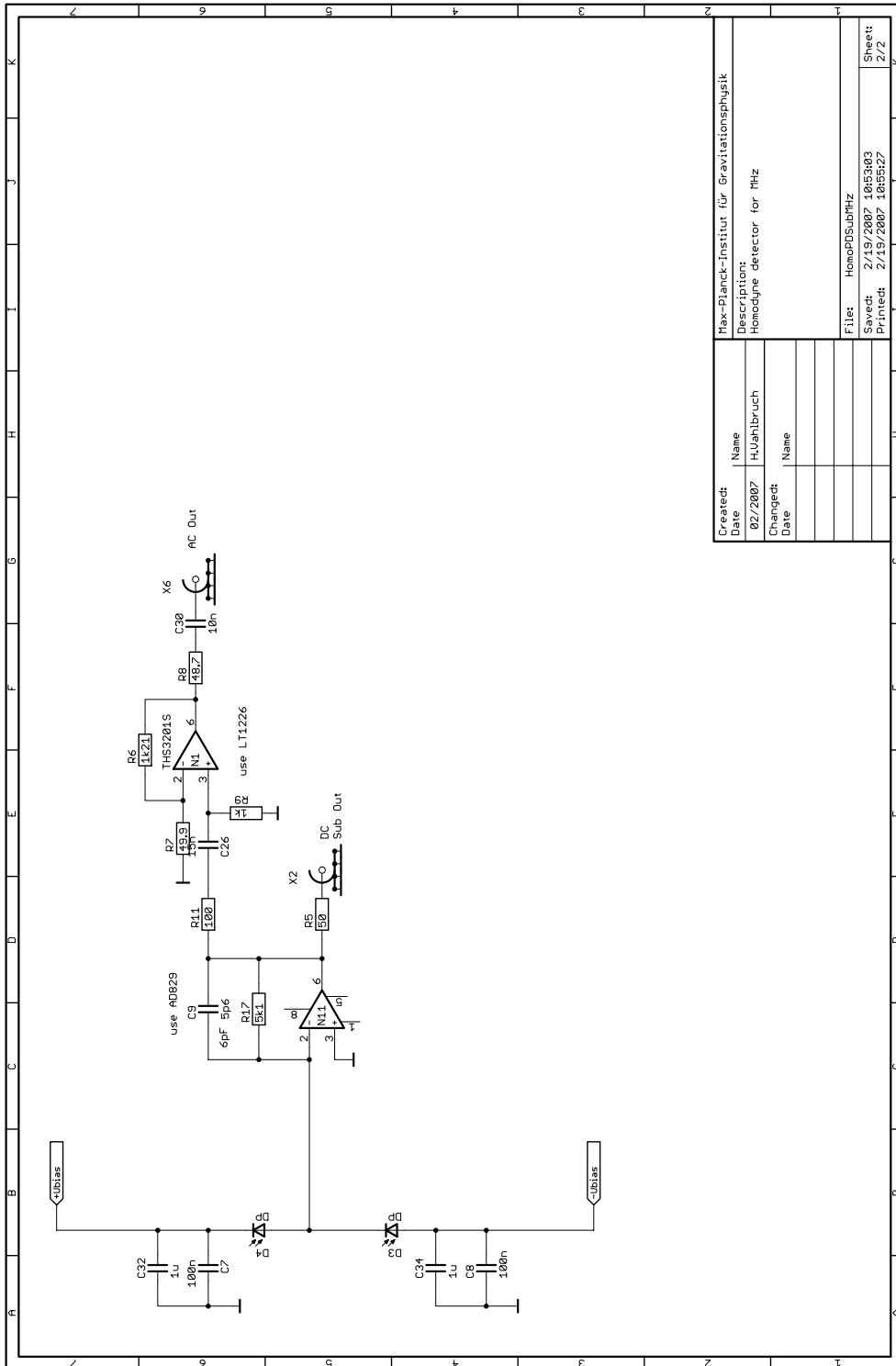


Abbildung A.17.: Sub-MHz Homodyndetektor 1/2



Created:	Name	Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik
Date	Description:	Homodyne detector for MHz
02/2007	Author:	H. Vahlbruch
Changed:	Name	
Date		
	File:	HomopDSUBMHz
	Saved:	2/15/2007 10:53:03
	Printed:	2/15/2007 10:55:27
	Sheet:	2/2

Abbildung A.18.: Sub-MHz Homodyndetektor 2/2

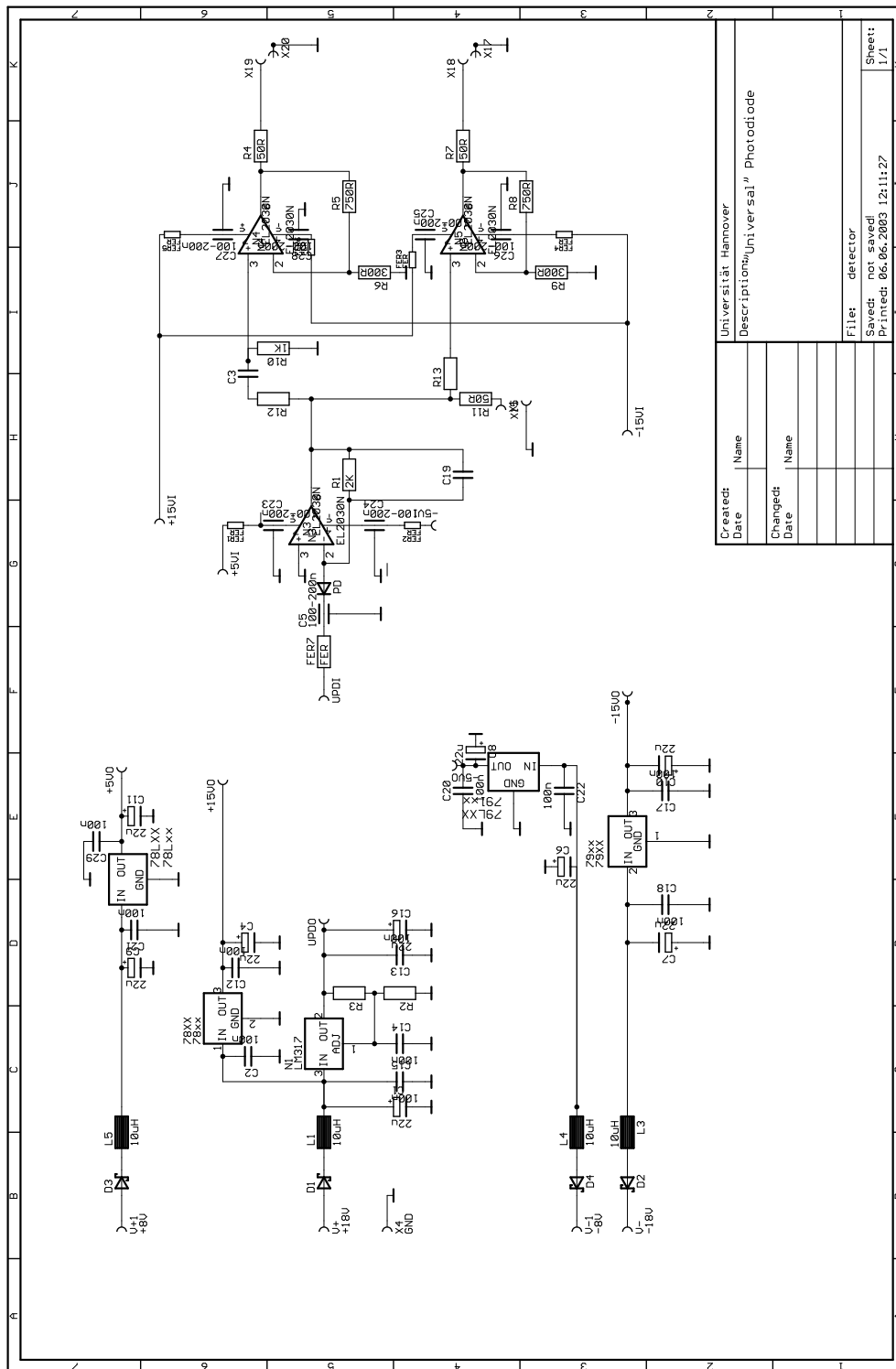


Abbildung A.19.: Universal-Photodetektor



---

### Konstruktionspläne des PPKTP-Ofens

---

#### **Konstruktionspläne**

Auf den folgenden Seiten sind die Konstruktionspläne des Ofens für die PPKTP-Quetschlichtquelle dargestellt. Zum Design des Ofens ist die CAD-Software Autodesk Inventor 11 eingesetzt worden, mit der auch die Konstruktionspläne erstellt worden sind.



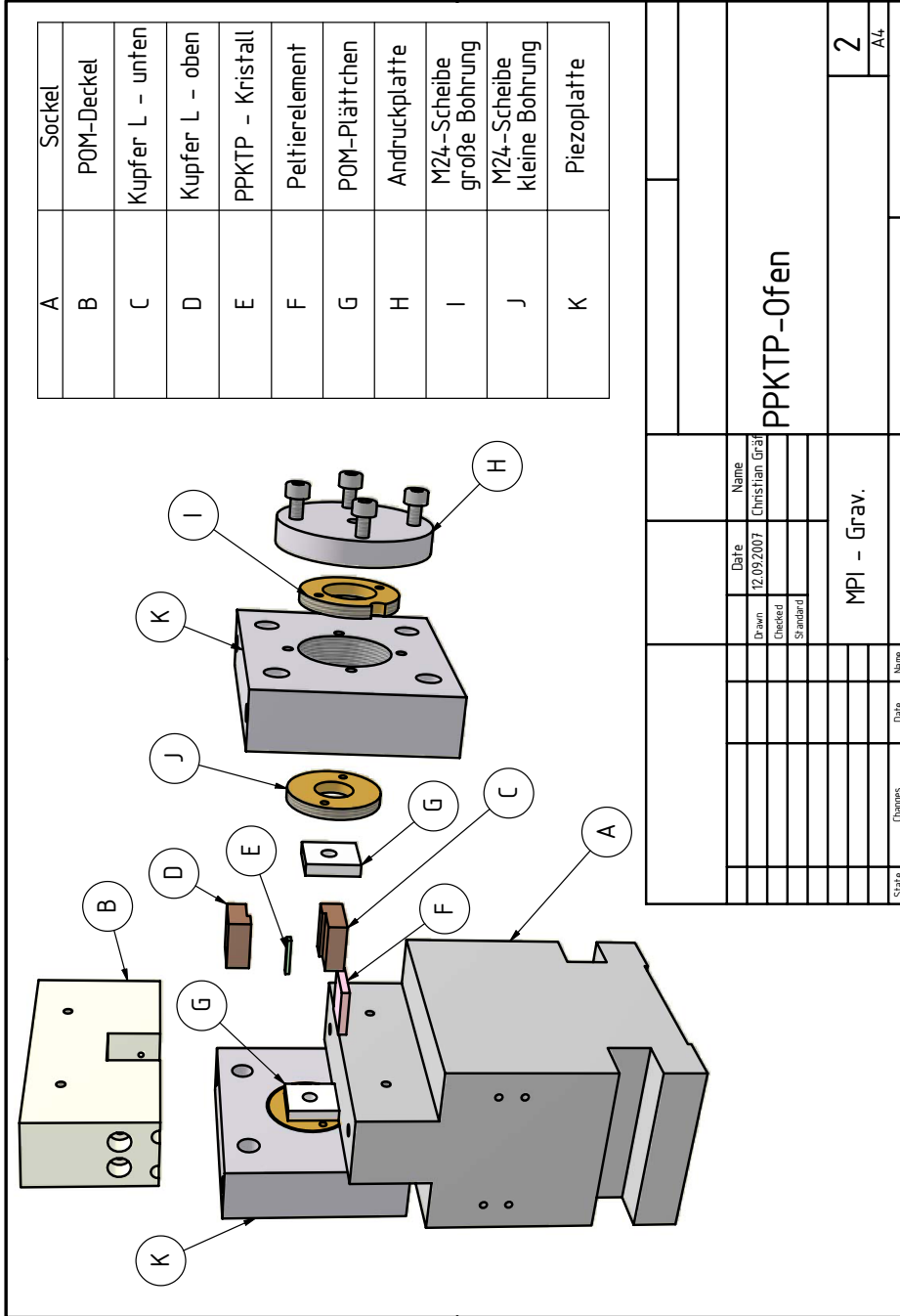


Abbildung B.2.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 2/14

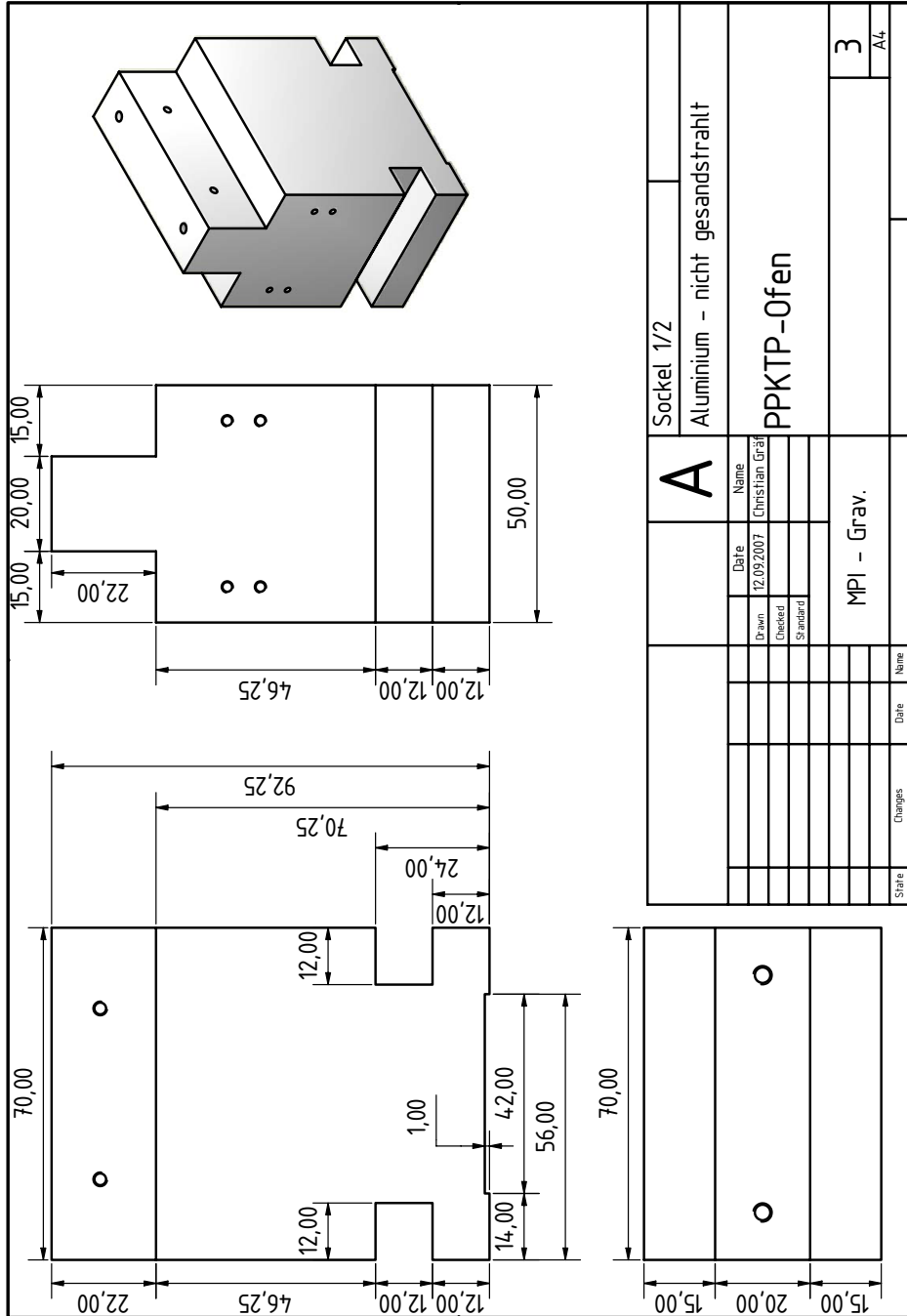


Abbildung B.3.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 3/14

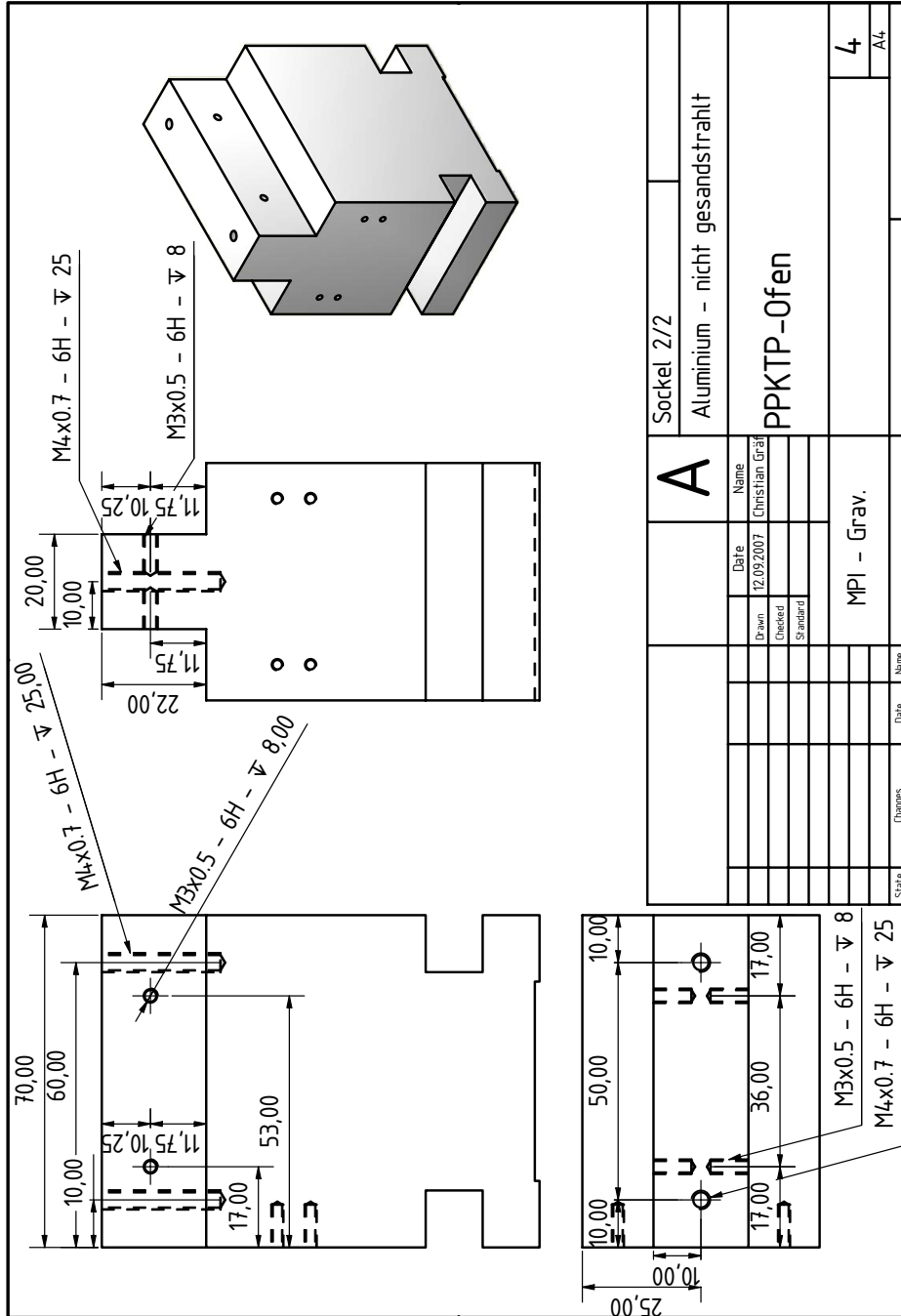


Abbildung B.4.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 4/14

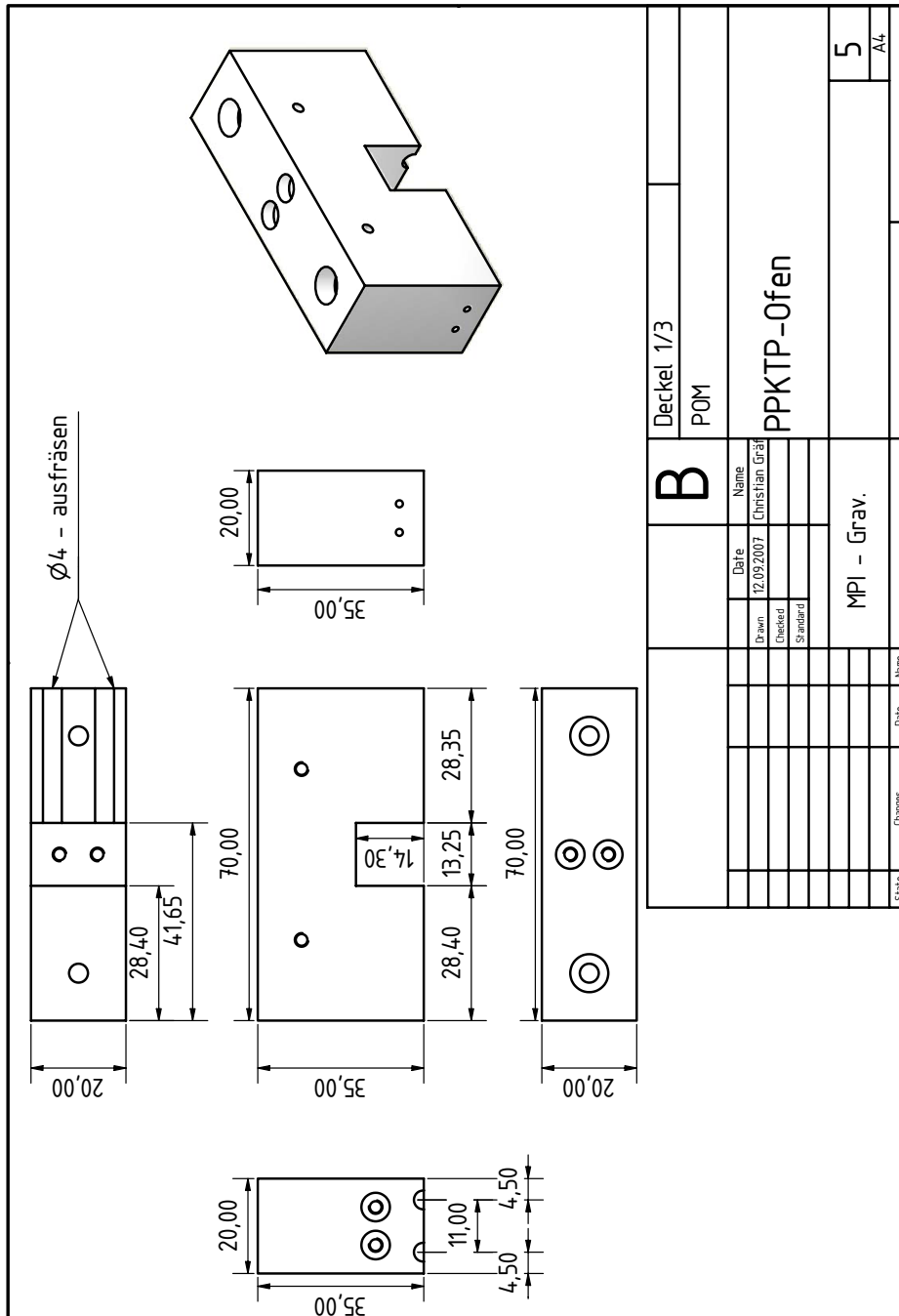


Abbildung B.5.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 5/14

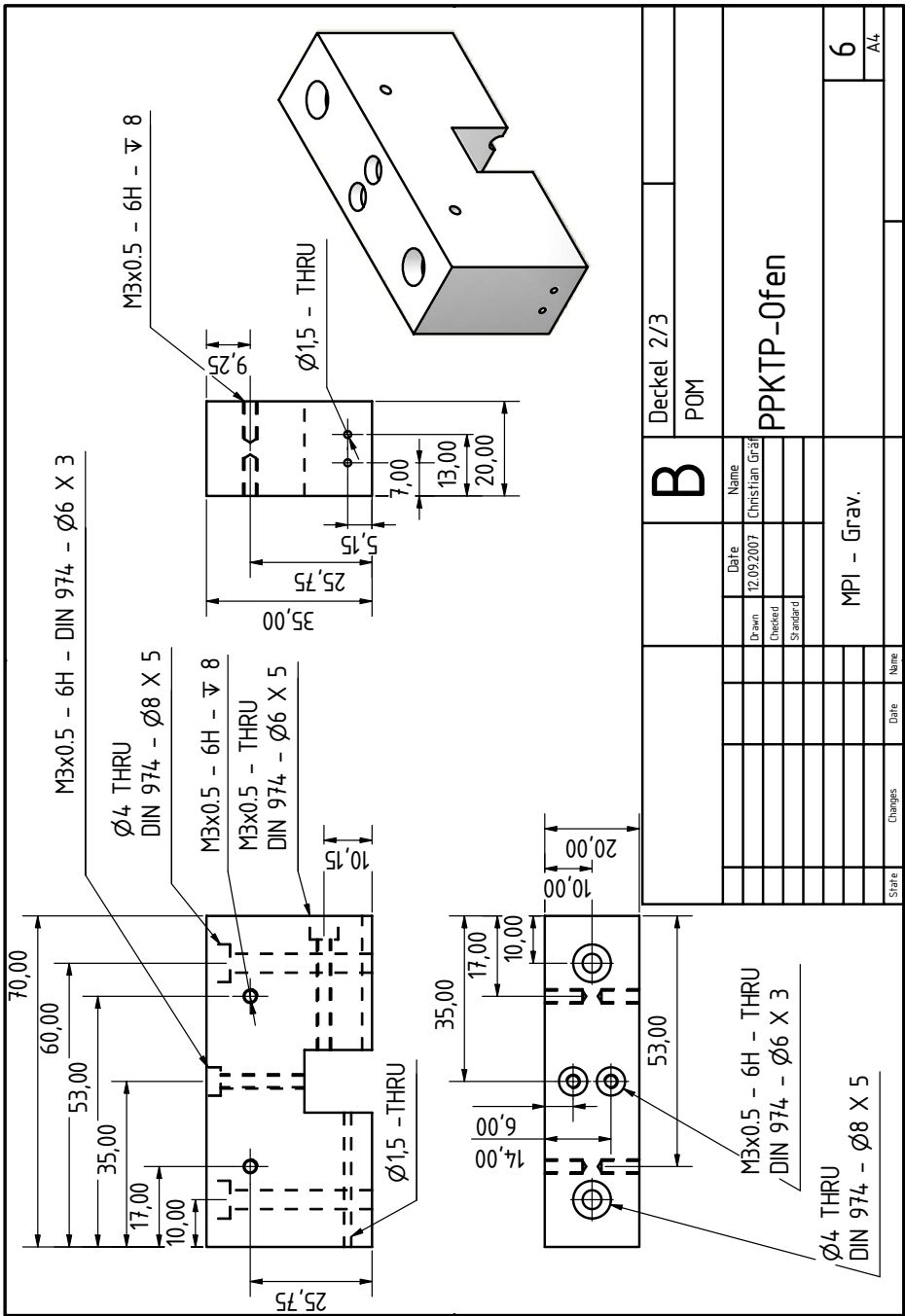


Abbildung B.6.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 6/14

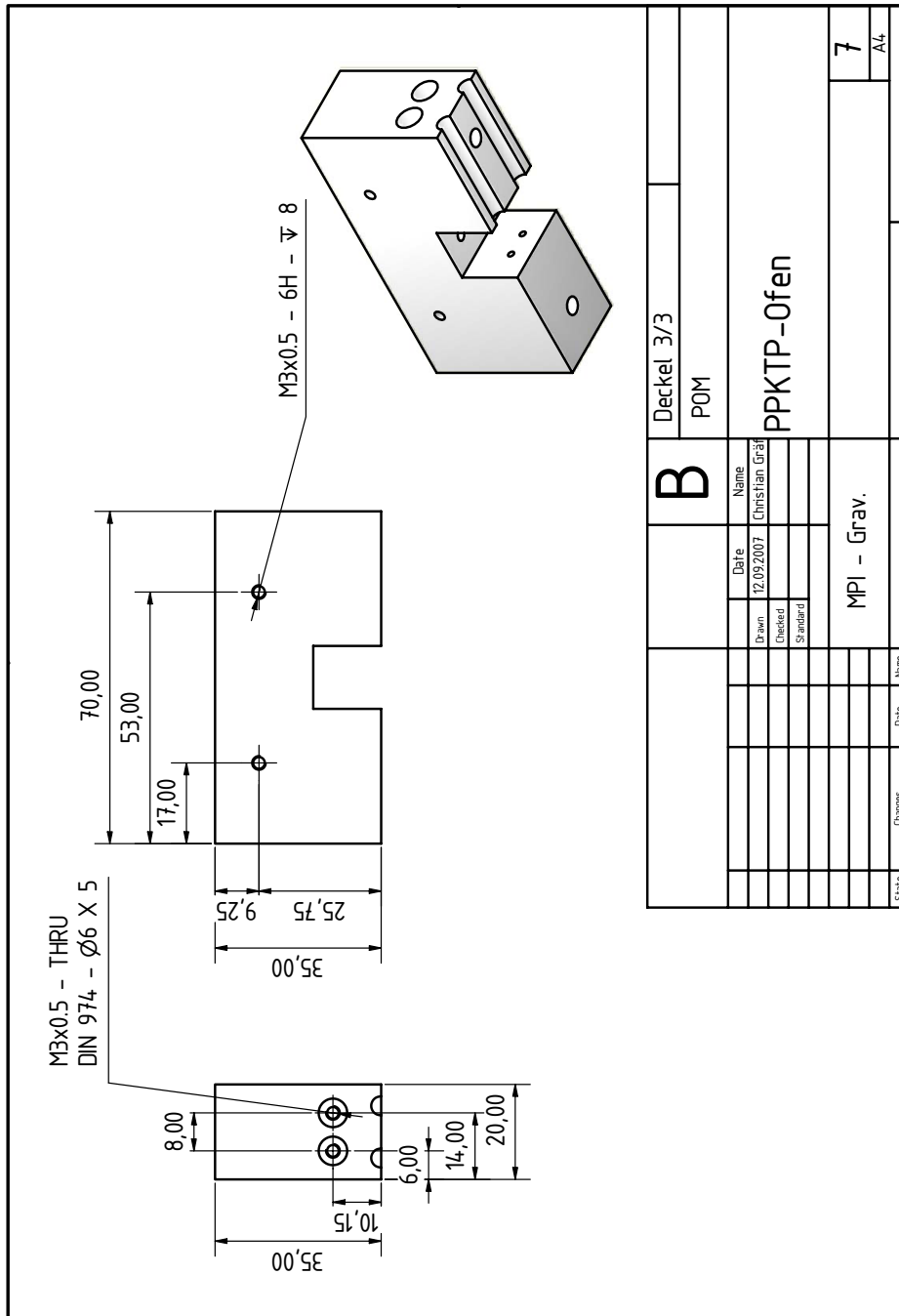


Abbildung B.7.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 7/14



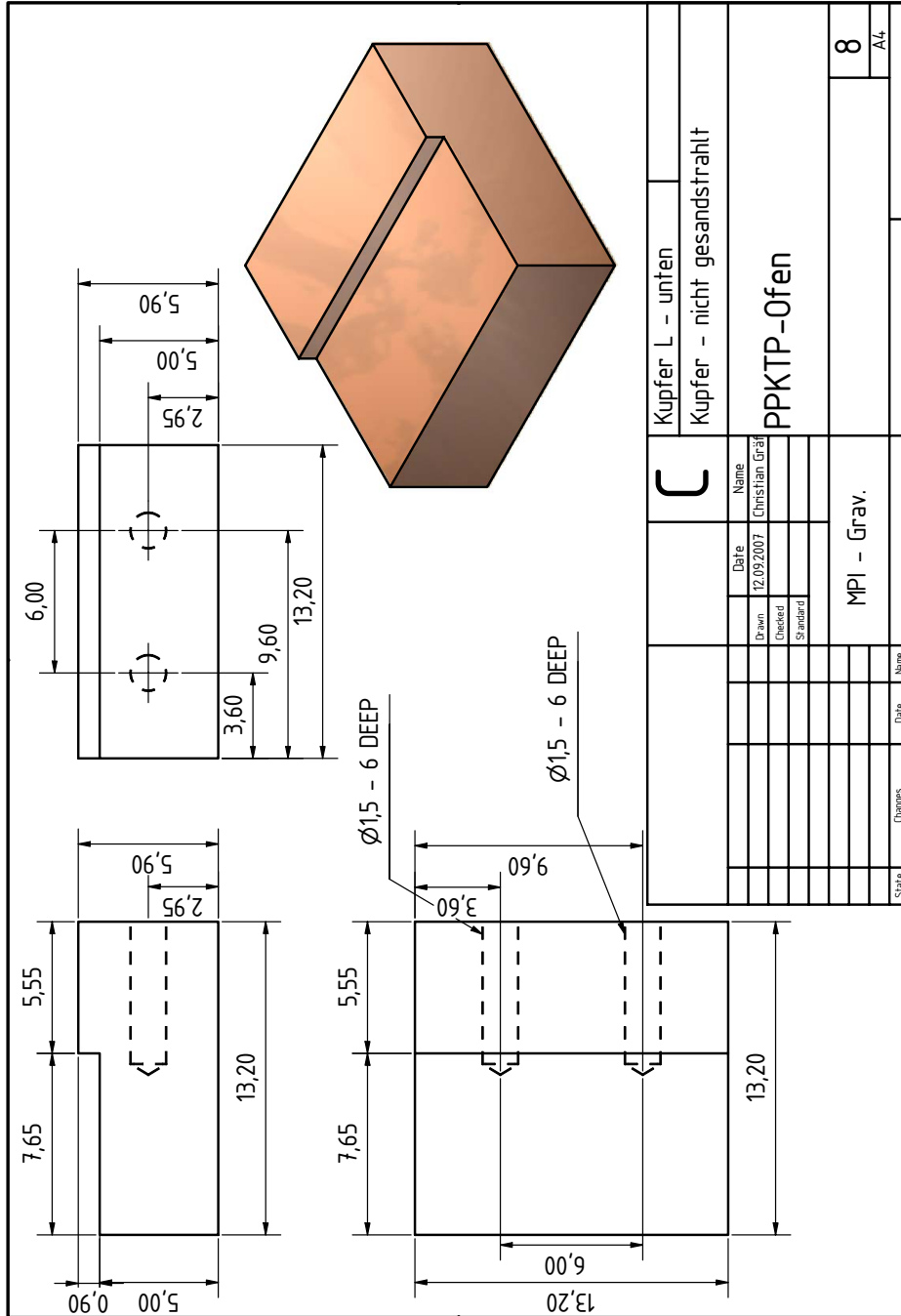


Abbildung B.8.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 8/14

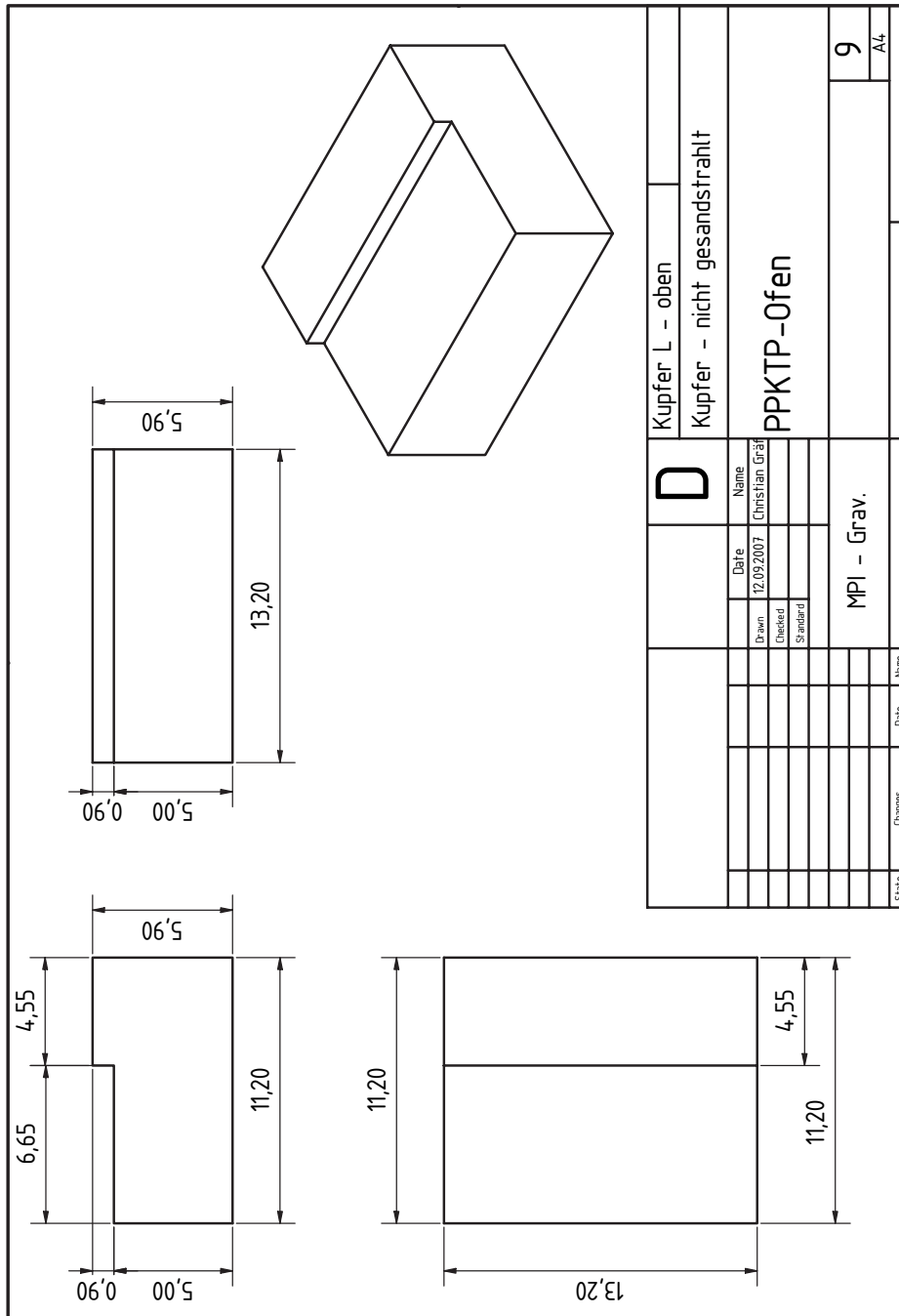


Abbildung B.9.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 9/14

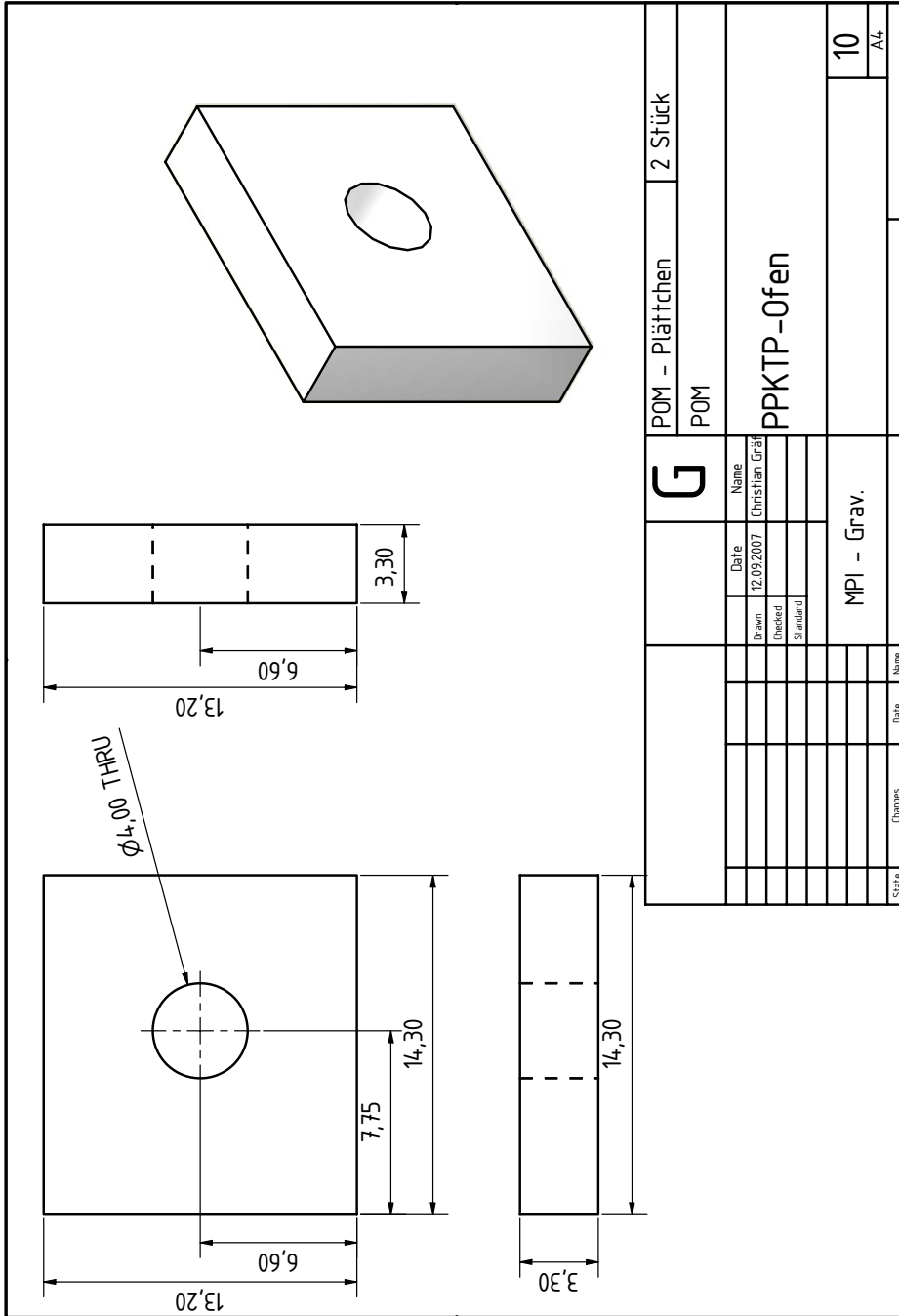


Abbildung B.10.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 10/14



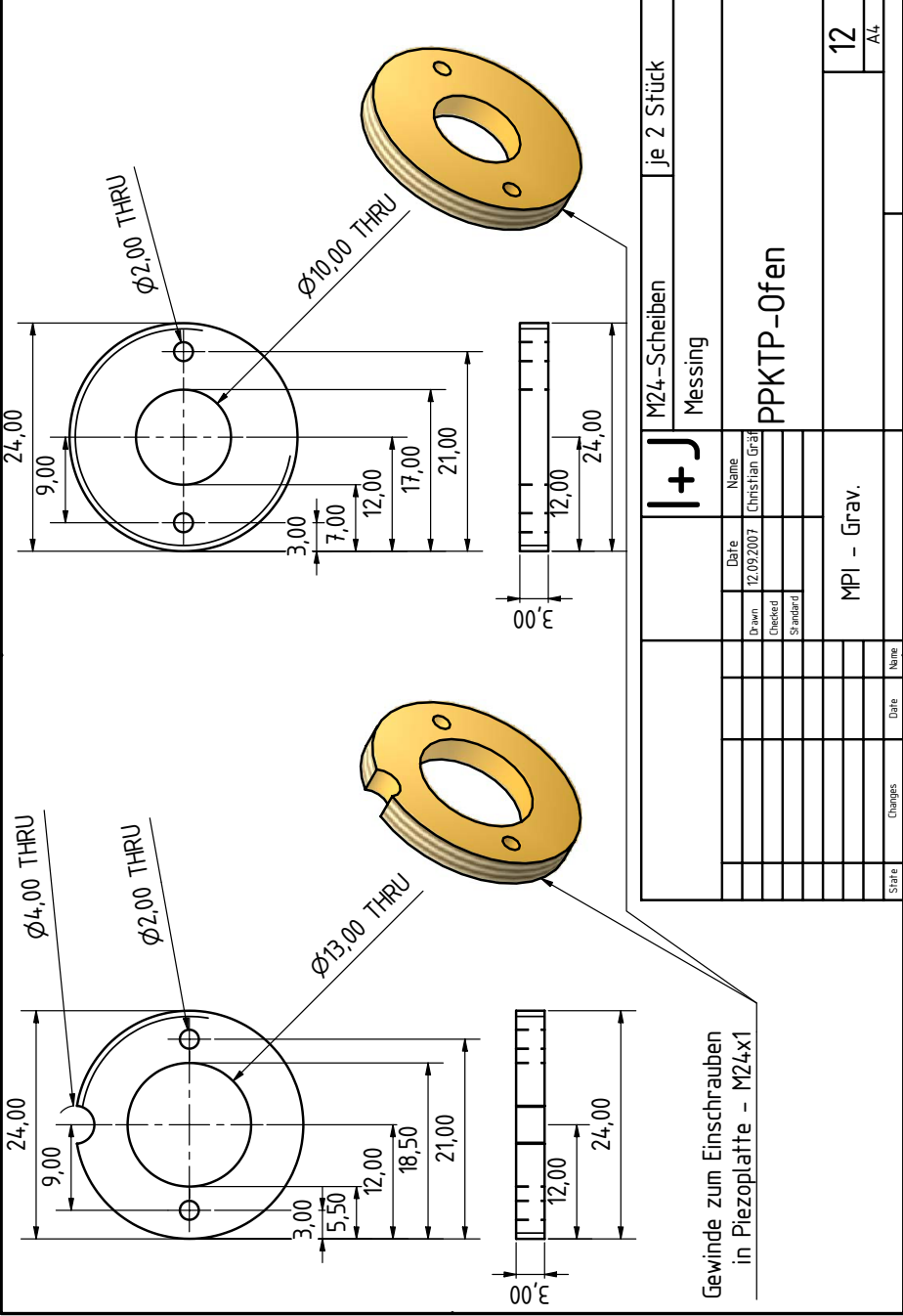


Abbildung B.12.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 12/14

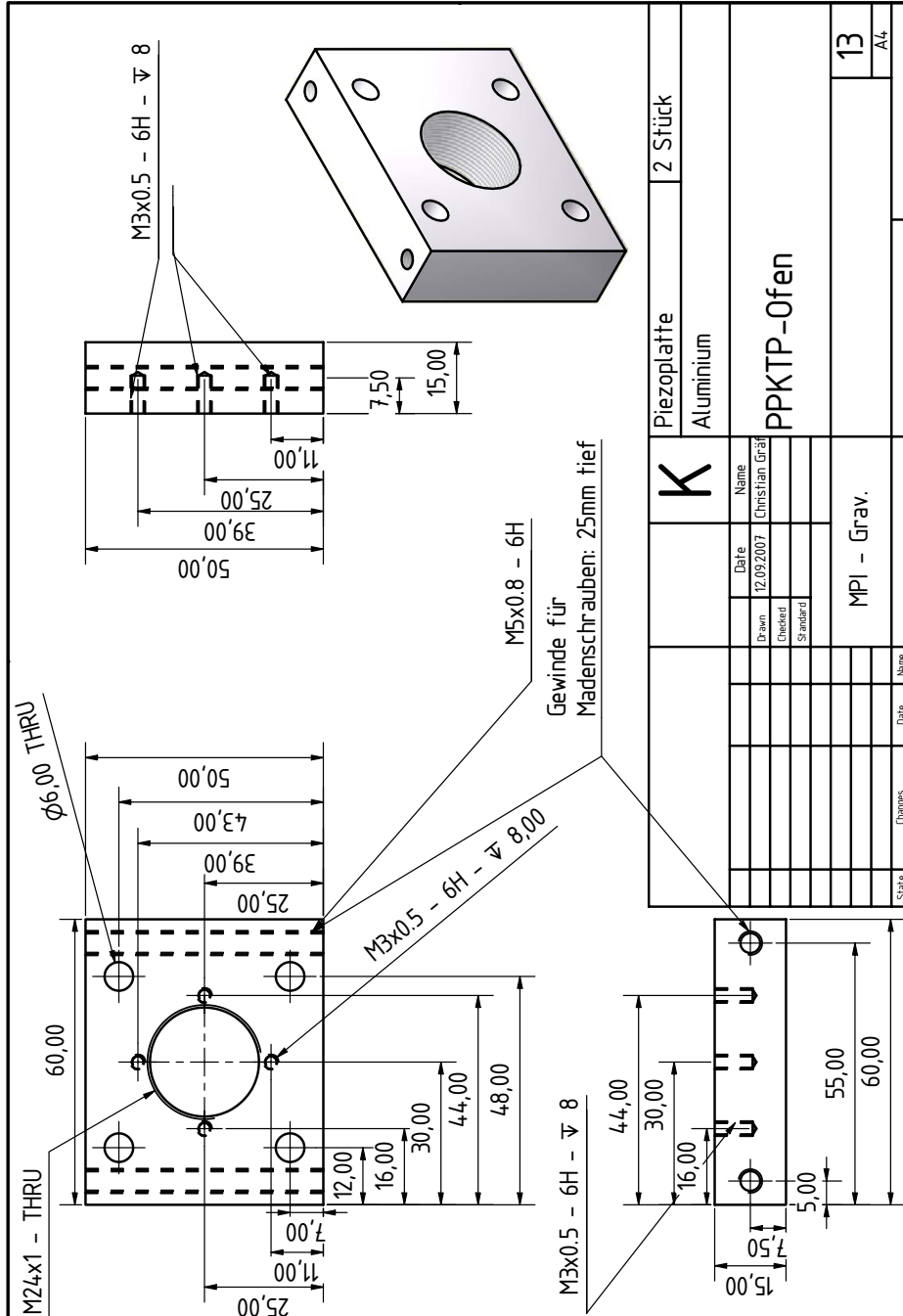


Abbildung B.13.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 13/14

Anzahl		verwendete Schrauben		WO
		Typ		
2		M4x0,7 - 50 mm		Deckel - Sockel
2		M3x0,5 - 25 mm - Nylon		Klemmschrauben horizontal
8		M3x0,5 - 22 mm - zus. große Unterlegscheiben		Piezoaufsatz - Gehäuse
2		M3x0,5 - 20 mm - Nylon		Klemmschrauben vertikal
8		M3x0,5 - 12 mm		Andruckplatte - Piezoplatte

		Date	Name		
		12.09.2007	Christian Gräß		
		Drawn			
		Checked			
		Standard			
				PPKTP-Ofen	
				MPI - Grav.	
				14	
				A4	

Abbildung B.14.: Konstruktionsplan PPKTP-Ofen 14/14





## Berechnung der Dunkelrauschkorrektur

Zur Berechnung der Dunkelrauschkorrektur ist folgendes von M. Mehmet zur Verfügung gestelltes MATLAB-Skript verwendet worden:

```
%IMPORT DER MESSDATEN
anti = importdata('ANTI1.txt',';',26)
vac  = importdata('VAC1.txt',';',26)

sqz1 = importdata('SQZ3.txt', ';',26)
sqz2 = importdata('BBOSQZ3.txt', ';',26)
sqz3 = importdata('BBOSQZ4.txt', ';',26)
sqz4 = importdata('BBOSQZ5.txt', ';',26)
sqz5 = importdata('BBSQZ11.txt', ';',26)
dark = importdata('DARK3.txt', ';',26)
freq = anti.data(:,1);
anti = anti.data(:,2);
vac  = vac.data(:,2);

sqz1 = sqz1.data(:,2);
sqz2 = sqz2.data(:,2);
sqz3 = sqz3.data(:,2);
sqz4 = sqz4.data(:,2);
sqz5 = sqz5.data(:,2);

sqz = [sqz1,sqz2,sqz3,sqz4];
sqz = [sqz1];
```

```
dark = dark.data(:,2);

antiLin = 10.^(anti/10);
vacLin = 10.^(vac/10) ;
sqzLin = 10.^(sqz./10) ;
darkLin = 10.^(dark/10) ;

for n=1:5
sqzLinAVG= (1/4)*(sqzLin(:,1)+sqzLin(:,2)+sqzLin(:,3)+sqzLin(:,4));

sqzLinDarkCorr = sqzLin - darkLin;
sqzLinDarkCorr = sqzLinAVG - darkLin;
sqzLinDarkCorr1 = sqzLin(:,1) - darkLin;
antiLinDarkCorr= antiLin - darkLin;
vacLinDarkCorr = vacLin - darkLin;

NormVac = 10*log10( vacLinDarkCorr./vacLinDarkCorr );
NormSqz = 10*log10( sqzLinDarkCorr ./ vacLinDarkCorr);
NormSqz1 = 10*log10( sqzLinDarkCorr1 ./ vacLinDarkCorr);
NormAnti= 10*log10( antiLinDarkCorr ./ vacLinDarkCorr);

plot(freq, NormVac, freq, NormSqz, freq, NormAnti)
grid on

BB0data=[freq, NormAnti, NormVac, vac, NormSqz];
dlmwrite('SpektrumPPKTP110108.dat',BB0data, ' ');

dataAnti=[freq, NormAnti]
dataSQZ=[freq, NormSqz]
dataShot=[freq, NormVac]
dlmwrite('Corr-PPKTP-Anti.dat',dataAnti, ' ');
dlmwrite('Corr-PPKTP-Sqz.dat',dataAnti, ' ');
dlmwrite('Corr-PPKTP-Shot.dat',dataAnti, ' ');
```

## Simulation des Twin-Signal Recycling Interferometers

Zur Simulation der Fehlersignalmatrix für das TSR-Interferometer sind die folgenden von A. Thüring bereitgestellten FINESSE-Skripte zum Einsatz gekommen:

### Simulation ohne Mischpolarisation

```
#####
#           .kat-file for simulating a tabletop experiment           #
#               investigating properties of                           #
#               DETUNED TWIN-SIGNAL-RECYCLING                         #
# A.Thüring 05.03.08                                                 #
#####

##### HIGHER ORDER MODES #####
maxtem 0
#phase 3
gauss inputbeam PRM nprm2 499.85666e-6 -314.90741e-3#-324.90741e-3

##### Parameter Declaration #####

#----- Power-Recycling-Mirror PRM -----
const RPRM 0.9 #Power Reflexion
const TPRM 0.1 #Power Transmission
const RCPRM -2 #Radius of Curvature
const dxPRM -4e-5 #misalignment of x
```

```
const dyPRM 4e-5 #misalignment of y

#----- Signal-Recycling-Mirror SRM -----
const RSRM 0.9 #Power Reflexion
const TSRM 0.1 #Power Transmission
const RCSR 2 #Radius of Curvature
const dxSRM -3e-5 #misalignment of x
const dySRM 5e-5 #misalignment of y

#----- Twin-Signal-Recycling-Mirror TSRM -----
const RTSRM 0.95 #Power Reflexion
const TTSRM 0.05 #Power Transmission
const RCTSRM 1.87 #Radius of Curvature
const dxTSRM 3e-5 #misalignment in x
const dyTSRM 1e-5 #misalignment in y

#----- Interferometer End-Mirrors -----
const REND1 0.999 #Power Reflexion
const TEND1 0.0008 #Power Transmission
const REND2 0.9992 #Power Reflexion
const TEND2 0.0008 #Power Transmission
const RCEND 1.5 #Radius of Curvature
const dxEND1 -8e-6 #misalignment in x
const dyEND1 8e-6 #misalignment in y
const dxEND2 0e-5 #misalignment in x
const dyEND2 0e-5 #misalignment in y

#----- cavity lengths -----
const LPRC 0.21 #Distance PRM to BS
const LSRC 0.21 #Distance SRM to BS
const LTSRC 1.21 #Length of TSRCavity

const IFOARM1 1.00 #Interferometer Arms
const IFOARM2 1.007 #7mm SchnuppAsymetry

#----- modulation frequencies -----
const fmod1 15M
const fmod2 123.13121M
const fmod3 234.3874M #not used

#----- Input Optics -----
l laser 1 0 n1
mod eom1 $fmod1 0.2 2 pm n1 n2
mod eom2 $fmod2 0.2 2 pm n2 n3
mod eom3 $fmod3 0.2 pm n3 n4
```

```

bs splitLO 0.00 1 0 0 n4 tohomobs toifo dump
s toPRM 1 toifo nprm1
#-----

#####
#                               The TSR-Interferometer                               #
#####

m PRM $RPRM $TPRM 0 nprm1 nprm2 #Power-Recycling-Mirror
attr PRM RC $RCPRM #Radius of Curvature
attr PRM xbeta $dxPRM #Misalignment in x
attr PRM ybeta $dyPRM #Misalignment in y
s PRC $LPRC nprm2 nbs1 #Distance to BS

#----- Interferometers Beamsplitter -----
bs MainBS 0.5 0.5 0 45 nbs1 narm1 narm2 toSRMa
#----- AR-Coating of the Beamsplitter -----#
bs BSAR-darkport 0.003 0.997 0 45 toSRMa pickoff toSRM pickoff2

s ARM1 $IFOARM1 narm1 narm1end #1st Interferometer Arm
s ARM2 $IFOARM2 narm2 narm2end #2nd Interferometer Arm
m END1 $REND1 $TEND1 0 narm1end narm1trans #1st Endmirror
m END2 $REND2 $TEND2 90.0 narm2end narm2trans #2nd Endmirror

attr END1 RC $RCEND #Radius of Curvature
attr END1 xbeta $dxEND1 #Misalignment in x
attr END1 ybeta $dyEND1 #Misalignment in y

attr END2 RC $RCEND #Radius of Curvature
attr END2 xbeta $dxEND2 #Misalignment in x
attr END2 ybeta $dyEND2 #Misalignment in y

s SRC $LSRC toSRM nsrm1 #Distance SRM to BS
m SRM $RSRM $TSRM 0 nsrm1 nsrm2 #Signal-Recycling-Mirror
attr SRM RC $RCSR #Radius of Curvature
attr SRM xbeta $dxSRM #Misalignment in x
attr SRM ybeta $dySRM #Misalignemnt in y

s TSRC $LTSRC nsrm2 ntsrm1 #TSR-Cavity length
m TSRM $RTSRM $TTSRM 0 ntsrm1 detectionport #TSR-Mirror 15
attr TSRM RC $RCTSRM #Radius of Curvature
attr TSRM xbeta $dxTSRM #Misalignment in x
attr TSRM ybeta $dyTSRM #Misalignment in y

```

```
#####  
#####
```

```
##### cavity tracing #####
```

```
trace 2
```

```
cav PRC1 PRM nprm2 END1 narm1end #PRC build with END1  
cav PRC2 PRM nprm2 END2 narm2end #PRC build with END2  
cav SRC1 SRM nsrm1 END1 narm1end #SRC build with END1  
cav SRC2 SRM nsrm1 END2 narm2end #SRC build with END2  
cav TSRC SRM nsrm2 TSRM ntsrm1 #TSR-Cavity
```

```
retrace off
```

```
#####  
# ErrorSignals #  
#####
```

```
pd1 PRC-LOCK $fmod1 0 nprm1 #15MHz in Reflektion für PRC  
pd1 SRC-LOCK $fmod2 0 nprm1 #123.5MHz in Reflektion für SRC  
scale 0.01 PRC-LOCK  
scale 0.01 SRC-LOCK  
pd1 TSR-LOCK $fmod2 0 narm1trans #~123.5MHz in Transmission von  
#MI-Endspiegel lockt TSRC
```

```
##### DC Photodioden #####  
/*  
pd IF0reflection nprm1 #Refexion from PRM  
pd DCarm1 narm1end #Internal Power ARM1  
pd DCarm2 narm2end #Internal Power ARM2  
pd DCdetection detectionport #Power in Detectionport  
*/
```

```
#####  
# Phase modulation signals #  
#####  
#fsig pm1 END1 1M 0 1 #Modulating END1  
#fsig pm2 END2 1M 180 1 #Modulating END2 +180deg  
#Modulating from 0.1kHz to ~30MHz and  
#detecting fields "UpperSB" & "LowerSB"  
#with amplitude detectors shows the
```

---

```

#symetric Resonance doublet of TSR-Topo
#pd2 DCdetection $fmod2 0 1M detectionport #SBs in Detectionport
#####

##### amplitude detectors #####
#ad UpperSB 1M detectionport #Transfer of UpperSB
#ad LowerSB -1M detectionport #transfer of LowerSB

##### HOMODYN-Detection #####
/*
bs HOMO_BS 0.5 0.5 0 0 tohomobs toHPD1 toHPD2 detectionport

pd1 HPD1 1M toHPD1
pd1 HPD2 1M toHPD2
ad AHPD1 1M toHPD1
ad AHPD2 1M toHPD2
*/

##### functions #####
func negative = $x1 * (-1) +90 #Needed for scanning the
noplots negative #darkport
func common = $x1 +90
noplots common
#####

#####
# commands #
#####

#-----
#l aux_laser 1 0 narm2trans #2nd Laser injected at endmirror
#to simulate PM-Signals and the
#corresponding transferfunction.
#detectable with pd DCdetection.
#xaxis aux_laser f lin -10M 10M 1000 #sweep Laser frequency
#-----

#-----
#xaxis pm1 f lin 1M 15M 1000 #Sweeping frequency for fsigs
#put UpperSB f $x1 #Detecting fields at +f
#put LowerSB f $negative #Detecting fields at -f
#x2axis SRM phi lin -90 90 300
#put HPD1 f $x1

```

```
#put HPD2 f $x1
#put AHPD1 f $x1
#put AHPD2 f $x1
#-----

#-----
xaxis END1 phi lin -90 90 1000 #sweeps tuning of END1
#put END2 phi $common #sweeps tuning of END2
#put PRM phi $x1 #in common mode with END1
#-> PRC is scanned

put END2 phi $negative #sweeps tuning of END2 in
#in differential mode with END1
#-> Darkport is scanned

#xaxis SRM phi lin -90 90 400 #sweeps tuning of SRM
#put TSRM phi $x1 #sweeps tuning of TSRM in
#in common mode with SRM
#-> SRC is scanned

#xaxis TSRM phi lin -90 90 400 #sweeps tuning of TSRM
#-> TSRC is scanned
#x2axis TSRM phi lin -180 180 400
#x2axis eom2 f lin 123.5M 123.6M 100
#put SRC-LOCK f $x2
#-----

#-----
#diff END1 phi #gives slopes of Errorsignals
#diff SRM phi #in dependence of scanned DOF
#diff TSRM phi #-> entries of Control-Matrix
#-----

yaxis abs

GNUPLOT
#set log y
#set yrange [-1e-4:1e-4]
END
```



---

## Simulation zur Einbeziehung der Mischpolarisation

```
#####  
# .kat-file for simulating an tabletop experiment #  
# investigating propoerties of #  
# DETUNED TWIN-SIGNAL-RECYCLING #  
# A.Thüring 11.06.08 #  
#####  
  
##### HIGHER ORDER MODES #####  
#maxtem 3  
#gauss inputbeam PRM nprm2 499.85666e-6 -324.90741e-3  
  
##### Parameter Declaration #####  
  
#----- Power-Recycling-Mirror PRM -----  
const RPRM 0.9 #Power Reflexion  
const TPRM 0.1 #Power Transmission  
const RCPRM -2 #Radius of Curvature  
const dxPRM 0e-5 #misalignment of x  
const dyPRM 0e-5 #misalignment of y  
  
#----- Interferometer End-Mirrors -----  
const REND1 0.9992 #Power Reflexion  
const TEND1 0.0008 #Power Transmission  
const REND2 0.9992 #Power Reflexion  
const TEND2 0.0008 #Power Transmission  
const RCEND 1.5 #Radius of Curvature  
const dxEND1 0e-5 #misalignment in x  
const dyEND1 0e-5 #misalignment in y  
const dxEND2 0e-5 #misalignment in x  
const dyEND2 0e-5 #misalignment in y  
  
#----- cavity lenghts -----  
const LPRC 0.21 #Distance PRM to BS  
const IFOARM1 1.00 #Interferometer Arms  
const IFOARM2 1.007 #7mm SchnuppAsymetry  
  
#----- modulation frequencies -----  
const fmod1 15M  
const fmod2 123.13121M  
const fmod3 234.3874M #not used  
  
#----- Input Optics -----
```

```

l laser 1 0 n1
mod eom1 $fmod1 0.2 2 pm n1 n2
mod eom2 $fmod2 0.2 2 pm n2 n3
mod eom3 $fmod3 0.2 pm n3 n4
s toPRM 1 n4 nprm1
#-----

#####
#                               The TSR-Interferometer                               #
#####

m PRM $RPRM $TPRM 0 nprm1 nprm2          #Power-Recycling-Mirror
attr PRM RC $RCPRM #Radius of Curvature
attr PRM xbeta $dxPRM #Misalignment in x
attr PRM ybeta $dyPRM #Misalignment in y
s PRC $LPRC nprm2 nbs1 #Distance to BS

#----- Interferometers Beamsplitter -----
bs MainBS 0.5 0.5 0 45 nbs1 narm1 narm2 toDarka
#----- AR-Coating of the Beamsplitter -----#
bs BSAR-darkport 0.005 0.995 0 45 toDarka pickoff toDark pickoff2

s ARM1 $IFOARM1 narm1 narm1end #1st Interferometer Arm
s ARM2 $IFOARM2 narm2 narm2end #2nd Interferometer Arm
m END1 $REND1 $TEND1 0 narm1end narm1trans #1st Endmirror
m END2 $REND2 $TEND2 90.0 narm2end narm2trans #2nd Endmirror

attr END1 RC $RCEND #Radius of Curvature
attr END1 xbeta $dxEND1 #Misalignment in x
attr END1 ybeta $dyEND1 #Misalignment in y

attr END2 RC $RCEND #Radius of Curvature
attr END2 xbeta $dxEND2 #Misalignment in x
attr END2 ybeta $dyEND2 #Misalignment in y

##### cavity tracing #####

trace 2
cav PRC1 PRM nprm2 END1 narm1end #PRC build with END1
cav PRC2 PRM nprm2 END2 narm2end #PRC build with END2

##### DC Photodioden #####

#pd IFOreflection nprm1 #Reflexion from PRM
#pd DCarm1 narm1end #Internal Power ARM1

```

---

```

#pd DCarm2 narm2end #Internal Power ARM2
#pd DCdetection toDark          #Power in Detectionport

#####
#                               ErrorSignals                               #
#####

pd1 michelsonpol $fmod2 90 toDark #fmod2 in transmission of PBS
#locks MI

##### functions #####
func negative = $x1 * (-1) + 90 #Needed for scanning the
noplots negative #darkport
func common = $x1 +90
noplots common
#####

##### commands #####
#                               commands                               #
#####

#-----
xaxis END1 phi lin -90 90 300 #sweeps tuning of END1
put END2 phi $common #sweeps tuning of END2
#in common mode with END1
#-> PRC is scanned

#put END2 phi $negative #sweeps tuning of END2 in
#in differential mode with END1
#-> Darkport is scanned

yaxis abs

GNUPLOT
#set yrange [-1e-4:1e-4]
END

```



## Skript zur Berechnung des PPKTP-Temperaturservos

Zur Berechnung der elektronischen Schaltung, die dem Temperaturregelkreis für die PPKTP-Quetschlichtquelle zugrundelag, ist das folgende LISO-Skript verwendet worden:

```
#####  
# tempcontrollerV8.fil--PPKTP-Temperaturcontroller #  
# Letzte Aenderung 09.11.2007 #  
#####  
  
### -- Erster Abschnitt  
# Inputnode: nin  
c c40 10u nin nnC40  
c c48 10u nin nnC40  
c c49 10u nin nnC40  
r r32 4.7M nin nnR26  
r r26 1k nnC40 nnR26  
c c41 2.20p nnR26 nnR28  
r r28 4.7M nnR26 nnR28  
op N8 op177 gnd nnR26 nnR28 ##op177=opa177?  
# Outputnode: nnR28  
  
### -- Zweiter Abschnitt  
# Inputnode: nnR28  
c c29 10u nnR28 nnC29  
r r18 1k nnC29 nnR18  
r r30 59k nnR28 nnR18
```

```
c c30 2.20p nnR18 nnC30
r r19 59k nnR18 nnC30
op N13 op177 gnd nnR18 nnC30
# Outputnode: nnC30
```

```
### -- Dritter Abschnitt
# Inputnode: nnC30
r r21 100k nnC30 nnR21
c c31 2.20p nnR21 nnC31
r r22 100k nnR21 nnC31
c c11 10u nnC31 nnC11
op N8 op177 gnd nnR21 nnC11
# Outputnode: nnC11
```

```
## -- Vierter Abschnitt
# Inputnode: nnC11
r r11 2k nnC11 nnR11
#r r15 1k nnC11 nnR15
r r14 2k nnR11 nnR14
op N10 op177 gnd nnR11 nnR14 ## gnd <--> nnR15
r r25 1k nnR17 nnR25
r r17 1k nnR14 nnR17
# r r16 1k nnR17 nnR16 ##<-- Mod In@nnR16
op N7 op177 gnd nnR17 nnR25
# Outputnode: nnR25
```

```
## -- Fuenfter Abschnitt
# Inputnode: nnR25
r r27 15.4k nnR25 nnR27
c c45 1u nnR27 nnC45
r r24 15.4k nnR27 nnR24
c c28 1u nnR27 gnd
op N5 op177 nnR24 nnC45 nnC45
# Outputnode: nnC45
```

```
uinput nin 1
```

```
freq log 1e-3 10M 500
uoutput nnC45:db:deg
```

## Optik mit Gaußstrahlen und nichtlineare Prozesse

### Gaußstrahlen

Die sogenannten *Gaußstrahlen* liefern in guter Näherung eine Beschreibung konventioneller Laserstrahlen. Beim Gaußstrahl handelt es sich um die *Hermite-Gauß-Mode* niedrigster Ordnung, weswegen die Bezeichnung „Gaußsche *Grundmode*“ gängig ist.

Die Eigenschaften eines solchen Gaußstrahls sind recht einfacher Natur: Der Strahl hat einen kreisförmigen Querschnitt und das radiale Intensitätsprofil eines Strahls der Gesamtleistung  $P$  ist gegeben durch

$$I(r) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2\frac{r^2}{w^2}}, \quad (\text{F.1})$$

mit dem Strahlradius  $w$ , und folgt demnach einer *Gaußverteilung*. Ein solcher Strahl wird vollständig bestimmt durch drei Parameter: seine Wellenlänge  $\lambda$ , den Radius der Strahltaile  $w_0$  (kleinster Strahldurchmesser) und die Position  $z_0$  der Strahltaile entlang der Ausbreitungsrichtung.

Zur Charakterisierung eines Gaußstrahls können aus  $w_0$  und  $z_0$  weitere Größen abgeleitet werden. Der Strahl kann in zwei Bereiche unterteilt werden: Das Nahfeld in der Nähe der Strahltaile, dessen Länge näherungsweise durch die *Rayleighlänge*  $z_R$  gegeben ist, und das Fernfeld. Die Rayleighlänge kann bei bekanntem Strahltaillenradius aus der Gleichung

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (\text{F.2})$$

ermittelt werden. Bei bekannter Rayleighlänge und Position der Strahltaile kann der Ausdruck

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{z_R}\right)^2} \quad (\text{F.3})$$

zur Ermittlung des Strahldurchmessers bei Propagation entlang der optischen Achse herangezogen werden. Für das Fernfeld ( $z \gg z_R$ ) vereinfacht sich diese Beziehung zu

$$w(z) \approx w_0 \frac{z}{z_R}. \quad (\text{F.4})$$

Der Krümmungsradius der Phasenfronten eines Gaußstrahls läßt sich mit der Gleichung

$$R_c = z - z_0 + \frac{z_R^2}{z - z_0} \quad (\text{F.5})$$

berechnen.

### ABCD-Matrizen

Die Wirkung einer dünnen Linse der Brennweite  $f$  auf die Wellenfrontkrümmung einer einfallenden Lichtwelle mit  $R_c^1$  ist durch die Gleichung

$$\frac{1}{R_c^2} = \frac{1}{R_c^1} - \frac{1}{f} \quad (\text{F.6})$$

gegeben. Der Laserstrahldurchmesser bleibt beim Durchgang durch die Linse unverändert. Deswegen gilt bei einer Messung unmittelbar vor oder unmittelbar hinter der Linse für die Strahlparameter

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f}. \quad (\text{F.7})$$

Bei einer Messung im Abstand  $d_1$  vor oder  $d_2$  hinter der Linse folgt mit  $q_2 = q_1 + z$ :

$$q_2 = \frac{(1 - d_2/f)q_1 + (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}{-(q_1/f) + (1 - d_1/f)}. \quad (\text{F.8})$$

Diese Beziehung kann mithilfe der *ABCD-Matrizen* ausgedrückt werden, denn es gilt

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}, \quad (\text{F.9})$$

was sich für eine dünne Linse als Matrix schreiben läßt:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{F.10})$$

Matrizen dieser Art lassen sich für verschiedene optische Komponenten angeben. Mit ihrer Hilfe lassen sich optische Abbildungen komfortabel auf der Grundlage elementarer Matrixalgebra berechnen.

### Polarisation höherer Ordnung

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Erzeugung gequetschten Lichts sowie die Erzeugung höherer harmonischer eines kohärenten Lichtfeldes sind dem physikalischen Regime der nichtlinearen Optik zuzuordnen.



---

Für niedrige in einen dielektrischen Kristall eingestrahlte Lichtintensitäten läßt sich die Polarisationsdichte,

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (\text{F.11})$$

in guter Näherung als lineare Antwort die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  als Ursache formulieren, die durch die elektrische Suszeptibilität  $\chi$  verknüpft sind. Der exakte Ausdruck, der dieser Näherung zugrunde liegt, läßt sich als Potenzreihe im elektrischen Feld schreiben, die Suszeptibilität  $\chi$  bekommt dann Tensorcharakter. Am deutlichsten wird dieser Zusammenhang in Komponentenschreibweise, die einsteinsche Summationskonvention vorausgesetzt:

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E^j + \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} E^j E^k + \varepsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} E^i E^j E^k + \dots \quad (\text{F.12})$$

Eine einfache Abschätzung liefert für die Komponenten von  $\chi^{(2)}$  eine Größenordnung von  $10^{-10} \frac{\text{V}}{\text{m}}$  bis  $10^{-13} \frac{\text{V}}{\text{m}}$  für Halbleiter und dielektrische Medien. Dies läßt auf die Intensitäten von Lichtfeldern schließen, bei denen nichtlineare Effekte auftreten. Ein optisches Feld mit einer Energieflußdichte von  $10^8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  entspricht nach

$$|\vec{E}_0| = \sqrt{\frac{2Z_0 I}{n}} \quad (\text{F.13})$$

mit der Vakuum-Impedanz  $Z_0$ , Brechungsindex  $n$  und Intensität  $I$  einer Feldstärke von etwa  $10^{13} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ , was sich z.B. mit einem 10 Watt-Laser realisieren läßt, bei einer Fokussierung auf  $1 \mu\text{m}$ .



---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] VAHLBRUCH, H. ; MEHMET, M. ; CHELKOWSKI, S. ; HAGE, B. ; FRANZEN, A. ; LASTZKA, N. ; GOSSLER, S. ; DANZMANN, K. ; SCHNABEL, R.: Observation of Squeezed Light with 10-dB Quantum-Noise Reduction. In: *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), S. 033602
- [2] VAHLBRUCH, H. ; CHELKOWSKI, S. ; HAGE, B. ; FRANZEN, A. ; DANZMANN, K. ; SCHNABEL, R.: Coherent Control of Vacuum Squeezing in the Gravitational-Wave Detection Band. In: *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), S. 011101
- [3] EINSTEIN, A.: Approximative integration of the field equations of gravitation. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, 1916, S. 688. – Sitzungsber.
- [4] SCHUTZ, B. F.: *A First Course in General Relativity*. Fifth Reprint. Cambridge University Press, 1985
- [5] SAULSON, P. R.: *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. World Scientific, 1994
- [6] GROTE, H. u. a.: The Status of GEO 600. In: *Class. Quantum Grav.* 25 (2008), S. 114043. – (for the LIGO Scientific Collaboration)
- [7] SIGG, D.: Status of the LIGO detectors. In: *Class. Quantum Grav.* 25 (2008), S. 114041. – (for the LIGO Scientific Collaboration)
- [8] TAKAHASHI, R.: Operational Status of TAMA300 with the seismic attenuation System (SAS). In: *Class. Quantum Grav.* 25 (2008), S. 114036. – (for the TAMA collaboration)
- [9] ACERNESE, F. u. a.: Status of Virgo detector. In: *Class. Quantum Grav.* 24 (2007), S. 381–388
- [10] CHELKOWSKI, S.: *Squeezed Light and Laser Interferometric Gravitational Wave Detectors*, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Albert-Einstein-Institut / Max Planck Institut für Gravitationsphysik, Diss., 2007

- [11] CAVES, C. M.: Quantum-Mechanical Radiation-Pressure Fluctuations in an Interferometer. In: *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980), S. 75
- [12] CAVES, C. M.: Quantum-mechanical noise in an interferometer. In: *Phys. Rev. D* 23 (1981), S. 1693
- [13] BRAGINSKY, V. B. ; KHALILI, F. Y.: Quantum nondemolition measurements: the route from toys to tools. In: *Rev. Mod. Phys.* 68 (1996), S. 1
- [14] CORBITT, T. ; MAVALVALA, N.: Quantum noise in gravitational-wave interferometers. In: *J. Opt. B.: Quantum Semiclass. Opt.* 6 (2004), S. 657–S683
- [15] FREISE, A.: *The Next Generation of Interferometry: Multi-Frequency Optical Modelling, Control Concepts and Implementation*, Fachbereich Physik der Universität Hannover, Diss., 2003
- [16] MIZUNO, J.: *Comparison of optical configurations for laser-interferometric gravitational-wave detectors*, Fachbereich Physik, Universität Hannover, Diss., 1995
- [17] KIMBLE, H. J. ; LEVIN, Y. ; MATSKO, A. B. ; THORNE, K. S. ; VYATCHANIN, S. P.: Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics. In: *Phys. Rev. D* 65 (2002), S. 022002
- [18] HARMS, J. ; CHEN, Y.i ; CHELKOWSKI, S. ; FRANZEN, A. ; VAHLBRUCH, H. ; DANZMANN, K. ; SCHNABEL, R.: Squeezed-input, optical-spring, signal-recycled gravitational-wave detectors. In: *Phys. Rev. D* 68 (2003), S. 042001
- [19] WILLKE, B. u.a.: The GEO-HF project. In: *Class. Quantum Grav.* 23 (2006), S. S207–214
- [20] GLAUBER, R. J.: Coherent and Incoherent States of the Radiation Field. In: *Phys. Rev.* 131 (1963), S. 2766–2788
- [21] GERRY, C. C. ; KNIGHT, P. L.: *Introductory Quantum Optics*. First Reprint. Cambridge University Press, 2006
- [22] BACHOR, H.-A. ; RALPH, T. C.: *A Guide to Experiments in Quantum Optics*. Second, Revised and Enlarged Edition. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004
- [23] REIDER, G. A.: *Photonik, Eine Einführung in die Grundlagen*. 2. Auflage. Springer-WienNewYork, 2005. – ISBN 3–211–21901–3
- [24] KOGELNIK, H. ; LI, T.: Laser Beams and Resonators. In: *Appl. Opt.* 5 (1966), S. 1550–1567
- [25] LASTZKA, N. ; THÜRING, A.: *JamMT - Just another Modematching Tool*. – Institutsinterne Software
- [26] YUEN, H. P. ; CHAN, V. W.: Noise in Homodyne and Heterodyne Detection. In: *Opt. Lett.* 8 (1983), März, Nr. 3, S. 177–179

- 
- [27] ABRAMOVICI, A. ; CHAPSKY, J.: *Feedback Control Systems: A Fast-Track Guide for Scientists and Engineers*. Springer Verlag, 2001
- [28] HEINZEL, Gerhard: *LISO - Program for Linear Simulation and Optimization of analog electronic circuits*. – <ftp://ftp.rzg.mpg.de/pub/grav/ghh/liso/>
- [29] DREVER, R. W. P. ; HALL, J. L. ; KOWALSKI, F. V. ; HOUGH, J. ; FORD, G. M.: Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator. In: *Appl. Phys. B* 31 (1983), S. 97
- [30] FREISE, A.: *FINESSE - Frequency Domain Interferometer Simulation Software*. University of Birmingham - School of Physics and Astronomy, 2008. <http://www.rzg.mpg.de/~adf/>
- [31] BLACK, E. D.: An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. In: *Am. J. Phys.* 69 (2001), S. 79
- [32] INNO LIGHT GMBH (Hrsg.): *Datenblatt Mephisto Produktlinie*. InnoLight GmbH, <http://www.innolight.de/pdfs/mephisto2007.pdf>
- [33] MESCHÉDE, D.: *Optik, Licht und Laser*. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage. Teubner Verlag, 2005
- [34] WALLS, D. F. ; MILBURN, G. J.: *Quantum Optics*. Second Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [35] GARDINER, C. W. ; COLLETT, M. J.: Input and output in damped quantum systems: Quantum stochastic differential equations and the master equation. In: *Phys. Rev. A* 31 (1985), S. 3761–3774
- [36] BUCHLER, Benjamin C.: *Electro-optic Control of Quantum Measurements*, The Australian National University, Diss., 2001
- [37] KOECHNER, W.: *Solid-State Laser Engineering*. Fifth revised and updated Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999
- [38] RAICOL CRYSTALS LTD. (Hrsg.): *Raicol Crystals Ltd.* Raicol Crystals Ltd., <http://www.raicol.com>
- [39] ARMSTRONG, J. A. ; BLOEMBERGEN, N. ; DUCUING, J. ; PERSHAN, P. S.: Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric. In: *Phys. Rev.* 127 (1962), S. 1918–1939
- [40] GODA, K.: *Optimum Choice of Nonlinear Crystals toward Higher Levels of Squeezing at 1064 nm*. – LIGO Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA – unveröffentlicht
- [41] GODA, K.: *Development of Techniques for Quantum-Enhanced Gravitational Wave Detectors*, Massachusetts Institute Of Technology, Diss., 2007

- [42] AOKI, T. ; TAKAHASHI, G. ; A., Furusawa: Squeezing at 946nm with periodically poled KTiOPO4. In: *Opt. Express* 14 (2006), S. 6930–6935
- [43] LAM, P. K.: *Applications of Quantum Electro-Optic Control and Squeezed Light*, Australian National University, Diss., 1998
- [44] LASTZKA, Nico: *N.L.C.S. - Nonlinear Cavity Simulator*. – Institutsinterne Software
- [45] VAHLBRUCH, H. ; CHELKOWSKI, S. ; HAGE, B. ; FRANZEN, A. ; DANZMANN, K. ; SCHNABEL, R.: Demonstration of a Squeezed-Light-Enhanced Power- and Signal-Recycled Michelson Interferometer. In: *Phys. Rev. Lett.* 95 (2005), S. 211102
- [46] THÜRING, A. ; SCHNABEL, R. ; LÜCK, H. ; DANZMANN, K.: Detuned Twin-Signal Recycling for ultrahigh-precision interferometers. In: *Opt. Lett.* 32 (2007), S. 985–987
- [47] GROTE, H. ; FREISE, A. ; MALEC, M. ; HEINZEL, G. ; WILLKE, B.: Dual recycling for GEO 600. In: *Class. Quantum Grav.* 21 (2004), S. 1547–1553
- [48] THÜRING, A. ; LÜCK, H. ; DANZMANN, K.: Analysis of a four-mirror-cavity enhanced Michelson interferometer. In: *Phys. Rev. E* 72 (2005), S. 066615
- [49] BUONANNO, A. ; CHEN, Y.: Signal recycled laser-interferometer gravitational-wave detectors as optical springs. In: *Phys. Rev. D* 65 (2002), S. 042001
- [50] CHELKOWSKI, S.: *Michelson Interferometer Dokumentation*. Juli 2004. – unveröffentlicht
- [51] THÜRING, A.: *TSR-Dokumentation*. – unveröffentlicht
- [52] CHELKOWSKI, S. ; VAHLBRUCH, H. ; HAGE, B. ; FRANZEN, A. ; LASTZKA, N. ; DANZMANN, K. ; SCHNABEL, R.: Experimental characterization of frequency-dependent squeezed light. In: *Phys. Rev. A* 71 (2005), S. 013806

---

## Danksagung

---

Den Menschen, die am Zustandekommen dieser Arbeit beteiligt waren, möchte ich an dieser Stelle meinen Dank aussprechen:

Prof. Dr. Karsten Danzmann danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit. Das vergangene Jahr am Institut für Gravitationsphysik verbringen zu dürfen betrachte ich als eine außergewöhnliche Erfahrung.

Für die hochinteressante Aufgabenstellung und die engagierte Betreuung während der Bearbeitungszeit bedanke ich mich bei Prof. Dr. Roman Schnabel.

Bei Dipl. Phys. Henning Vahlbruch und Dipl. Phys. André Thüring möchte ich mich dafür bedanken, daß sie mir bei experimentellen Problemen jederzeit mit Rat und Tat zur Seite standen und sich für jede meiner Fragen immer einen Augenblick Zeit genommen haben. Dank ihrer lehrreichen Betreuung und humorvollen Art haben die kleinen und großen Schwierigkeiten im Laboralltag meist schnell an Schrecken verloren.

Für die Umsetzung meiner Ideen und technischen Zeichnungen in die Realität möchte ich mich bei der Feinmechanikwerkstatt, insbesondere bei Stefan Bertram bedanken. Bei Problemen mit der Elektronik hatten Andreas Weidner und Heiko zur Mühlen immer ein offenes Ohr und eine Lösung parat.

Der gesamten Arbeitsgruppe und auch den restlichen Institutsangehörigen gilt mein Dank für die angenehme Atmosphäre und das freundschaftliche Miteinander. Das vergangene Jahr hat mir sehr viel Spaß und Freude bereitet.

All denen, die mir beim Aufspüren der Fehler im Manuskript behilflich waren, nämlich Aiko, André, Birthe, Christoph, Daniel, Hank, Henning, Roman und Sascha sei an dieser Stelle gedankt.

Simon Barke möchte ich für seine Hilfe beim Entwurf der Titelseite danken.

Meiner Familie danke ich für ihre Unterstützung weit über das Notwendige hinaus und die Ermöglichung eines sorgenfreien Studiums.

Meiner Freundin Birthe danke ich für ihre Unterstützung und Nachsicht.

Danke.





---

## Selbständigkeitserklärung

---

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit allein und selbständig und lediglich unter Zuhilfenahme der genannten Hilfsmittel und Quellen angefertigt zu haben.

---

Christian Gräf  
Hannover, den 9. September 2008