

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit

im Studiengang Physik

eingereicht von

Franziska Ruth Brunner

aus Berlin

Juli 2010

Entwurf und Aufbau einer kryogenen, linearen Paulfalle für hochgeladene Ionen

Diese Diplomarbeit wurde angefertigt von Franziska Ruth Brunner
am
Max-Planck-Institut für Kernphysik Heidelberg
unter der Betreuung von
Herrn PD Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia
sowie
Herrn Prof. Dr. J. Ullrich

Abstract

Entwurf und Aufbau einer kryogenen, linearen Paulfalle für hochgeladene Ionen

In der vorliegenden Arbeit wurde eine lineare Paulfalle für hochgeladene Ionen konzipiert und aufgebaut. Die Herausforderung eine kryogene Umgebung für ein extrem gutes Vakuum zu schaffen, welches für eine lange Lebensdauer der hochgeladenen Ionen wesentlich ist, wurde dabei bewältigt. Zuerst erfolgte eine eingehende Untersuchung bezüglich der Parameter, die das elektrische Potential zum Einfang der Ionen charakterisieren. Die Stabilitätsbedingungen der Ionentrajektorien in der hier vorgestellten Anordnung wurden simuliert und ein Programm für weitergehende Simulationen geschrieben. Ferner wurden erste Testmessungen durchgeführt, welche belegen, dass ausgezeichnete Druck- und Temperaturverhältnisse im Fallenbereich erreicht wurden. Ein weiterer Schritt demonstrierte, dass die Konstruktion den Wärmeeintrag durch die angelegte Radiofrequenz und die Wärmestrahlung minimiert.

Design and construction of a cryogenic linear Paul trap for highly charged ions

In this thesis a linear Paul trap was designed and assembled. The challenge to create a cryogenic environment for obtaining an extremely low background pressure which is essential for reaching a long life time of highly charged ions, was accomplished. A detailed investigation of the parameters characterizing the trapping potential was carried out. The requirements for stable trajectories in the here constructed set-up were simulated, and a program for further detailed simulations was written. Moreover first measurements of temperature and pressure were performed which showed that excellent pressure and temperature conditions were reached in the trap region. In a next step it was demonstrated that the design provides very good shielding of thermal radiation and radiofrequency heating.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	5
2.1	Das Massenfilter	5
2.1.1	Potential des elektrischen Quadrupolmassenfilters	6
2.1.2	Die Mathieu-Gleichungen als Lösungsansatz für die Ionenbewegung	8
2.1.3	Lösung der Bewegungsgleichungen	9
2.1.4	Stabilität der Teilchenbahnen	11
2.2	Die lineare Paulfalle	13
2.2.1	Elektrostatisches Potential einer linearen Paulfalle	14
2.2.2	Teilchenbewegung und die Mathieu-Gleichungen	15
2.2.3	Lösung der Bewegungsgleichungen	15
2.2.4	Stabilität der Teilchenbahnen	16
3	Simulationen	17
3.1	Lösung der Mathieu-Gleichung mit Hilfe von Mathematica	18
3.2	Illustration der Lösungen mittels MATLAB	20
3.3	Simulation der Ionenbahnen mit SIMION	24
3.3.1	Vergleich der durch SIMION simulierten Ionentrajektorien im Massenfilter und in der Paulfalle	28
3.3.2	Vergleich der von SIMION und MATLAB erhaltenen Trajektorien eines Ions in der Paulfalle	29
3.3.3	Vergleich der von SIMION simulierten Trajektorien eines Ions in der Paulfalle bei unterschiedlichen Anfangsenergien	30
4	Experimenteller Aufbau	33
4.1	Anforderungen und Konzept	33
4.2	Kryogener Aufbau der Kältestufen	35
4.2.1	Die 300 K-Stufe	35
4.2.2	Die 40 K-Stufe	37
4.2.3	Die 4 K-Stufe	39
4.3	Die Paulfalle	40

4.4	Elektronik	44
5	Testmessungen	47
5.1	Temperaturverhalten bei Abkühlen und Aufwärmen	47
5.1.1	Berechnung von verschiedenen Wärmebeiträgen aus dem Aufwärmverhalten	50
5.1.2	Temperaturverläufe während des Abkühlvorgangs	53
5.1.3	Wärmeeintrag der Radiofrequenz	54
5.2	Abschätzung des Drucks innerhalb des 4 K-Schildes	56
5.2.1	Abschätzung der Teilchendichte mittels des Leitwerts einer Blende	58
5.2.2	Abschätzung der Teilchendichte mittels des Leitwerts eines Rohres	59
5.2.3	Lebensdauerabschätzung eines hochgeladenen Ions in der Paulfalle	61
5.3	Übersicht der Ergebnisse	62
6	Zusammenfassung und Ausblick	65
A	Simulationen	67
A.1	MATLAB	67
A.2	SIMION	72
B	Elektronische Schaltpläne	77
B.1	DC-Spannungsversorgung	77
B.2	RF-DC-Koppler	87

Kapitel 1

Einleitung

*„Achtung! Jetzt gibt es nur zwei Möglichkeiten:
Entweder es funktioniert oder es funktioniert nicht.“*

Lukas in „Jim Knopf und Lukas, der Lokomotivführer“

Präzision ist das A und O der quantitativen, exakten Wissenschaften. Ohne sie gäbe es keine genauen Ergebnisse, die zuverlässig miteinander vergleichbar wären. Es ist also notwendig, die Präzision einer Messtechnik so weit wie möglich zu verbessern, um sehr genaue Ergebnisse zu erzielen. So ist es auch kaum verwunderlich, dass 1989 der Nobelpreis in Physik genau für dieses Thema verliehen wurde. Für ihre Beiträge zur Entwicklung der Präzisionsatomspektroskopie wurden in jenem Jahr Norman F. Ramsey, Hans Dehmelt und Wolfgang Paul von der schwedischen Akademie der Wissenschaften ausgezeichnet. Letztere lieferten einen bedeutenden Impuls für die Erfindung und den Bau von Ionenfallen. Bereits Mitte der 50-er Jahre schlugen Paul und seine Kollegen eine experimentelle Anordnung vor, die mit Hilfe eines elektrischen Radiofrequenzpotentials in der Lage ist, als Massenfilter zu fungieren [1] [2]. Wird die Anordnung derart erweitert, dass das angelegte Potential in drei Dimensionen anstatt nur in zwei wirkt, ist es sogar möglich Ionen einzufangen [3]. Die dreidimensionale Falle kann in zwei Ausführungen realisiert werden. In der ersten wird eine rotationssymmetrische Anordnung von Elektroden benutzt, um ein Quadrupolfeld zu definieren. Die zweite Variante besteht aus einer linearen Anordnung von Gruppen von Elektroden zur Erzeugung des Quadrupolfeldes.

Eine der bedeutendsten Anwendungen von Paulfallen ist die Laserspektroskopie. Dafür spricht der gute Einschluss, den sie bieten, sowie die verschiedenen Möglichkeiten zur Kühlung der gefangenen Ionen, die in den letzten Jahren entwickelt wurden. Häufig wird nicht die Konfiguration der rotationssymmetrischen sondern die der linearen Paulfalle in physikalischen Aufbauten verwendet, da sie leichter von mehreren Seiten zugänglich ist [4], eine größere Anzahl an Ionen einfangen kann [5] und das Radiofrequenzpotential entlang der gesamten Achse der Paulfalle verschwindet [6].

Paulfallen konkurrieren auf dem Gebiet der Atomphysik mit anderen experimentellen Methoden zum Einfang von Ionen, wie zum Beispiel den Penningfallen, den Elektronenstrahl-Ionenfallen (EBIT, *engl.: electron beam ion trap*) und den Speicherringen. Der Vorteil der linearen Paulfallen besteht darin, dass sie mit einer Länge von einigen Zentimetern relativ kompakt sind [7] [8] und von außen für diagnostische Elemente oder Laser zur Kühlung der gefangenen Ionen recht gut zugänglich sind. Ein Nachteil liegt in der Verwendung eines Radiofrequenzpotentials, welches zu einer Aufheizung der eingefangenen Ionen führt. Durch geschickten Versuchsaufbau kann dafür Sorge getragen werden, dass dieser ungewollte Wärmeeintrag abgeführt wird und somit keinen Nachteil mehr darstellt.

Penningfallen hingegen bedienen sich einer Kombination aus Magnetfeld und statischem elektrischen Feld, um Ionen einzufangen. Dadurch werden magnetische Eigenschaften besser messbar und die Aufheizung aufgrund der Radiofrequenz entfällt. Ein Nachteil ist jedoch, dass sie optisch nicht gut zugänglich sind. Jeder Zugang bringt eine Störung des Potentials mit sich, die korrigiert werden muss, was den Aufbau verkompliziert.

EBITs sind mit ihrer Größe von wenigen Metern und mit einem komplizierten Aufbau im Vergleich zu einer Paulfalle umständlich. Außerdem stoßen sie bei der Kühlung der Ionen schnell an ihre Grenzen. Der Vorteil, den sie bieten, besteht in der Erzeugung von hochgeladenen Ionen (HCI, *engl.: highly charged ion*) vor Ort [9]. Speicherringe benötigen noch mehr Platz als EBITs und kämpfen auf Grund des hohen Impulses der Teilchen mit großen Dopplerverschiebungen der Wellenlänge, die systematische Unsicherheiten in der Größenordnung $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-4}$ verursachen.

Für genaue Messungen von atomaren Übergängen mittels Laserspektroskopie ist die Erzeugung und Speicherung von geladenen Teilchen aber noch nicht ausreichend, da ein solches System noch sehr empfindlich auf ungewollte Störungen reagiert. Den maßgeblichen, limitierenden Faktor stellt dabei die stochastische Bewegung des Atoms selbst dar, welche zu einer nicht unerheblichen Dopplerverbreiterung der Spektrallinien führt. Um diese zu verringern, ist die Doppler-Laserkühlung ein probates Mittel, welches sich gut mit einer linearen Paulfalle kombinieren lässt [10] [11]. In einer Penningfalle hingegen ist sie nicht so einfach anwendbar, da die Amplituden der Oszillationen der unterschiedlichen Freiheitsgrade auf Grund des Magnetfeldes nur schwach untereinander gekoppelt sind und nicht gleichzeitig via Laserkühlung verringert werden können [12] [13]. Ähnliches gilt für EBITs - zum Einen sind HCIs nur sympathetisch kühlbar, zum Anderen sind die notwendigen optischen Zugänge für die Laser eingeschränkt.

Werden lineare Paulfalle und Laserkühlung kombiniert, können die Ionen Temperaturen von einigen mK erreichen [14] [15]. Bei solch niedrigen Temperaturen bilden sich sogenannte Coulomb-Kristalle, in denen sich die in der Falle befindlichen Ionen in regelmäßigen Strukturen anordnen [16]. Seit weit mehr als 10 Jahren werden diese Übergänge zwischen geordneter und ungeordneter Struktur sowohl experimentell als auch theoretisch mittels Molecular-Dynamics-Simulationen (MD) untersucht.

Auf der experimentellen Seite sind heutzutage bis zu 10^5 Ionen in einer Paulfalle beobachtbar [17]. Die Theorie hat im Laufe der Jahre große Fortschritte erzielt und die Anzahl der betrachteten Ionen von anfänglich zwei [18] [19] über mehrere Hundert [20] bis hin zu 3500 in den MD-Simulationen [21] gesteigert. Dabei wird die betrachtete Anzahl an Ionen vor allem durch den notwendigen Rechenaufwand, den ein Vielteilchensystem mit sich bringt, beschränkt. Es wurde herausgefunden, dass die Struktur, die sich ausbildet, wesentlich von der Anzahl der Ionen in der Falle [22] und von dem angelegten Potential entlang der Achse der linearen Paulfalle abhängt [23] [24]. Dabei wurden Ionenkristalle verschiedener Elemente betrachtet, z.B. $^{24}\text{Mg}^+$ [25] und $^{40}\text{Ca}^+$ [26]. Des Weiteren gab es erste Experimente mit 2-Komponenten-Kristallen aus einfach geladenen Ionen, bei denen sich die leichteren näher an der Fallachse befanden, als die schwereren [24] [27] [28]. Es wurden sogar Kristalle aus unterschiedlich geladenen Ionen, $^{40}\text{Ca}^+$ und $^{40}\text{Ca}^{2+}$, beobachtet, in denen das höher geladene Ion $^{40}\text{Ca}^{2+}$ sympathetisch durch die $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen lasergekühlt wurde [29]. Sympathetisch kühlen bedeutet, dass eine Ionensorte durch Coulomb-Kopplung an eine andere, die lasergekühlt ist, mitgekühlt wird. Diese Art der Kühlung funktioniert am besten, wenn beide Ionensorten ein ähnliches Verhältnis der Ladung zur Masse (Q/m) aufweisen. Aus diesem Grund wurde in den wenigen Fällen, in denen danach gestrebt wurde, HCIs zu kühlen, $^9\text{Be}^+$ verwendet [30]. Die bisher höchstgeladenen Ionen, welche in einer Paulfalle zur Kristallisation gebracht wurden, sind $^{232}\text{Th}^{3+}$ und $^{229}\text{Th}^{3+}$ [31].

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Paulfalle für hochgeladene Ionen, darunter idealerweise wasserstoff- oder heliumartige schwere Ionen, gebaut, welche verschiedene Vorteile gegenüber einfach oder doppelt geladenen Ionen haben. Einerseits treten bei diesen Ionen verbotene Übergänge oft im sichtbaren Bereich auf. Solche Übergänge besitzen Dank ihrer langen Lebensdauer eine kleine natürliche Linienbreite, die eine höhere Genauigkeit der Frequenzmessung ermöglicht. Andererseits sind HCIs physikalisch sehr interessant, da die Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFS), die mit der dritten Potenz der Kernladungszahl Z wächst, bei wasserstoffartigen Ionen schwerer Elemente, in sichtbare Bereiche gelangt, z.B. $^{156}\text{Ho}^{66+}$ bei 572,64(15) nm [32]. Die Wellenlänge der HFS wird dadurch beeinflusst, dass sich das letzte verbleibende Elektron sehr nahe am Atomkern aufhält und somit verschiedene Effekte in Erscheinung treten, die in Atomen und einfach geladenen Ionen um Größenordnungen kleiner sind. Darunter fallen z.B. quantenelektrodynamische (QED) Effekte, der Bohr-Weisskopf-Effekt und der Breit-Rosenthal-Effekt [33]. Des Weiteren verhalten sich HCIs relativ unempfindlich bei Bestrahlung mit Lasern zu spektroskopischen Zwecken, da ihre Polarisierbarkeit viel kleiner ist, was den AC-Stark-Effekt verringert und somit den Weg zu noch genaueren Frequenzstandards öffnet. Die bisher genauesten Frequenzstandard-Messungen, wie beispielsweise die, die an einfach geladenem $^{199}\text{Hg}^+$ und $^{171}\text{Yb}^+$ durchgeführt wurden, werden von einer Reihe an systematischen Verschiebungen begleitet [34], die durch Verwendung von HCIs reduziert werden könnten. Durch die Bereitstellung eines Ensembles von

sympathetisch gekühlten HCIs in einer Paulfalle wäre ein weiterer Schritt zu einem präziseren Messverfahren getan, das optische Standards liefert, die unabhängig von der Messmethode sind.

Um die Möglichkeit zu schaffen, Hochpräzisionslaserspektroskopie an hochgeladenen Ionen zu betreiben, müssen diese zunächst erzeugt, gekühlt und gespeichert werden. Die Erzeugung kann durch eine EBIT erfolgen, während Kühlung und Speicherung wegen den weiter oben angeführten Gründen durch eine andere Apparatur bewerkstelligt werden müssen. Hierfür ist die Kombination aus Paulfalle und sympathetischer Laserkühlung prädestiniert. Um tatsächlich lange Speicherzeiten zu erreichen, wird die hier vorgestellte Paulfalle in einer kryogenen Umgebung betrieben, welche den Vorteil eines extrem niedrigen Drucks bietet. Erste Resultate mit Paulfallen im kryogenen Bereich zeigen, dass sehr gute Ergebnisse mit einfach geladenen Ionen erzielt wurden [15] [35].

Das Ziel dieser Arbeit ist es daher, eine solche Falle zu entwickeln. Schwerpunkte lagen dabei in der Anpassung verschiedener Elemente der Konstruktion an kryogene Bedingungen, die bisher nur in wenigen Fällen stattgefunden hat. Berechnungen zur Stabilität der Speicherung von HCIs bei den gewünschten Betriebsbedingungen wurden nach verschiedenen Methoden durchgeführt und miteinander verglichen. Die danach ausgewählte Elektrodenkonfiguration wurde konstruiert. Sich daraus ergebende Bedingungen für weitere Elemente wurden berücksichtigt und in das Konzept eingebunden.

Die Apparatur erreichte, nach Fertigstellung der verschiedenen Bauteile, dem Zusammenbau aller wesentlichen Elemente, dem Anschluss von Radiofrequenz (RF) und aller anderen Versorgungsspannungen, im Rahmen der vorgesehenen Zeit ein Stadium, in dem sie systematisch nach ihrem kryogenen sowie vakuumtechnischen Verhalten getestet werden konnte. Dabei wurden bereits auf Anhieb sehr gute Temperatur- und Druckverhältnisse sowie eine minimale Aufheizrate auch unter hohen RF-Spannungen demonstriert. Daraus ließ sich die Eignung der neuen Konstruktion für die ersten Tests mit HCIs feststellen.

Die vorliegende Arbeit enthält eine Einführung in die Theorie der linearen Paulfallen und des Massenfilters, gefolgt von einer Untersuchung des experimentellen Aufbaus in verschiedenen Simulationsprogrammen und einer detaillierten Beschreibung desselben. Danach werden die Ergebnisse zu den ersten Funktionstests vorgestellt und diskutiert, bevor zum Schluss eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf die nächsten Vorhaben gegeben werden.

Kapitel 2

Theorie

Der im Rahmen dieser Arbeit entstandene experimentelle Aufbau kann in zwei verschiedenen Modi betrieben werden. In den nachfolgenden Abschnitten werden die theoretischen Grundlagen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Betriebsarten näher erläutert. Zunächst wird die Funktionsweise des Quadrupolmassenfilters beschrieben, bevor eine detaillierte Erklärung der linearen Paulfalle gegeben wird.

2.1 Das Massenfilter

Ein Massenfilter ist ein physikalischer Aufbau, in dem mit Hilfe von elektrischen und/oder magnetischen Feldern eine Selektion geladener Teilchen nach der spezifischen Ladung Q/m (Ladung durch Masse) erfolgt. Die hier aufgebaute Apparatur verwendet ausschließlich elektrische Felder, deren geometrische Anordnung, durch die einzelnen Elektroden bedingt, der eines Quadrupols entspricht.

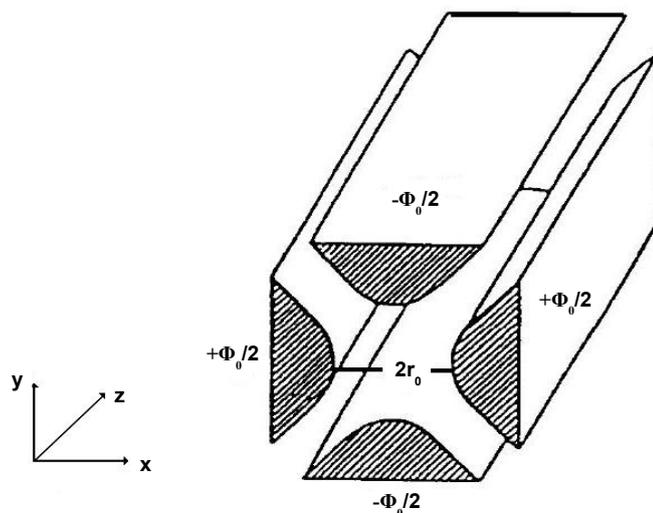


Abbildung 2.1: Elektrodenanordnung eines hyperbolischen Quadrupols (Quelle: [3]).

2.1.1 Potential des elektrischen Quadrupolmassenfilters

Um die Ionen dazu zu bewegen die Versuchsanordnung entlang der Symmetrieachse in z -Richtung zu durchqueren, ist eine anziehende Kraft, die linear mit dem Abstand zur Achse wächst, unabdingbar.

$$F = -c \cdot r, \quad (2.1)$$

wobei c eine Konstante und r der Abstand zur Achse ist.

Um eine solche Kraft zu generieren, ist ein globales Minimum im Potential eines elektrischen Quadrupols erforderlich. Jenes Potential wird wie folgt angesetzt:

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2} (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2), \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad (2.2)$$

wobei Φ_0 die angelegte Spannung, r_0 der Abstand vom Zentrum des Quadrupols zur Oberfläche der Elektrode und α, β, γ Koeffizienten sind.

Da außerhalb der Elektroden keine Ladungen zu finden sind, muss die Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi = 0 \quad (2.3)$$

erfüllt sein. Dies liefert eine Bedingung für die Koeffizienten von Φ

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 \quad (2.4)$$

mit einer einfachen Lösung

$$\alpha = -\beta = 1, \quad \gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2} (x^2 - y^2). \quad (2.5)$$

Gleichung 2.5 liefert das Potential eines hyperbolischen Quadrupols (s. Abb. 2.3).

In guter Näherung ist dieses Potential auch durch runde Elektroden erzeugbar, wenn der Elektrodenradius r_e und der Abstand der Elektrodenoberfläche zur Mitte des Quadrupols r_0 ein Verhältnis von $r_e/r_0 = 1,147$ aufweisen [36].

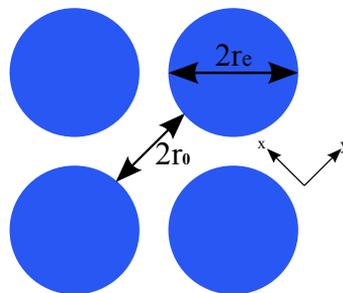


Abbildung 2.2: Frontansicht der Elektrodenkonfiguration eines elektrischen Quadrupols mit rundem Elektrodenquerschnitt.

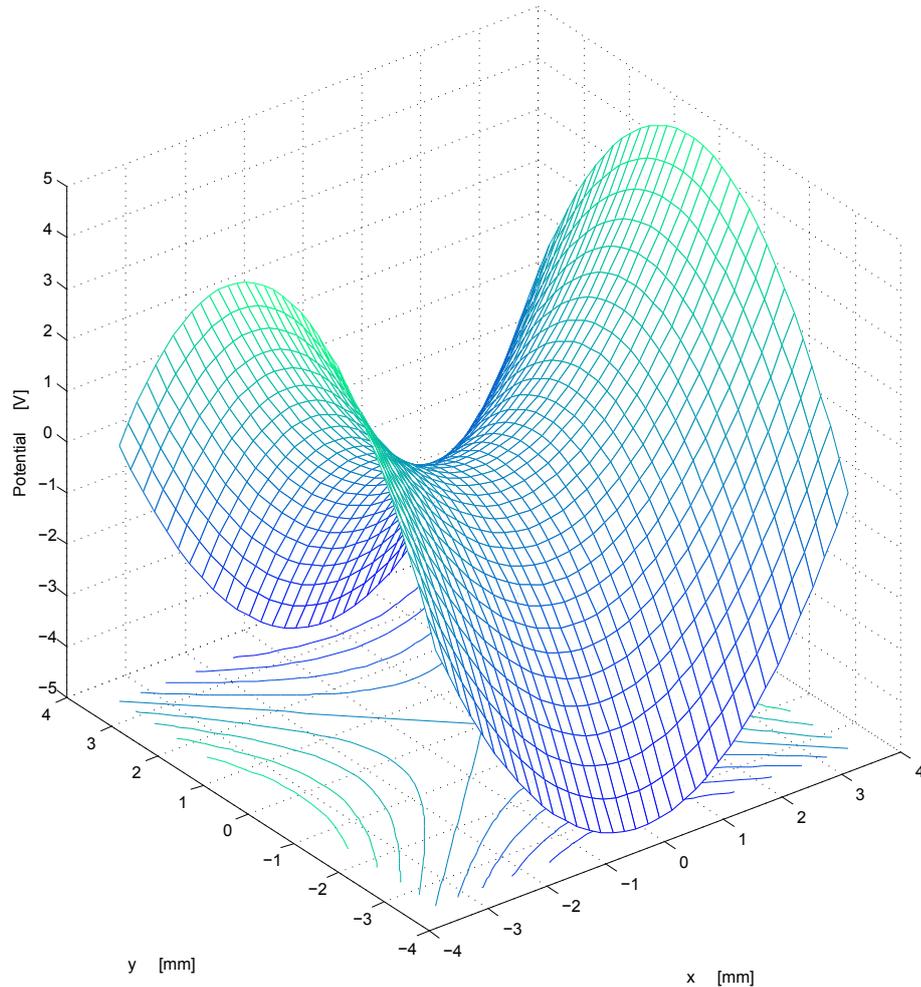


Abbildung 2.3: Potentialverlauf in der xy -Ebene eines hyperbolischen Quadrupols mit $\Phi_0 = 10\text{ V}$ und $r_0 = 3,5\text{ mm}$.

Mit solch einem statischen Potential ist es allerdings noch nicht möglich Ionen einzufangen und durch die Apparatur zu führen, da dieses sogenannte Sattelpotential kein globales Minimum aufweist. Dies ist eine Folge des bekannten Earnshaw Theorems (s. z.B. [37] [38]). Es genügt, sich kurz die aus diesem Potential resultierenden Kräfte auf ein Ion, das in z -Richtung des Quadrupols injiziert wird, anzuschauen, um festzustellen, dass sich eine anziehende Kraft in x -Richtung und eine abstoßende Kraft in y -Richtung ergibt. Das Ion ginge verloren. Um eine beschränkte Amplitude der harmonischen Oszillation sowohl in x - als auch in y -Richtung zu erhalten, ist es folglich notwendig, ein periodisch variierendes Quadrupolpotential zu verwenden (s. Abb. 2.4(a)). Dadurch ändert sich die Richtung der anziehenden Kraft ebenfalls periodisch und es wird eine limitierende Potentialbarriere in x - und y -Richtung erzeugt. Das sich ergebende Potential wird als Pseudopotential bezeichnet (s. Abb. 2.4(b)).

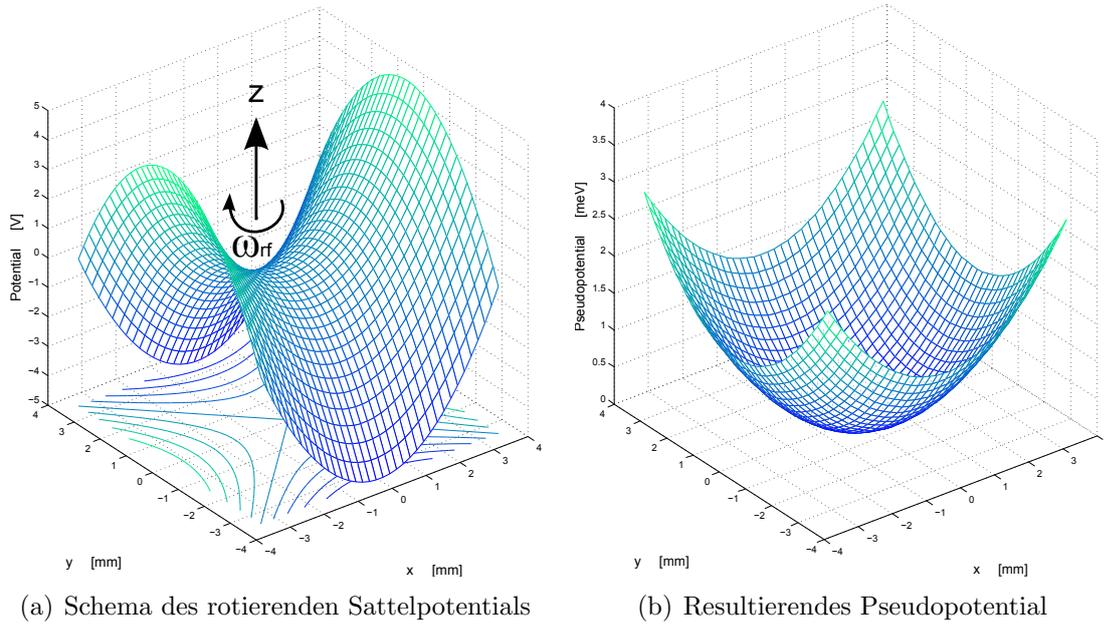


Abbildung 2.4: Anschauliche Herleitung und Darstellung des Pseudopotentials, welches radialen Einschluss der Ionen im Massenfilter gewährt.

Das Potential Φ_0 ergibt sich damit zu

$$\Phi_0 = \Phi_0(t) = U_{DC} - V_{rf} \cdot \cos(\omega_{rf}t) \quad (2.6)$$

und das gesamte Radiofrequenzpotential zu

$$\Phi_{rf}(x, y, t) = \frac{1}{2r_0^2} (U_{DC} - V_{rf} \cdot \cos(\omega_{rf}t)) (x^2 - y^2). \quad (2.7)$$

Abbildung 2.4(b) wurde erhalten, indem Gleichung 2.25 für $q = 0,6$, $a = -0,14$, $\omega_{rf} = 3,0$ MHz und $m = 10,0$ amu nach Mittelung über eine Periode der angelegten Radiofrequenz gegen x und y aufgetragen wurde. Für eine genaue Herleitung siehe Abschnitt 2.1.3.

2.1.2 Die Mathieu-Gleichungen als Lösungsansatz für die Ionenbewegung

Das Potential 2.7 ist nun die Grundlage für die Bewegungsgleichungen, die wie folgt aussehen:

$$m \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = -Q \cdot \vec{\nabla} \Phi_{rf}(x, y, t). \quad (2.8)$$

Dabei ist Q die Ionenladung und m die Ionenmasse.

Demnach erhält man für die einzelnen Richtungen

$$\ddot{x}(t) = \left(\frac{-Q U_{DC}}{m r_0^2} + \frac{Q V_{rf}}{m r_0^2} \cdot \cos(\omega_{rf} t) \right) \cdot x(t), \quad (2.9)$$

$$\ddot{y}(t) = \left(\frac{Q U_{DC}}{m r_0^2} - \frac{Q V_{rf}}{m r_0^2} \cdot \cos(\omega_{rf} t) \right) \cdot y(t) \quad (2.10)$$

und

$$\ddot{z}(t) = 0. \quad (2.11)$$

Die Bewegung entlang der Achse (z -Richtung) des elektrischen Quadrupols ist also eine gleichförmige Bewegung konstanter Geschwindigkeit.

Die Bewegungsgleichungen der x - und y -Richtung ähneln sehr der bekannten Mathieu-Gleichung

$$\nu''(\tau) + (a_\nu - 2q_\nu \cdot \cos(2\tau)) \cdot \nu(\tau) = 0, \quad (2.12)$$

$$' = \frac{d}{d\tau}, \quad \nu = x, y.$$

Hier ist ν eine Funktion von τ und steht für die jeweilige Koordinate x oder y . Die Parameter q_ν bzw. a_ν sind beliebige Konstanten.

Um die Gleichungen 2.9 und 2.10 in diese überführen zu können, wird

$$\tau = \frac{\omega_{rf}}{2} \cdot t \quad (2.13)$$

substituiert und man erhält

$$x''(\tau) + (a - 2q \cdot \cos(2\tau)) \cdot x(\tau) = 0, \quad (2.14)$$

$$y''(\tau) - (a - 2q \cdot \cos(2\tau)) \cdot y(\tau) = 0, \quad (2.15)$$

mit

$$a = a_x = -a_y = \frac{4U_{DC}}{r_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}, \quad (2.16)$$

und

$$q = q_x = -q_y = \frac{2V_{rf}}{r_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}. \quad (2.17)$$

2.1.3 Lösung der Bewegungsgleichungen

Die Lösung der Mathieu-Gleichung 2.12 kann wie folgt angegeben werden: Für $|a|, |q| \ll 1$ führt das Teilchen eine zweigeteilte Bewegung aus, eine schnelle Oszillation mit der Anregungsfrequenz ω_{rf} , die Mikrobewegung, und eine langsamere Schwingung des Zentrums mit der Frequenz ω_{sec} , die Säkularbewegung. Letztere wird ebenfalls durch die Werte von a und q bestimmt und deren genauer Zusammenhang nachfolgend aufgezeigt.

Zunächst wird die Bewegung des Zentrums, die Makrobewegung, während einer Periode der Mikrobewegung als annähernd konstant betrachtet

$$\nu(\tau) \approx \nu(0) = \nu_0, \quad \text{für } 0 \leq \tau \leq \pi.$$

Auch kann $a_\nu = 0$ angenommen werden, da es keinen Einfluss auf die Mikrobewegung hat. Damit erhält man die vereinfachte Differentialgleichung

$$\nu''(\tau) - 2q_\nu \cdot \nu_0 = 0, \quad (2.18)$$

welche durch

$$\nu(\tau) = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{q_\nu}{2} \cdot \cos(2\tau)\right) \quad (2.19)$$

gelöst wird. In Gleichung 2.19 wurde bereits berücksichtigt, dass die Mikrobewegung um das Zentrum ν_0 oszilliert, was durch die 1 repräsentiert wird.

Für die Lösung der Mikrobewegung wurde zunächst die Makrobewegung vernachlässigt. Um ihr aber doch Rechnung zu tragen, wird 2.19 nun wiederum in 2.12 eingesetzt und über eine Periode der Mikrobewegung gemittelt, was nachstehende Gleichung zur Folge hat

$$\nu_0''(\tau) = - \left(a_\nu + \frac{q_\nu^2}{2}\right) \cdot \nu_0(\tau). \quad (2.20)$$

Wird rücksubstituiert, erhält man

$$\ddot{\nu}_0(t) = - \left(a_\nu + \frac{q_\nu^2}{2}\right) \cdot \frac{\omega_{rf}^2}{4} \cdot \nu_0(t) = -\omega_{sec}^2 \cdot \nu_0(t), \quad (2.21)$$

wobei ω_{sec} die Säkularfrequenz (*engl.: secular frequency*), Frequenz der Makrobewegung, ist.

$$\omega_{sec} = \frac{\omega_{rf}}{2} \cdot \sqrt{\frac{q_\nu^2}{2} + a_\nu}. \quad (2.22)$$

Gleichung 2.21 stellt eine einfache harmonische Schwingungsgleichung dar, deren Lösung wie folgt angegeben werden kann:

$$\nu_0(t) = \nu_0 \cdot \cos(\omega_{sec}t + \varphi_\nu). \quad (2.23)$$

Damit lautet die gesamte Lösung der Differentialgleichung 2.12

$$\nu(t) = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{q_\nu}{2} \cdot \cos(2\tau)\right) \cdot \cos(\omega_{sec}t + \varphi_\nu). \quad (2.24)$$

Dies ist in der Tat die Superposition zweier oszillatorischer Bewegungen mit unterschiedlichen Frequenzen. Wie die Trajektorien der Teilchen explizit aussehen, wird in Kapitel 3 detailliert erörtert werden.

Mit Hilfe von Gleichung 2.21 kann auch das sogenannte Pseudopotential für das

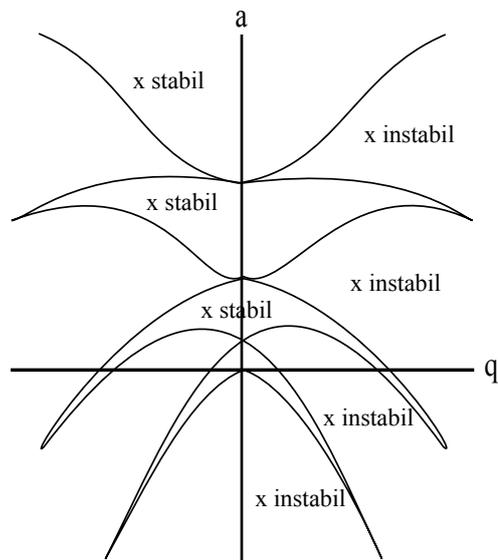
Massenfilter angegeben werden. Dies ist ein harmonisches Potential, in dem die Schwerpunktsbewegung (Makrobewegung) ausgeführt wird. Es lässt sich schreiben als

$$\Phi_{PS}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega_{sec}^2 (x^2 + y^2), \quad (2.25)$$

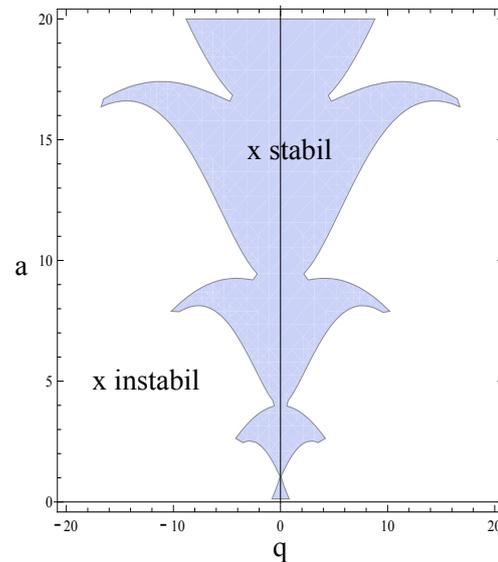
wobei m nun die Masse des schwingenden Teilchens ist.

2.1.4 Stabilität der Teilchenbahnen

Dadurch dass die Bewegungsgleichungen des Massenfilters auf die Mathieu-Gleichungen reduziert werden können, sind demzufolge auch deren Lösungen bekannt [39]. Insbesondere beinhalten diese stabile und instabile Trajektorien, die allein von den Werten von a und q abhängen. Für die x -Richtung erhält man das Diagramm 2.5, aus dem die stabilen und instabilen Bereiche in Abhängigkeit von a und q ersichtlich werden.



(a) Stabilitätsdiagramm nach Gosh [39]



(b) Stabilitätsdiagramm nach Mathematica (s. Kap. 3)

Abbildung 2.5: Stabilitätsbereiche der Teilchenbewegung gemäß der Mathieu-Gleichung für die x -Richtung.

Abbildung 2.5(a) ist in jeglichen Standardwerken zur Lösung der Mathieu-Gleichungen zu finden (z.B. [39] [40] [41]). Abbildung 2.5(b) hingegen wurde erhalten, indem mit Hilfe von Mathematica der charakteristische Exponent der Mathieu-Lösung in Abhängigkeit von a und q aufgetragen wurde. Die Funktion `MathieuCharacteristicExponent[a, q]` ist in Mathematica implementiert und kann einfach aufgerufen und grafisch dargestellt werden. Die Abweichung von 2.5(a) sind auf Rundungsfehler der numerischen Rechnung von Mathematica zurückzuführen.

Das entsprechende Diagramm für die y -Richtung erhält man durch Spiegelung an der q -Achse, Ersetzung von a durch $-a$ gemäß Gleichung 2.16. Die Superposition dieser beiden Diagramme gibt nun Aufschluss darüber, für welche Werte von a und q man sowohl eine stabile Trajektorie in x - als auch in y -Richtung zu erwarten hat (s. Abb. 2.6). Dies ist notwendig, damit das zu untersuchende Ion das Massenfilter auch passiert und nicht verloren geht.

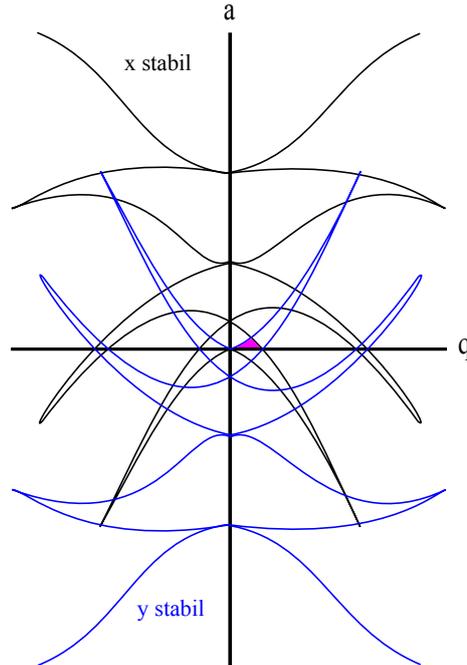


Abbildung 2.6: Überlagerung der Stabilitätsregionen der Teilchenbahnen für die x - und y -Richtung nach Gosh [39].

Der erste und mit Abstand größte Überlappungsbereich aus Abbildung 2.6 (farbige Fläche) befindet sich bei $0 \leq |a| \leq 0,237$ und $0 \leq |q| \leq 0,908$, weshalb er als Arbeitsbereich des Massenfilters bezeichnet und verwendet wird [1] [2] [39].

In Abbildung 2.7 ist dieser Bereich vergrößert dargestellt. Durch Wahl der angelegten Spannungen U_{DC} und V_{rf} wird eine Arbeitsgerade definiert, deren Steigung die Auflösung des Massenfilters bestimmt. Sie legt den Bereich der a - und q -Werte fest, für die eine stabile Trajektorie durch das Massenfilter existiert. Durch die Abhängigkeit dieser Werte von der spezifischen Ladung des Teilchens entsteht folglich die Bedingung zur Selektion der einzelnen Ionen durch das Massenfilter.

Ändert man die Spannungen U_{DC} und V_{rf} derart, dass das Verhältnis $a/q = 2U_{DC}V_{rf}$ konstant gehalten wird, bewegt man sich entlang dieser Arbeitsgeraden und scannt so den Massenbereich.

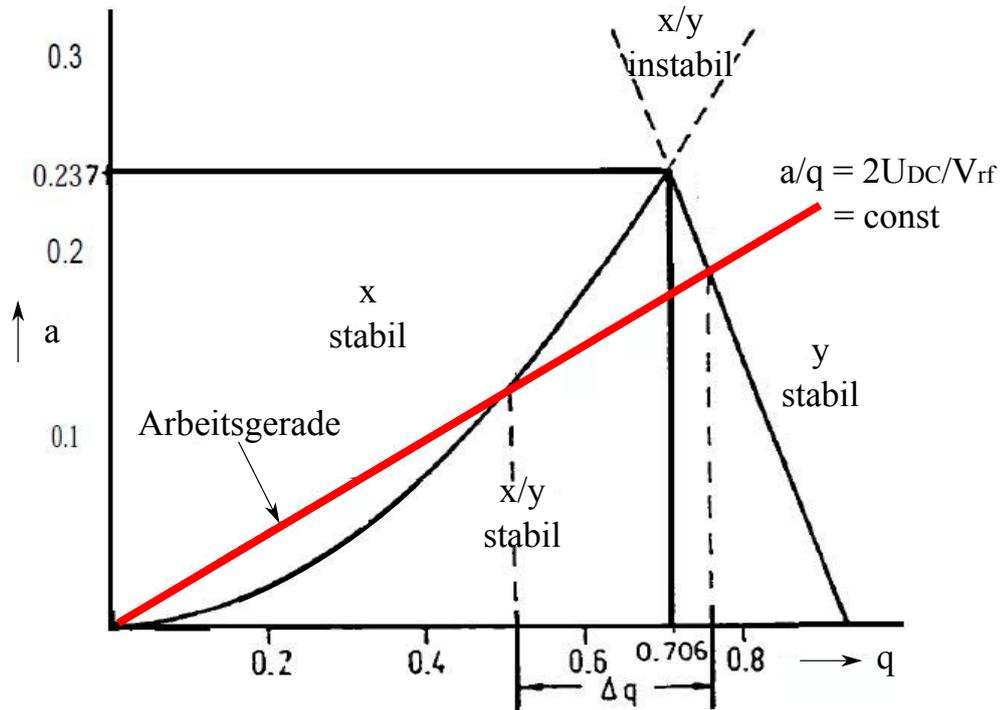


Abbildung 2.7: Vergrößerter erster Überlappungsbereich der Stabilitätsregionen der Teilchenbahnen für die x - und y -Richtung.

2.2 Die lineare Paulfalle

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Funktionsweise und der Aufbau des Massenfilters erläutert. Mit diesem ist es aber nicht möglich, Ionen einzufangen, da in z -Richtung eine gleichförmige Bewegung stattfindet. Es muss demnach eine weitere Bedingung geschaffen werden, um auch diese Bewegung zu limitieren. Dies wird erreicht, in dem ein zusätzliches, statisches Potential entlang der Achse (z -Richtung) des Massenfilters angelegt wird, welches im hier vorgestellten Aufbau durch Segmentierung der einzelnen Quadrupolelektroden erreicht wird (s. Abb. 2.8). Dadurch entsteht ein dreidimensionales Fallenpotential, ohne dass die einmalige lineare Geometrie der Anordnung gebrochen wird, welche einen guten Zugang zum Zentrum ermöglicht. Die lineare Paulfalle weist im Gegensatz zur dreidimensionalen Paulfalle, deren Geometrie optische Beobachtungsmöglichkeiten erschwert, deutliche Vorteile auf [39] [4].

Die Auswirkungen des sogenannten Endkappenpotentials auf die Bewegungsgleichungen und das Gesamtpotential werden in den nachfolgenden Abschnitten diskutiert.

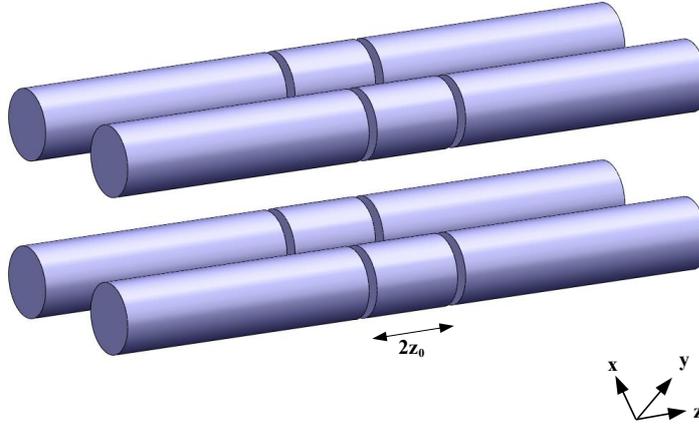


Abbildung 2.8: Segmentierte Elektroden des Quadrupolmassenfilters zur Nutzung als lineare Paulfalle.

2.2.1 Elektrostatisches Potential einer linearen Paulfalle

Zunächst muss für das Endkappenpotential $\Phi_{EC}(x, y, z)$ (*EC*, engl.: *endcap*), die Laplace-Gleichung 2.3 erfüllt sein, was dieselbe einfache Bedingung für die Koeffizienten wie beim Massenfilter liefert. Dadurch dass das Endkappenpotential das Potential in x - und y -Richtung in gleicher Weise beeinflusst, erhält man allerdings eine andere Lösung für die Koeffizientengleichung 2.4. Diese löst sich zu

$$\alpha = \beta = 1, \quad -(\alpha + \beta) = \gamma, \quad (2.26)$$

wodurch sich das Endkappenpotential wie folgt schreiben lässt

$$\Phi_{EC}(x, y, z) = -\frac{U_{EC}}{2z_0^2} \cdot \eta \cdot (x^2 + y^2 - 2z^2). \quad (2.27)$$

Hier ist U_{EC} die Spannung an den Endkappen, z_0 die halbe Länge der Mittelelektrode und η ein Geometriefaktor, der durch die Elektrodenkonfiguration bedingt ist und in Kapitel 3 bestimmt wird.

Das Gesamtpotential ergibt sich nun aus der Addition des Radiofrequenz- und des Endkappenpotentials (Gln. 2.7, 2.27) zu

$$\Phi_{ges}(x, y, z, t) = -\frac{V_{rf}}{2r_0^2} \cdot \cos(\omega_{rf}t) (x^2 - y^2) + \frac{U_{EC}}{2z_0^2} \cdot \eta \cdot (2z^2 - (x^2 + y^2)). \quad (2.28)$$

Es wurde o.B.d.A. $U_{DC} = 0$ gewählt.

2.2.2 Teilchenbewegung und die Mathieu-Gleichungen

Ein Blick auf die Bewegungsgleichungen

$$m \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = -Q \cdot \vec{\nabla} \Phi_{ges}(x, y, z, t) \quad (2.29)$$

verrät, dass auch hier die Mathieu-Gleichungen zur Lösung in x - und y -Richtung herangezogen werden können. Unter Verwendung der Substitution 2.13 erhält man

$$x''(\tau) + (a - 2q \cdot \cos(2\tau)) \cdot x(\tau) = 0, \quad (2.30)$$

$$y''(\tau) + (a + 2q \cdot \cos(2\tau)) \cdot y(\tau) = 0, \quad (2.31)$$

mit

$$a = a_x = a_y = -\frac{4\eta U_{EC}}{z_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}, \quad (2.32)$$

und

$$q = q_x = -q_y = \frac{2V_{rf}}{r_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}. \quad (2.33)$$

Die Bewegung in z -Richtung lautet

$$\ddot{z}(t) = -\omega_z^2 \cdot z(t) = \frac{a}{2} \cdot \omega_{rf} \cdot z(t) \quad (2.34)$$

$$\Rightarrow \omega_z = \sqrt{-\frac{a}{2}} \cdot \omega_{rf}. \quad (2.35)$$

2.2.3 Lösung der Bewegungsgleichungen

Führt man analoge Schritte wie in Abschnitt 2.1.3 aus, ergibt sich für die x - und y -Richtung wiederum Gleichung 2.24. Der einzige Unterschied besteht darin, wie a_ν definiert ist. Im Falle des Massenfilters enthält es die Gleichspannungskomponente der Radiofrequenz U_{DC} , während es bei der linearen Paulfalle die Endkappenspannung U_{EC} beinhaltet. Es besteht die Möglichkeit, auch bei der linearen Paulfalle der Radiofrequenz eine Gleichspannungskomponente hinzuzufügen. Auf eine exakte Betrachtung mit beiden Anteilen wird aus Simplitizitätsgründen verzichtet.

Des Weiteren muss noch erwähnt werden, dass in die Betrachtung der Paulfalle ein zusätzlicher Faktor einzufließen hat. Durch das Endkappenpotential wird eine weitere harmonische Bewegung in z -Richtung generiert, die gleichzeitig mit den bereits vorhandenen Bewegungen in x - und y -Richtung ausgeführt wird. Aus diesem Grund erhält das Pseudopotential 2.25 einen weiteren Term

$$\Phi_{PS}(x, y, z) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\omega_{sec}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z \cdot z^2). \quad (2.36)$$

Eine eingehendere Betrachtung der Trajektorien findet in Kapitel 3 statt.

2.2.4 Stabilität der Teilchenbahnen

Aufgrund der Tatsache, dass auch die Bewegungsgleichungen der linearen Paulfalle auf die Mathieu-Gleichungen zurückgeführt werden können, entstehen dieselben Stabilitätsregionen wie beim Massenfilter. Es sei auf die Diagramme 2.5 - 2.7 und die Literatur ([39] [4]) verwiesen.

Des Weiteren werden in Kapitel 3 eben jene Stabilitätsdiagramme verwendet, um die hier konstruierte Paulfalle zu simulieren.

Kapitel 3

Simulationen

In diesem Kapitel werden zum Einen die verschiedenen Betriebsmodi des Versuchsaufbaus simuliert, um daraus die spezifischen Parameter der Paulfalle zu berechnen. Zum Anderen werden die theoretisch ermittelten Lösungen der Bewegungsgleichungen mit denen der Simulation verglichen.

Zunächst wird mittels Mathematica die Mathieu-Gleichung gelöst und diese Lösung für bestimmte, gewählte Parameter grafisch veranschaulicht. Nachfolgend wird mit Hilfe von MATLAB die angegebene Lösung der Mathieu-Gleichung aus Kapitel 2 dargestellt und mit derjenigen von Mathematica bei derselben Wahl der Parameter verglichen. Dieser Vergleich ermöglicht es die Validität jener Lösungen zu beurteilen. Zum Schluss werden Ionenbahnen unter Verwendung des Programms SIMION, welches die tatsächliche Geometrie des Aufbaus zur Berechnung der Trajektorien verwendet, simuliert. Für unterschiedliche Anfangsbedingungen werden die so ermittelten Trajektorien anschließend untereinander verglichen. Zusätzlich werden diese den Teilchenbahnen gegenübergestellt, die durch MATLAB erzeugt wurden. Dies gibt Aufschluss darüber, ob die Lösung aus Kapitel 2 zur Beschreibung der Bewegungsgleichungen eines Ions im Massenfilter und in der Paulfalle verwendet werden kann.

Damit die Trajektorien, die mittels der verschiedenen Methoden erhalten werden, vergleichbar sind, werden im Folgenden dieselben Parameter zu deren Erzeugung verwendet (s. Tab. 3.1).

Dabei wurde die Periodendauer $1/f_{sec}$ der Säkularbewegung aus Gleichung 2.22 berechnet. Die Parameter a und q wurden so gewählt, dass sich ein ganzzahliges Vielfaches von ω_{rf} ergibt, woraufhin die Trajektorien in der xy -Ebene in sich geschlossen sind. Es gilt $a \leq 0$ nach Gleichung 2.32.

Tabelle 3.1: Verwendete Parameter zur grafischen Darstellung der Lösungen der Bewegungsgleichungen in der Paulfalle in Mathematica, MATLAB und SIMION.

Parameter	Wert
q	0,6
a	-0,14
ω_{rf}	$2\pi \cdot 5,0 \text{ MHz}$
ω_{sec}	$\omega_{rf}/10$
ν_0	2,0 mm
φ_x	$+\pi/2$
φ_y	0
t	$0 \leq t \leq 3/f_{sec}$

3.1 Lösung der Mathieu-Gleichung mit Hilfe von Mathematica

Die Mathieu-Gleichung, die die Grundlage der Bewegung eines Ions in der Paulfalle oder im Massenfilter darstellt, ergibt nur für gewisse Werte für a und q eine stabile Trajektorie in x - und y -Richtung (s. Abb. 2.6). Um die Herkunft der Stabilitätsbereiche genauer zu verstehen, reicht die einfache Betrachtung in Kapitel 2 nicht mehr aus. Eine eingehendere Untersuchung zeigt, dass die Lösung der Mathieu-Gleichung aus einer Superposition zweier komplexer Summen besteht, von denen eine gerade und die andere ungerade Lösungen beinhaltet [40] [1].

$$\nu(\tau) = A \cdot e^{i\beta\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{2k} \cdot e^{i2k\tau} + B \cdot e^{-i\beta\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{2k} \cdot e^{-i2k\tau}. \quad (3.1)$$

Hierbei sind A und B Konstanten, die von den Anfangsbedingungen abhängen. Die Koeffizienten c_{2k} stellen die Amplituden der Fourierkomponenten der Teilchenbewegung dar.

Die Größe β heißt charakteristischer Exponent der Mathieu-Gleichung und ist für die Stabilitätsregionen verantwortlich. Er ist lediglich von den Werten der Parameter a und q abhängig. Ist er reell und liegt sein Wert zwischen 0 und 1, bleiben die Lösungen für $\tau \rightarrow \infty$ beschränkt und man erhält eine stabile Trajektorie [40].

In Mathematica sind sowohl die geraden und ungeraden Mathieu-Lösungen als auch der charakteristische Exponent als Funktionen implementiert. Mit `RegionPlot[MathieuCharacteristicExponent[a, q] >= 0, {q, -20, 20}, {a, 0, 20}]` werden die β gegen a und q aufgetragen, die reell und größer als 0 sind. Das Ergebnis ist das Stabilitätsdiagramm für die x -Richtung, welches bereits in Abbildung 2.5(b) dargestellt wurde. Abweichungen zu dem Stabilitätsdiagramm in der Literatur [39]

sind auf die Rechengenauigkeit von Mathematica zurückzuführen. Mit Hilfe des Befehls `RegionPlot[0.5*(MathieuCharacteristicExponent[a, q]+MathieuCharacteristicExponent[-a, -q]) ≥ 0, {q, 0, 1.1}, {a, 0, 0.3}]` lässt sich der erste große Überlappungsbereich der stabilen Teilchenbahnen in x - und y -Richtung erzeugen (s. Abb. 3.1).

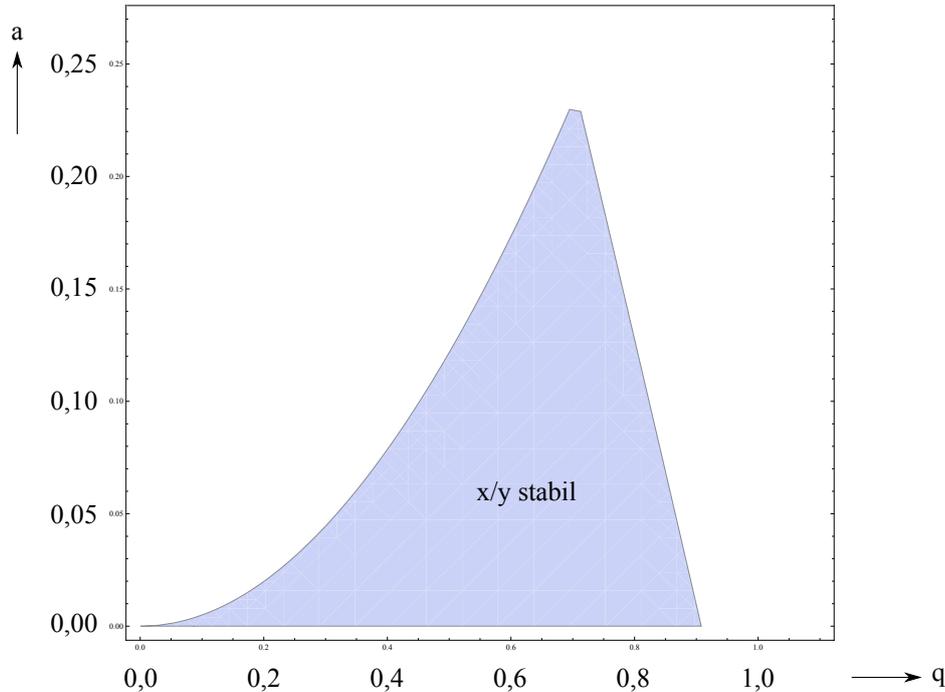


Abbildung 3.1: Vergrößerter erster Überlappungsbereich für stabile Trajektorien in x - und y -Richtung nach Mathematica; $a = \frac{4U_{DC}}{r_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}$ für das Massenfilter oder $a = -\frac{4\eta U_{EC}}{z_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}$ für die Paulfalle, $q = \frac{2V_{rf}}{r_0^2 \omega_{rf}^2} \cdot \frac{Q}{m}$.

Die Parameter a und q sind in Mathematica identisch wie in dieser Arbeit definiert. Ein Unterschied besteht darin, dass Mathematica nicht die Zeit t verwendet, sondern das dimensionslose τ . Um im Folgenden gut mit den von MATLAB erstellten Trajektorien vergleichen zu können, werden dieselben Werte für die Parameter a und q wie in Tabelle 3.1 verwendet. Wenn $0 \leq t \leq 3/f_{sec}$ gilt, wobei $1/f_{sec}$ die Periodendauer der Säkularbewegung ist, muss im gleichen Zuge nach Gleichung 2.13 auch $0 \leq \tau \leq 30\pi$ gelten, weshalb τ auf diese Werte limitiert wurde.

Da Mathematica in der Lage ist das Stabilitätsdiagramm richtig wiederzugeben, kann davon ausgegangen werden, dass auch die Lösungen der Bewegungsgleichungen damit korrekt veranschaulicht werden können. Unter Verwendung des Befehls `Plot[-MathieuS[-0.14, 0.6, τ], {τ, 0, 30 * π}]` wird die Bewegung in x - und mit `Plot[MathieuC[-0.14, -0.6, τ], {τ, 0, 30 * π}]` die Bewegung in y -Richtung generiert (s. Abb. 3.2). Hierbei bedeutet `MathieuC`, dass es sich um eine gerade Lösung in τ der Mathieu-Gleichungen handelt, während `MathieuS` eine ungerade Lösung ist. In

der y -Richtung muss q durch $-q$ ersetzt werden (vgl. Glg. 2.33). Der Vorfaktor von -1 in der x -Bewegung sowie die Tatsache, dass es sich um eine ungerade Funktion handelt, haben ihren Ursprung in der gewählten Phasenverschiebung von $+\pi/2$.

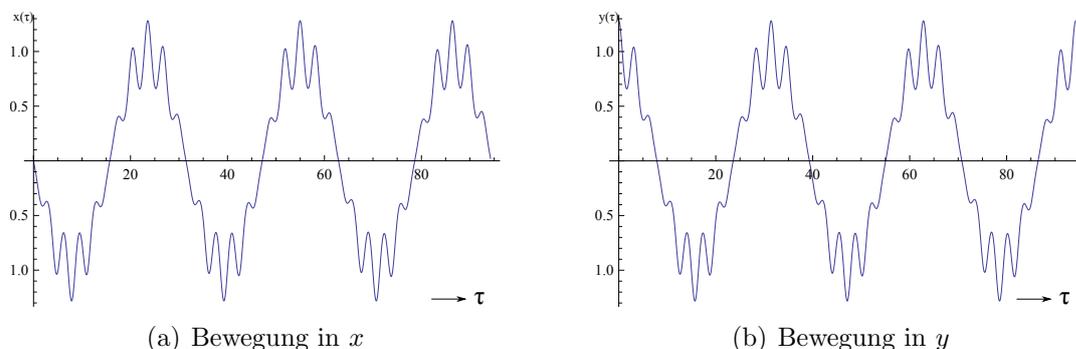


Abbildung 3.2: Darstellung der Bewegungen in x - und y -Richtung in Abhängigkeit von τ bei gewähltem $a=-0,14$ und $q=0,6$ nach Mathematica.

In Abbildung 3.2 sind deutlich die Makrobewegung (Einhüllende) und die Mikrobewegung (höherfrequente Schwingung kleinerer Amplitude) zu erkennen. Dass sich hier in diesem Beispiel exakt die gerade und ungerade Lösung als Ergebnis herausstellen, liegt allein an den gewählten Anfangsbedingungen. Die allgemeine Lösung ist eine Superposition der geraden und ungeraden Lösung. Zu welchen Anteilen beide an der allgemeinen Lösung beteiligt sind, ist wiederum von den Anfangsbedingungen abhängig.

3.2 Illustration der Lösungen mittels MATLAB

Zur Verifikation der einfachen, genäherten Lösung der Mathieu-Gleichung, die in Kapitel 2 angegeben wurde, wird sie zunächst mittels MATLAB grafisch dargestellt (Quellcode im Anhang A.1). Alle notwendigen Parameter werden vorgegeben und willkürliche Anfangsbedingungen gewählt. Die mit dieser Methode erhaltenen Trajektorien für die x - und y -Richtungen werden anschließend mit jenen verglichen, die Mathematica aus denselben Parametern errechnet hat.

Die genäherte Lösung der Mathieu-Gleichung, die Definition von q und die gewählten Anfangsbedingungen liefern alle notwendigen Bedingungen und Zusammenhänge um die Lösung der Bewegungsgleichung grafisch darzustellen (s. Abb. 3.3(c), 3.3(d)). Dem gegenüber werden die erhaltenen Kurven aus Abbildung 3.2 gestellt.

Der Vergleich der jeweiligen Kurven zeigt eine perfekte Übereinstimmung, was bestätigt, dass die Näherungen in Kapitel 2 gerechtfertigt waren. Die so ermittelte Lösung der Bewegungsgleichung für die x - und y -Richtung kann somit für weitere

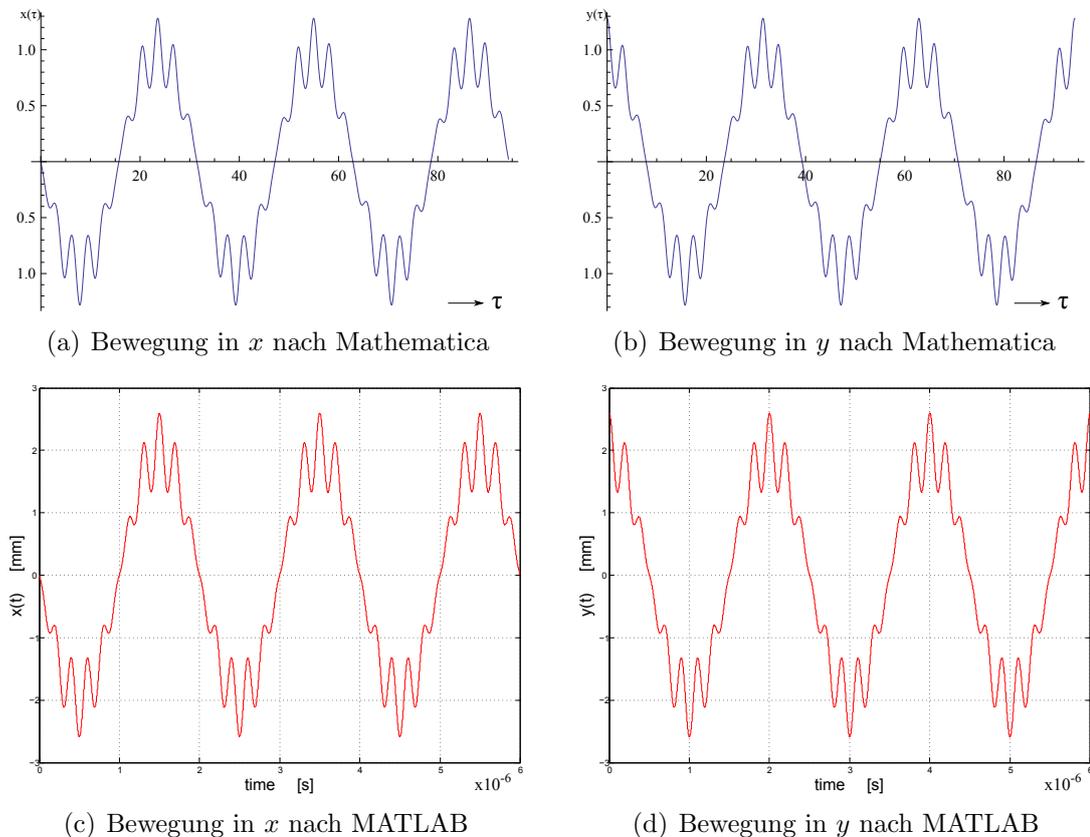


Abbildung 3.3: Bewegungen in x - und y -Richtung in Abhängigkeit von τ (a),(b) bzw. t (c),(d) bei $a=-0,14$ und $q=0,6$; jeweils 3 Perioden der Säkularbewegung.

Berechnungen und grafische Darstellungen verwendet werden.

Da beim Massenfilter die Bewegung in z -Richtung gleichförmig ist, interessieren vor allem die Bewegungen der x - und y -Richtung. Werden die jeweiligen Koordinaten gegeneinander aufgetragen, erhält man die Bewegung des Teilchens in der xy -Ebene und kann ihr die Bahn der Schwerpunktsbewegung, die sich aus dem Pseudopotential für die radiale Richtung ergibt, überlagern (s. Abb. 3.4, 3.5). Damit erhält man ein anschauliches Verständnis für die Mikro- und die Makrobewegung.

In Abbildung 3.4(a) beschreibt die Schwerpunktsbewegung (pinke Kurve) einen Kreis aufgrund der Phasenverschiebung von $\pi/2$, während sie in Abbildung 3.4(b) eine Ellipse beschreibt (Phasenfaktor von $\pi/3$). Um diese Schwerpunktsbewegung (auch Makro- oder Säkularbewegung) führt das Ion nun die Mikrobewegung mit der Frequenz ω_{rf} aus. In Abbildung 3.5 sind Trajektorie und ihre Schwerpunktsbewegung zusammen mit den jeweiligen Projektionen auf die einzelnen Ebenen dargestellt, die gleichfalls von der Phasenverschiebung beeinflusst werden. In der xy -Ebene ergibt sich bei einem Phasenfaktor von $\pi/2$ ein Kreis (s. Abb. 3.5(a)), bei $\pi/3$ eine

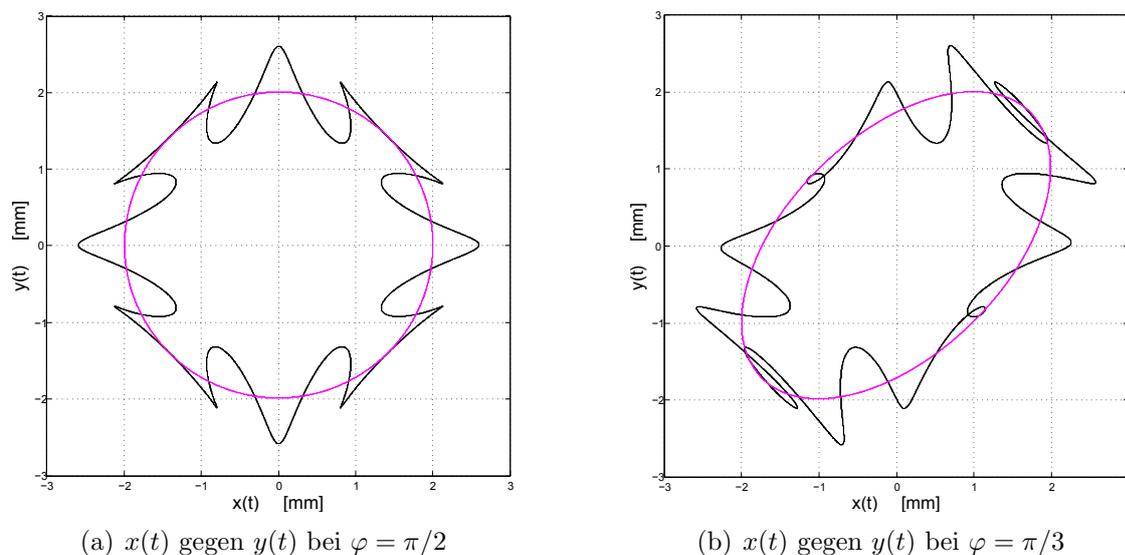


Abbildung 3.4: Trajektorie (schwarz) und Schwerpunktsbewegung (pink) in der xy -Ebene bei $a=-0,14$ und $q=0,6$; 3 Perioden der Säkularbewegung.

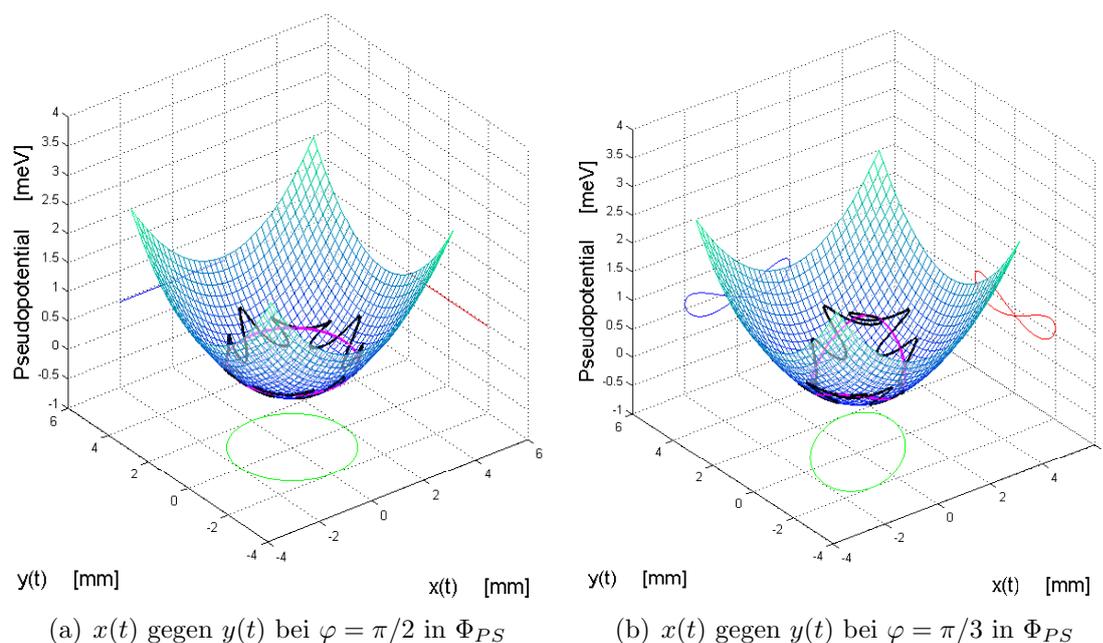


Abbildung 3.5: Trajektorie(schwarz) und Schwerpunktsbewegung (pink) mit ihren jeweiligen Projektionen im Pseudopotential bei $a=-0,14$ und $q=0,6$; 3 Perioden der Säkularbewegung.

Ellipse (s. Abb. 3.5(b)) und bei einer Phasenverschiebung von π würde sich eine Linie unter einem Winkel von 45° ergeben (nicht gezeigt). Die Projektionen auf die xz - und yz -Ebenen verhalten sich bei Änderung der Phasenverschiebung identisch. Beträgt diese $\pi/2$ ergibt sich eine Linie (s. Abb. 3.5(a)), bei $\pi/3$ eine liegende Acht

(s. Abb. 3.5(b)) und bei π wäre es eine Parabel (nicht gezeigt).

Die in sich geschlossenen Kurven bei einer Zeitdauer von 3 Perioden der Säkularbewegung sind durch das ganzzahlige Verhältnis von ω_{sec} zu ω_{rf} bedingt.

Wird die Anordnung im Modus Paulfalle betrieben, ist die Bewegung in z -Richtung nicht mehr gleichförmig, sondern eine harmonische Schwingung mit der Frequenz ω_z . Da ω_z kein ganzzahliges Vielfaches von ω_{sec} und ω_{rf} ist, wird, um die Übersicht zu behalten, die Trajektorie in x -, y - und z -Koordinaten nur über eine Periode von ω_{sec} dargestellt. Es resultiert Abbildung 3.6.

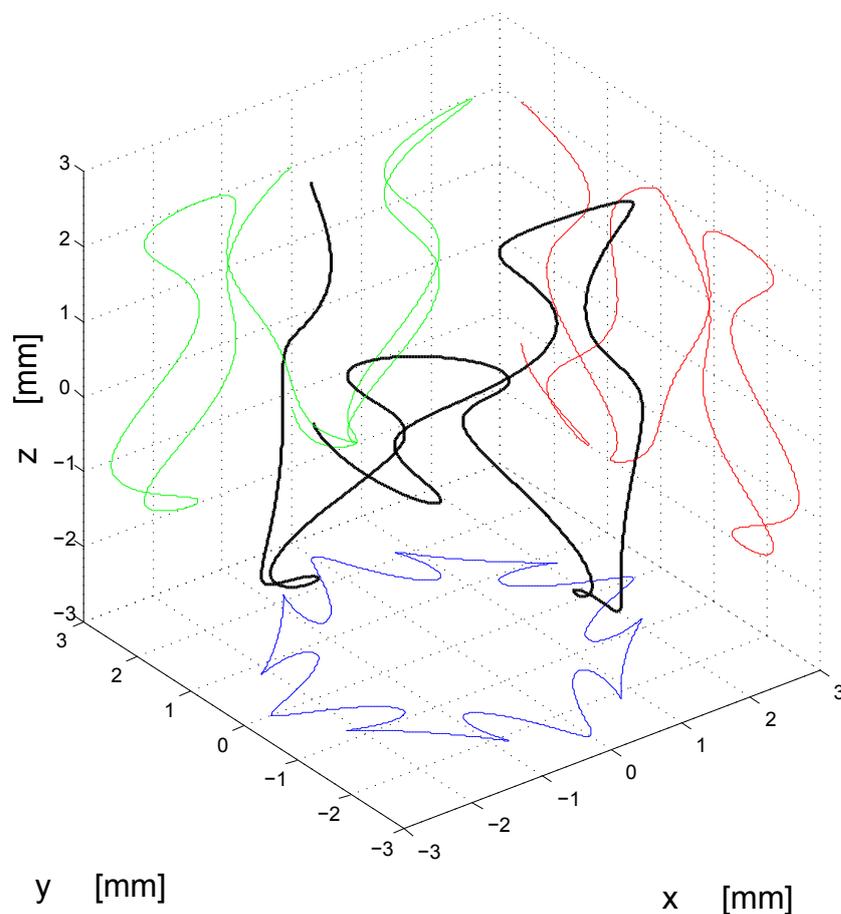


Abbildung 3.6: Komplette Bewegung eines Teilchens in der Paulfalle bei $\varphi = \pi/2$ über eine Periode der Säkularfrequenz ω_{sec} .

Zusätzlich zur eigentlichen Trajektorie (schwarze Kurve in Abb. 3.6) sind die Projektionen auf die verschiedenen Ebenen zu erkennen. Die Projektion auf die xy -Ebene ergibt wiederum Abbildung 3.4(a), während aus denjenigen auf die xz - und yz -Ebenen keine in sich geschlossenen Kurven resultieren, da ω_x bzw. ω_y und ω_z keine Vielfachen voneinander sind.

3.3 Simulation der Ionenbahnen mit SIMION

Da die theoretischen Stabilitätsdiagramme und Berechnungen sich auf den Fall einer idealen Paulfalle beziehen, ergeben sich Abweichungen für die reale Paulfalle. Um diese zu quantifizieren, wird der komplette Aufbau der Paulfalle aus dem Konstruktionsprogramm SolidWorks unter Verwendung des binären Dateiformats *.stl extrahiert und in das Simulationsprogramm SIMION 8 geladen (s. Abb. 3.7). Dabei ist stl die Abkürzung für *Surface Tessellation Language*, was bedeutet, dass die Oberfläche eines dreidimensionalen Körpers mit Hilfe von Dreiecken und deren Flächennormale charakterisiert wird.

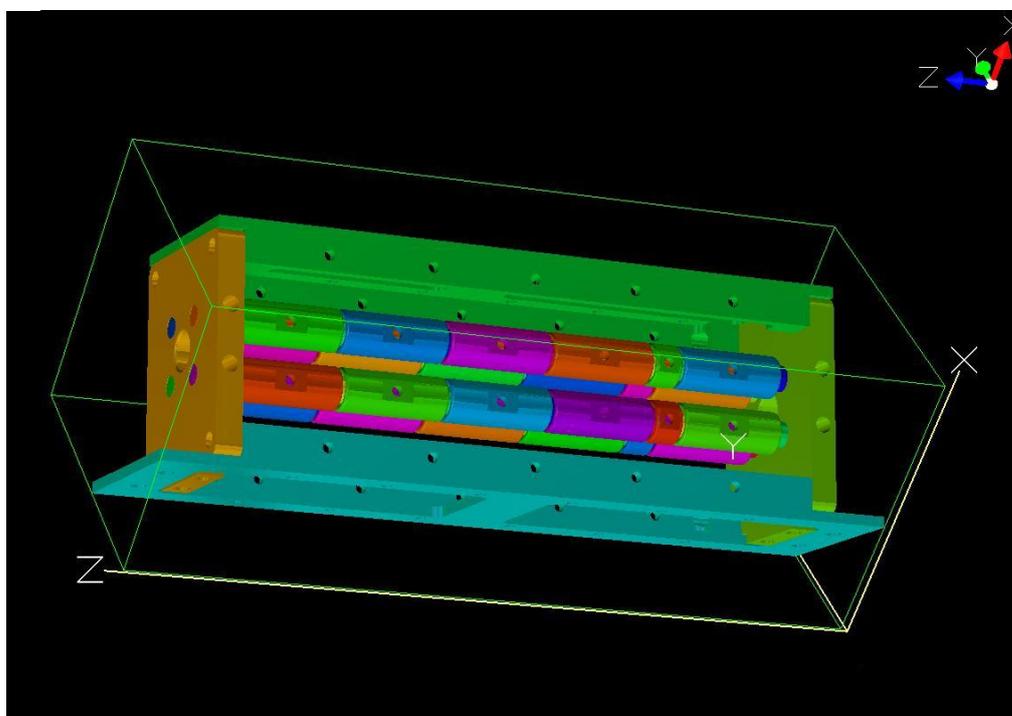


Abbildung 3.7: Fallengeometrie des experimentellen Aufbaus, die gleichzeitig Grundlage für die Simulationen in SIMION ist.

SIMION ermöglicht es jedem einzelnen Teil der Anordnung ein definiertes Potential entweder manuell oder mittels eines Programms in der Programmiersprache Lua zuzuweisen. Die manuelle Zuweisung beschränkt sich jedoch auf rein statische Spannungen und ist hier somit nicht von Nutzen. Das am Ort des Teilchens vorherrschende Potential errechnet SIMION, indem es die Laplace-Gleichung für jede Elektrode einzeln löst und anschließend die Superposition dieser Potentiale bildet. Die Trajektorie des Teilchens wird bei jedem neuen Zeitschritt über ein Runge-Kutta-Verfahren der 4. Ordnung berechnet [42].

Anhang A.2 enthält den geschriebenen Lua-Quellcode, der sich vornehmlich des

Beispiels `quad.lua`, das in SIMION integriert ist und der Diplomarbeit von Stuart Higgins [43] bedient. Er ermöglicht es ein Gesamtpotential Φ_0 nach folgendem Prinzip

$$\Phi_0 = \pm \frac{1}{2} (U_{DC} + V_{rf} \cos(\omega_{rf}t)) + U_{EC} \quad (3.2)$$

anzulegen. Hierbei ist U_{DC} eine Gleichspannungskomponente, die der Radiofrequenzamplitude V_{rf} überlagert wird und U_{EC} eine zusätzliche Gleichspannung. Sie ist vor allem bei der Simulation der Paulfalle notwendig, um das Wannepotential entlang der Achse des Quadrupols zu erzeugen. Ob das Plus- oder Minuszeichen gilt, ist davon abhängig, welche Quadrupolelektrode betrachtet wird. Wichtig ist, dass jeweils die einander gegenüberliegenden Quadrupolelektroden dasselbe Vorzeichen erhalten (E1 und E4, E2 und E3 in Abb. 3.8). Das heißt, dass, wenn an den Quadrupolelektroden E1 und E4 $+U_{DC}$ und $+V_{rf}$ angelegt ist, ist an den Quadrupolelektroden $-U_{DC}$ und $-V_{rf}$ angelegt. Das zusätzliche Gleichspannungspotential U_{EC} wird immer an Gruppen von vier Elektroden angelegt. Diese Gruppen orientieren sich an der Lage der Elektroden in der Paulfalle. So werden immer die vier Elektroden zusammen angesprochen, die in derselben xy -Ebene liegen (s. Abb. 3.8).

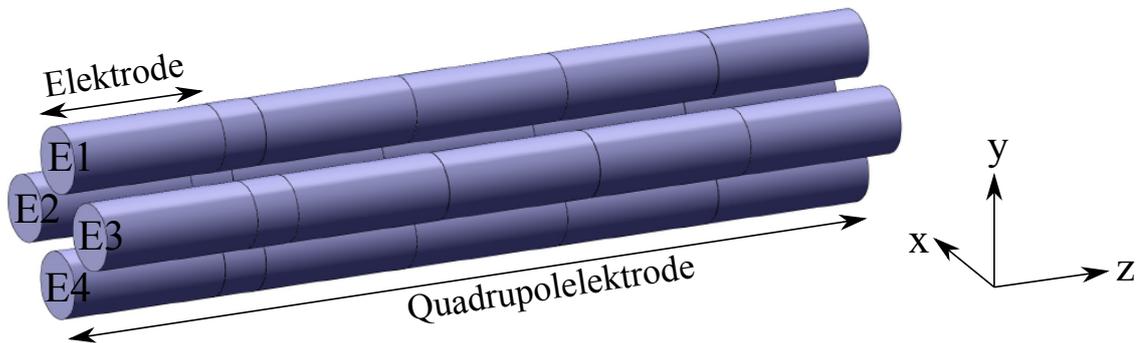


Abbildung 3.8: Nummerierung der Elektroden, wie sie im Lua-Quellcode verwendet wird, zur Verdeutlichung der Spannungen, die an die einzelnen Elektroden angelegt werden können.

Nachdem die Grundlage geschaffen worden ist, zeitabhängige, elektrostatische Felder an die Elektrodenkonfiguration in SIMION anzulegen, können nun in einem weiteren Schritt die Ionenbahnen simuliert und unter anderem auch der Geometriefaktor η bestimmt werden. Aus Gleichung 2.36 ist bekannt, dass die potentielle Energie in z -Richtung nur aus dem Beitrag

$$\frac{1}{2} m \omega_z Q \cdot z^2 = B_2 \cdot z^2 \quad (3.3)$$

besteht, bei dem der Vorfaktor dem Fitparameter B_2 entspricht, wenn an die Potentialkurve ein polynomieller Fit zweiten Grades ($f(x) = B + B_1x + B_2x^2$) gefittet wird. Aus der Definition von ω_z und a lässt sich dann $\eta = (B_2 z_0^2 / U_{EC})$ ermitteln.

Mit $U_{EC} = 100$ V und $z_0 = 2,7$ mm ergibt sich ein Wert von 0,15 für η .

In einem ersten Test der Simulation als Massenfilter wurden anhand von Abbildung 2.7 zwei Punkte gewählt, von denen einer innerhalb und einer außerhalb der Stabilitätsregion liegt. Es wurden die Parameter aus Tabelle 3.2 eingestellt, um die in Abbildung 3.9 veranschaulichten Trajektorien zu erzeugen.

Tabelle 3.2: Eingestellte Parameter des Massenfilters zur Erzeugung einer stabilen (schwarz) und einer instabilen (rot) Trajektorie in Abbildung 3.9.

Ion	a	q	m	Q	U_{DC}	V_{rf}	ω_{rf}	E
1 (schwarz)	0,2	0,798	10,00 amu	1 e	62,5 V	500 V	$2\pi \cdot 5$ MHz	110 eV
2 (rot)	0,05	0,2	39,86 amu	1 e	62,5 V	500 V	$2\pi \cdot 5$ MHz	110 eV

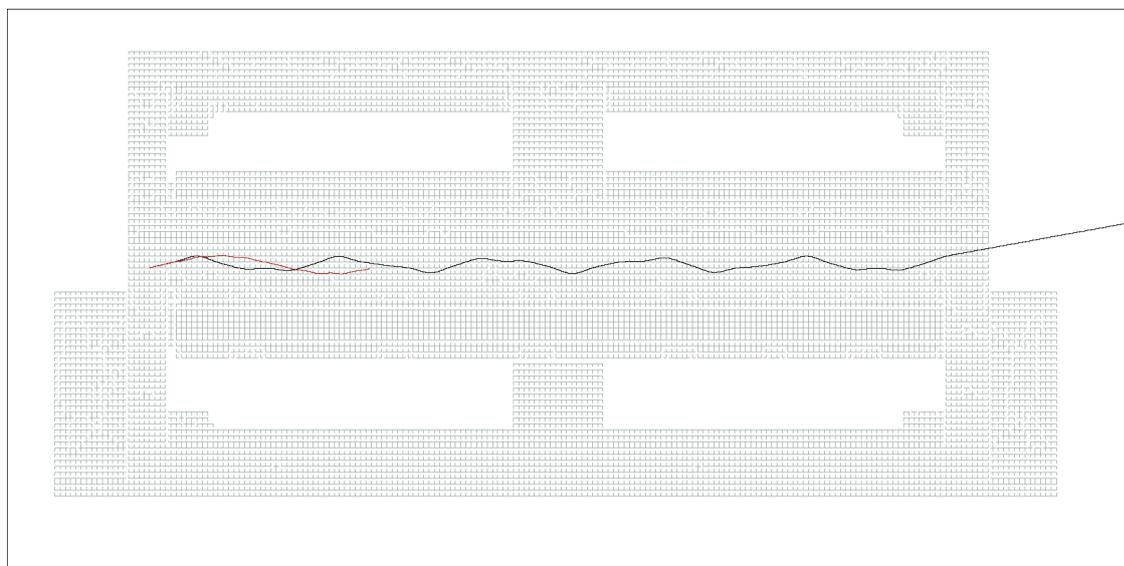


Abbildung 3.9: yz -Ansicht der simulierten Trajektorien mit den Bedingungen aus Tabelle 3.2.

Abbildung 3.9 lässt deutlich die Mikro- und Makrobewegung des stabilen Ions erkennen. Auch bei der instabilen Trajektorie sind die Ansätze der schnellen Mikro- und der langsameren Makrobewegung zu sehen. Beide Ionen wurden unter demselben Einschusswinkel und Startposition an einem Ende in das Massenfilter injiziert.

Ein interessantes Phänomen tritt bei sehr kleinen Anfangsenergien auf (s. Abb. 3.10). Hier wird die anfänglich stabile Bahn durch die Randfelder, die an den Enden des rotierenden Quadrupolpotentials auftreten, so stark beeinflusst, dass es zu einer Umkehr der Flugrichtung in der z -Koordinate sowie zu einer Amplitudenerhöhung in der xz -Ebene kommt, das Ion aber immer noch eine stabile Bahn auf dem Rückweg behält. Jene Randfelder können eine stabile Ionenbahn auch dahingehend beeinflussen, dass diese nach Durchgang durch das Massenfilter divergiert, dadurch auf

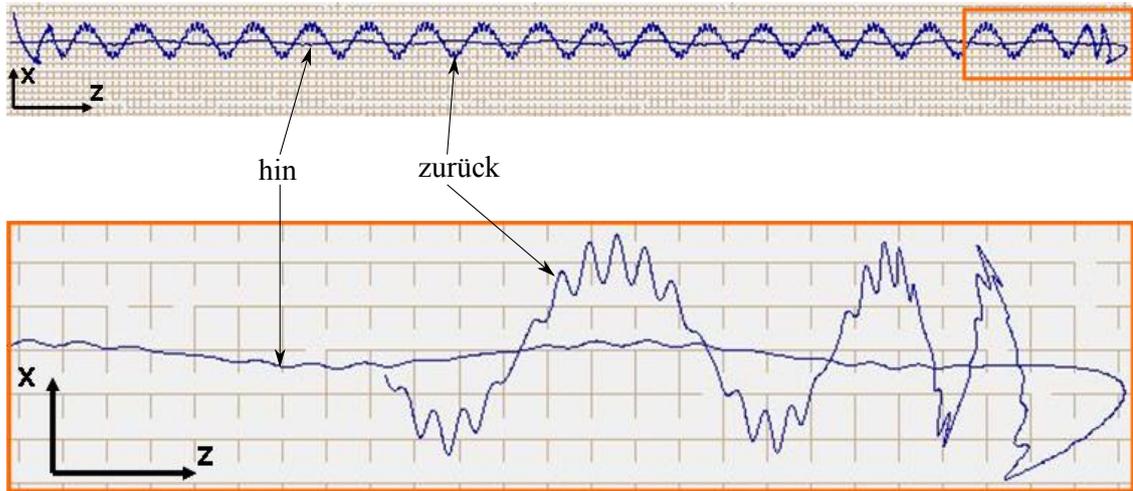


Abbildung 3.10: Einfluss des Randpotentials; Li^+ bei $U_{DC} = 20 \text{ V}$, $V_{rf} = 200 \text{ V}$, $f_{rf} = 4 \text{ MHz}$, $E = 0,1 \text{ eV}$.

den Halter trifft und das Ion somit verloren geht. Das entgegengesetzte Szenario ist ebenfalls möglich, was viele Abweichungen zwischen Experiment und Theorie des Massenfilters erklären könnte. Die Tatsache, dass das reale Massenfilter nicht unendlich lang ist, ist eine weitere Quelle für Abweichungen vom Idealverhalten. Bahnen die nur sehr langsam divergieren, können ein endliches Massenfilter passieren, ein unendliches hingegen nicht.

Werden die Ionen nun in etwa in der Mitte der Hauptfalle gestartet und an deren Endkappenelektroden eine Spannung U_{EC} angelegt, betreibt man die Anordnung im Modus Paulfalle. Im Folgenden werden drei Vergleiche durchgeführt. Erstens werden die mittels SIMION simulierten Teilchenbahnen des Massenfilters und der Paulfalle in der xy -Ebene gegenübergestellt. Zweitens wird die durch MATLAB erzeugte Trajektorie in der xy -Ebene mit der Simulation verglichen. Drittens erfolgt ein Vergleich der simulierten Ionenbahnen bei unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten in der Paulfalle. Dazu wird nur die kinetische Energie beim Aussetzen des Ions in der Falle variiert, während alle anderen Parameter konstant gehalten werden (s. Tab. 3.3).

Tabelle 3.3: Konstant gehaltene Parameter bei den simulierten Trajektorien in SIMION zur Untersuchung der Abhängigkeit der Verweildauer des Ions in der Falle bei unterschiedlichen kinetischen Energien zu Beginn der Simulation.

m	Q	U_{DC}	U_{EC}	V_{rf}	ω_{rf}
10 amu	1 e	0 V	73,34 V	375 V	$2\pi \cdot 5 \text{ MHz}$

Für die durch SIMION simulierten Trajektorien kann nur ein ungefährender Wert für a angegeben werden, da η von U_{EC} abhängig ist und auf den Wert $\eta = 0,3$ bei $U_{EC} = 73,34 \text{ V}$ geschätzt wurde.

3.3.1 Vergleich der durch SIMION simulierten Iontrajektorien im Massenfilter und in der Paulfalle

Die Theorie besagt, dass die Bewegung der Ionen in der xy -Ebene im Massenfilter und in der Paulfalle ähnlich ist, da die jeweiligen Bewegungsgleichungen bei beiden Betriebsarten in der Mathieu-Gleichung resultieren (s. Kap. 2). Es ergeben sich lediglich unterschiedliche Vorzeichen der Parameter a und q der Mathieu-Gleichung je nachdem welche Bewegungsrichtung und welcher Betriebsmodus betrachtet wird. Diesen Sachverhalt veranschaulicht Abbildung 3.11.

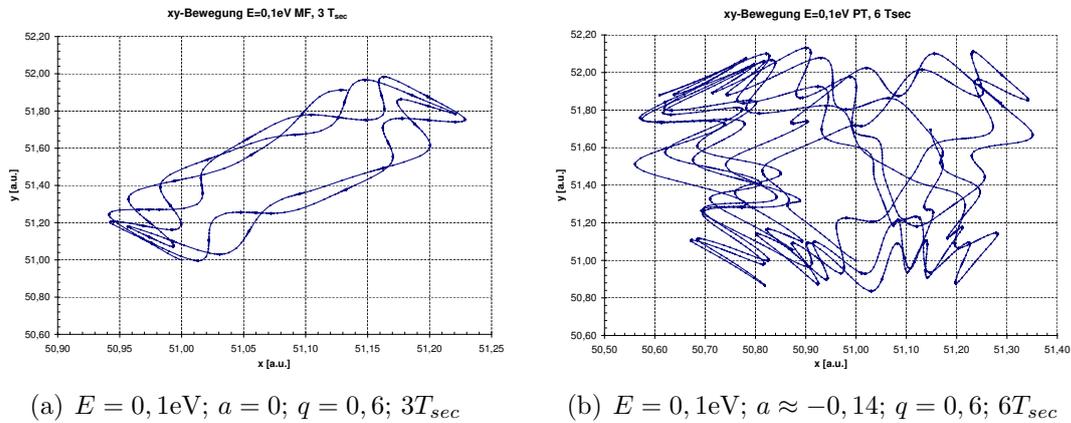
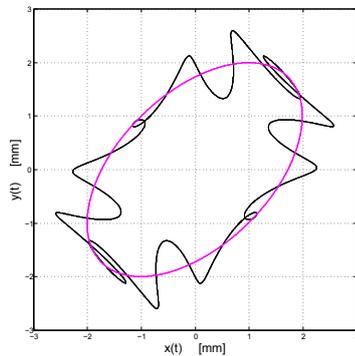


Abbildung 3.11: Simulierte Trajektorien in der xy -Ebene für das Massenfilter (a) und die Paulfalle (b). Bei beiden wurde nur ein Teil der gesamten Trajektorie dargestellt, da aufgrund von Bahnüberschneidungen sonst keine Strukturen mehr zu erkennen wären. T_{sec} ist die jeweilige Periodendauer der Säkularfrequenz, die aus den Werten für a und q errechnet wurde.

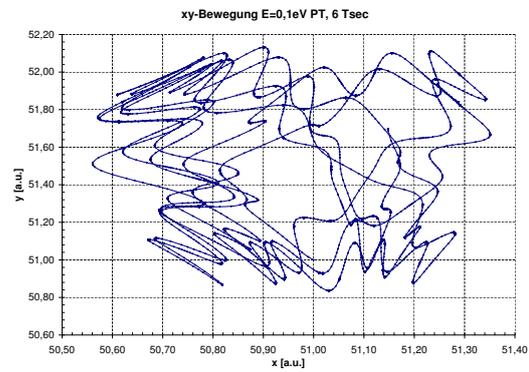
Abbildung 3.11(a) zeigt eine stabile Ionenbahn im Massenfilter bei einer Anfangsenergie von $E = 0,1 \text{ eV}$. Die Gleichspannung U_{EC} wurde hierfür auf 0 V reduziert. In Abbildung 3.11(b) ist die Trajektorie desselben Ions bei derselben Anfangsenergie und der Endkappenspannung $U_{EC} = 73,34 \text{ V}$ dargestellt. Der Vergleich der beiden Abbildungen bestätigt, dass die Trajektorien in der xy -Ebene des Massenfilters und der Paulfalle tatsächlich ähnlich sind. Auffallend ist jedoch, dass das Teilchen in der Paulfalle (s. Abb. 3.11(b)) einen größeren Bereich der xy -Ebene ausnutzt, als das Teilchen im Massenfilter (s. Abb. 3.11(a)). Dies liegt an dem zusätzlichen Endkappenpotential U_{EC} , das für den Betrieb als Paulfalle angelegt werden muss. Es ändert die Definition des Parameters a und beeinflusst die Vorzeichen in den Mathieu-Gleichungen für die x - und y -Richtung derart, dass die resultierenden Trajektorien des Massenfilters und der Paulfalle nicht identisch sind.

3.3.2 Vergleich der von SIMION und MATLAB erhaltenen Trajektorien eines Ions in der Paulfalle

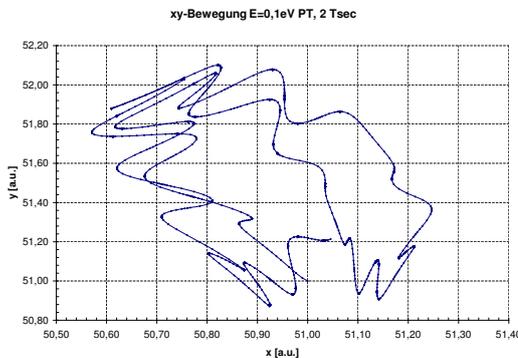
Es wurde bereits gezeigt, dass die theoretischen Lösungen der Bewegungsgleichungen eines Teilchens in der Paulfalle mittels MATLAB veranschaulicht werden können (s. Abschnitt 3.2). In einem nächsten Schritt soll nun untersucht werden, inwieweit die durch MATLAB erhaltenen Teilchenbahnen, mit denen, die mittels SIMION simuliert wurden, übereinstimmen. Daraus wird die Erkenntnis gewonnen, ob die Theorie eine ausreichende Beschreibung der Trajektorien in der Paulfalle ermöglicht.



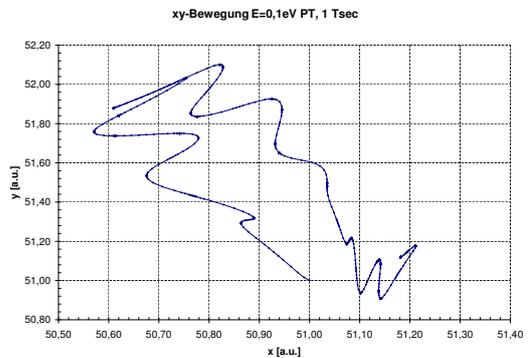
(a) Ionenbahn und Schwerpunkt in der xy -Ebene nach MATLAB



(b) $E = 0, 1\text{eV}$; $a \approx -0, 14$; $q = 0, 6$; $6T_{sec}$



(c) $E = 0, 1\text{eV}$; $a \approx -0, 14$; $q = 0, 6$; $2T_{sec}$



(d) $E = 0, 1\text{eV}$; $a \approx -0, 14$; $q = 0, 6$; $1T_{sec}$

Abbildung 3.12: Durch SIMION simulierte Trajektorien in der xy -Ebene für die Paulfalle (b),(c),(d) im Vergleich mit der durch MATLAB (a) ermittelten Trajektorie für dieselben Parameter. T_{sec} ist die Periode der Säkularfrequenz bei den gewählten Werten für $a = -0, 14$ und $q = 0, 6$.

Abbildung 3.12(a) ist diesselbe Trajektorie wie Abbildung 3.4(b). Sie wurde hier wiederholt, um den Vergleich mit den durch SIMION simulierten Kurven zu erleichtern.

Die Abbildungen 3.12(b)-3.12(d) zeigen dasselbe Ion, lediglich für unterschiedlich lange Verweildauern in der Paulfalle. Das gewählte Ion weist lange eine stabile Bahn auf, sodass aus der insgesamt beschriebenen Bahn keine Strukturen mehr zu erkennen waren. Deshalb wurde hier lediglich ein kurzer Zeitraum, wenige Perioden der Säkularbewegung, dargestellt.

Werden die Kurven aus Abbildung 3.12 gegenübergestellt, so weisen diese, trotz der augenscheinlichen Unterschiede, dennoch Ähnlichkeiten auf. In beiden Abbildungen existieren scharfe Umkehrpunkte der Ionenbahn in der xy -Ebene. Dass sich für die simulierte Ionenbahn keine geschlossenen Kurven ergibt, liegt an der recht ungenauen Schätzung von a . Ein weiterer Aspekt, der die Unterschiede erklären könnte, ist die Wahl der vorgegebenen Parameter. Die Anfangsbedingungen in MATLAB bestehen, zusätzlich zur Wahl der Spannungen und der Radiofrequenz, aus der Vorgabe einer Amplitude (hier 2 mm) und eines Phasenfaktors (hier $\pi/3$). SIMION dagegen verlangt detailliertere Anfangsbedingungen. So müssen Startposition, Startgeschwindigkeit und Startrichtung vorgegeben werden. Inwieweit diese nun mit den gewählten Anfangsbedingungen in MATLAB kompatibel sind, ist nicht bekannt und kann nur durch den Vergleich der erhaltenen Kurven überprüft werden.

Hinsichtlich der eben angeführten Gründe und dem Umstand, dass sich die mit SIMION simulierten Trajektorien stärker an die tatsächlichen Situation anlehnen, kann daraus geschlossen werden, dass bei geeigneter Wahl der Anfangsbedingungen die Ionenbahnen durch die Theorie ausreichend gut beschrieben werden können.

3.3.3 Vergleich der von SIMION simulierten Trajektorien eines Ions in der Paulfalle bei unterschiedlichen Anfangsenergien

Bei Änderung der Anfangsgeschwindigkeit des Ions zeigte sich, dass dasselbe Ion je nachdem mit welcher kinetischen Energie es in der Falle gestartet wird, unterschiedlich lange dort verweilt, wenn alle anderen Parameter konstant gehalten werden.

Abbildung 3.13 zeigt die Simulation eines Ions mit den Parametern aus Tabelle 3.3 für verschiedene Anfangsenergien. Abbildung 3.13(a) ist bereits bekannt (s. Abb. 3.12, 3.11) und stellt nicht die komplette, durchlaufene Bahn des Teilchens dar. Dieses würde erst nach etwa 6000 Perioden der Säkularfrequenz seinen Flug beenden. Hingegen veranschaulichen die kurzen Trajektorien der Abbildungen 3.13(b)-3.13(d) jeweils die gesamte Ionenbahn.

Der Vergleich der Teilchentrajektorien aus Abbildung zeigt deutlich, dass die kinetische Energie der Ionen eine wichtige Rolle für die Dauer ihres Aufenthalts in der Falle spielt. Eine um den Faktor tausend reduzierte Anfangsenergie des Ion bewirkt eine um etwa den Faktor 10^5 längere Verweildauer in der Paulfalle. Daraus lässt sich schließen, dass für lange Speicherzeiten eine Kühlung der Ionen von Nöten ist.

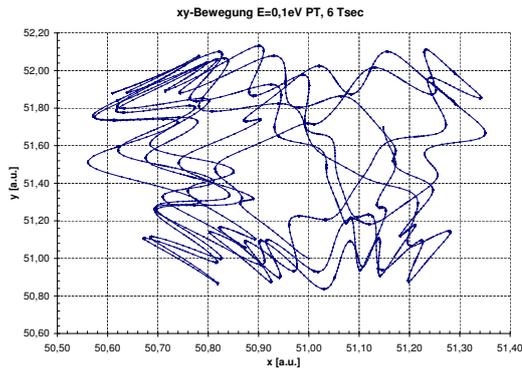
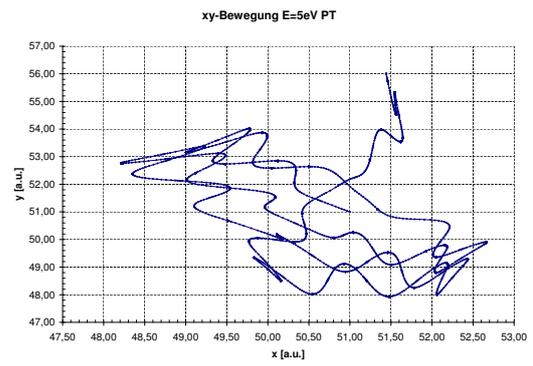
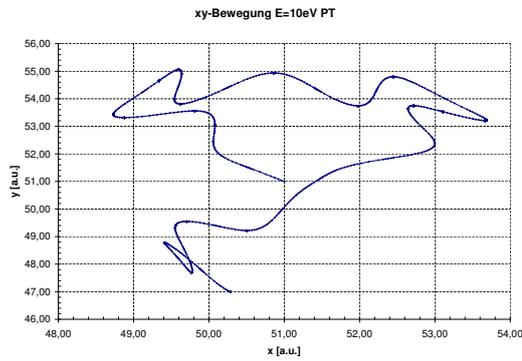
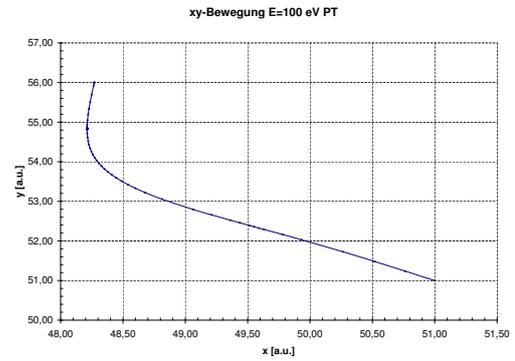
(a) $E = 0,1\text{eV}$; $a \approx -0,14$; $q = 0,6$; $6T_{sec}$ (b) $E = 5\text{eV}$; $a \approx -0,14$; $q = 0,6$; $2,5T_{sec}$ (c) $E = 10\text{eV}$; $a \approx -0,14$; $q = 0,6$; $0,9T_{sec}$ (d) $E = 100\text{eV}$; $a \approx -0,14$; $q = 0,6$; $0,07T_{sec}$

Abbildung 3.13: Simulierte Trajektorien in der xy -Ebene für die Paulfalle bei unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten des Ions. T_{sec} ist die Periode der Säkularfrequenz bei den gewählten Werten für $a = -0,14$ und $q = 0,6$.

Kapitel 4

Experimenteller Aufbau

Dieses Kapitel enthält detaillierte Informationen über den gesamten experimentellen Aufbau der Vakuumkomponenten. Es werden Hintergründe zur Konstruktion sowie zur Funktionsweise der Apparatur gegeben und diskutiert.

4.1 Anforderungen und Konzept

Vorrangiges Ziel der Konstruktion ist es, eine Umgebung zu schaffen, die es erlaubt hochgeladene Ionen (HCI, *engl.: highly charged ion*) für eine lange Zeit in ihrem jeweiligen Ladungszustand zu speichern. Das heißt, dass ein Vakuum von bis zu 10^{-13} mbar von Nöten ist, um Stöße und den daraus folgenden Ladungsaustausch mit dem Restgas zu reduzieren. Aus diesem Grund wird das Herzstück des Aufbaus, die Paulfalle, auf einer Temperatur von 4 K gehalten und durch Kälteschilde vor Wärmeeinstrahlung von außen geschützt.

Des Weiteren sollen in den geplanten Experimenten die HCIs sympathetisch gekühlt werden, um sie zu zwingen, sich in einem festen Gitter anzuordnen. Darüber hinaus bieten die so gekühlten Ionen die Möglichkeit zu hochgenauer Laserspektroskopie mit einer Auflösung bis hin zur natürlichen Linienbreite der zu untersuchenden Übergänge.

Die Anzahl der verwendeten Elektroden in dieser Konstruktion wurde im Vergleich zur konventionellen, linearen Paulfalle (s. Abb. 2.8) auf 24 erhöht. Dies schafft zwei Fallen, die Hauptfalle mit allen optischen Zugängen und die Vorfalle. Letztere hat den Zweck eine Ionensorte evt. zwischenzuspeichern und/oder zu selektieren, bevor ein Umladen in die Hauptfalle erfolgt. Zudem wird durch eine längere Konfiguration der Einfang gepulster Ionenstrahlen erleichtert, da deren Flugzeit innerhalb der Falle dadurch verlängert wird.

Abbildung 4.1 zeigt eine Übersicht des Aufbaus der Vakuumelemente, welche detailliert in Abschnitt 4.2 und 4.3 dargestellt werden. Die Spannungsversorgung der Elektroden wird in Abschnitt 4.4 näher erläutert.

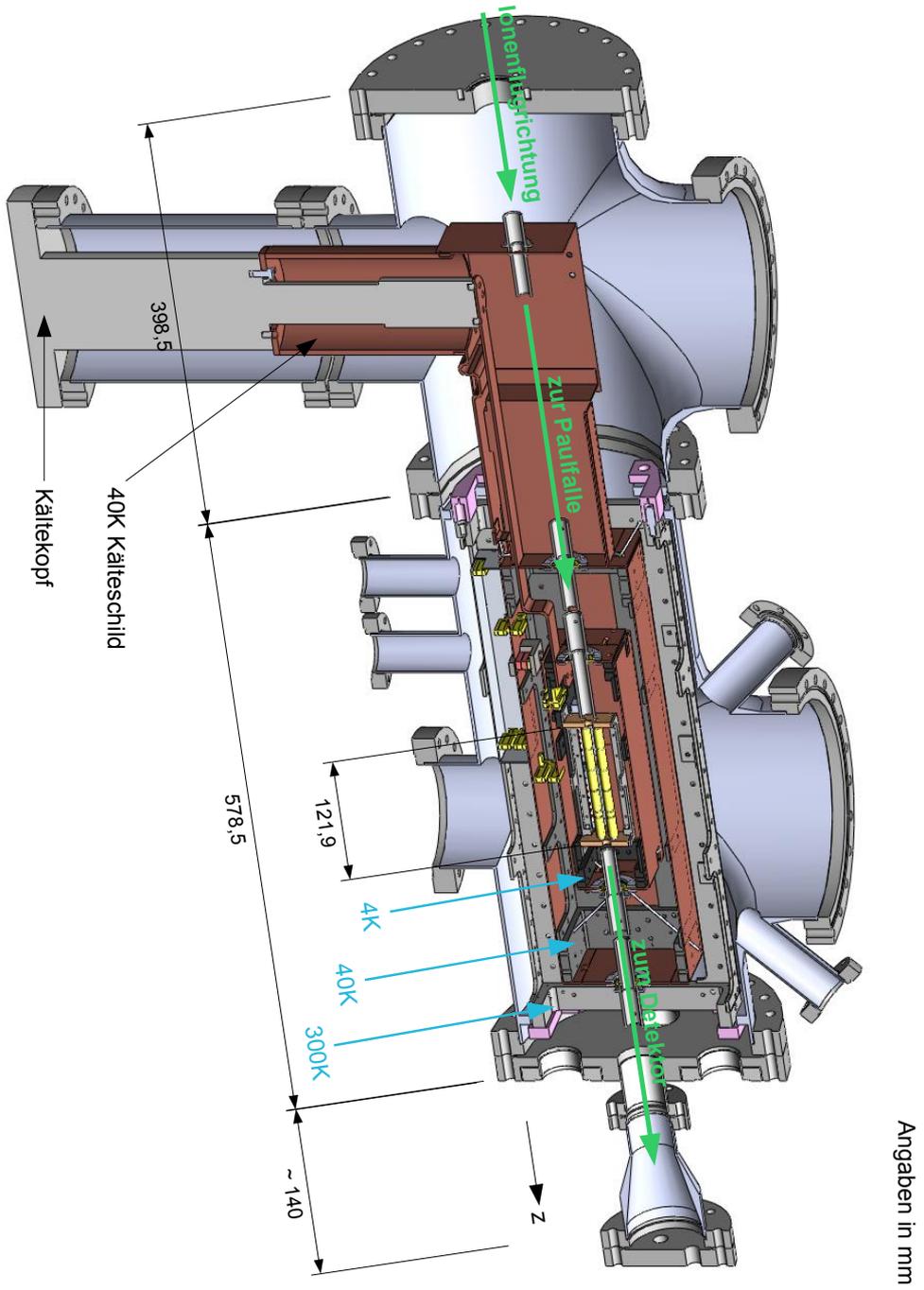


Abbildung 4.1: Längsschnitt des gesamten Vakuumaufbaus; die erste Kammer (links) enthält den Kältekopf sowie die Durchführungen zur Spannungsversorgung der 24 Elektroden. Nicht gezeigt sind die optischen Zugänge für Laser und Diagnostik in der rechten Kammer.

4.2 Kryogener Aufbau der Kältestufen

Insgesamt gibt es drei Kältestufen, 300 K, 40 K und 4 K. Damit wird erreicht, dass der Wärmeeintrag differentiell und nicht auf einmal über die gesamte zu überbrückende Temperaturspanne erfolgt. Zu diesem Zweck sind die verschiedenen Kältestufen via Speichen miteinander verbunden, was den Weg des Wärmeübertrages maximiert und die Querschnittsfläche minimiert. Dennoch weist diese Konstruktion eine hohe Festigkeit und Stabilität auf.

Wie bereits erwähnt, ist der Aufbau in drei Kältestufen gegliedert, die verschiedene Elemente beinhalten und unterschiedlichen Zwecken dienen. Das gemeinsame Ziel ist es jedoch, die Temperatur im Bereich der Paulfalle auf 4 K oder sogar darunter zu senken. Die einzelnen Stufen sind im Wesentlichen an drei Montagegerahmen zu unterscheiden (blaue Pfeile in Abb. 4.1). Alles was in direktem Kontakt zu dem jeweiligen Rahmen steht, liegt bei derselben Temperatur.

Zur Erzeugung der kryogenen Temperaturen von 4 bzw. 40 K wird ein Kältekopf Model RDK-408E der Firma Sumitomo Heavy Industries, Ltd. verwendet. Dieser liefert in einer ersten Kältestufe bei 40 K 31 W, während die zweite Kältestufe bei 4,2 K noch eine Leistung von 1 W hat [44].

Im Folgenden wird beschrieben, wie das gemeinsame Ziel erreicht werden soll, welche Bauteile im speziellen zu den einzelnen Kältestufen gehören und was ihre genaue Funktion ist.

4.2.1 Die 300 K-Stufe

Den wichtigsten Teil der 300 K-Stufe stellt die Vakuumkammer selbst zusammen mit dem äußersten von drei Edelstahlrahmen dar. Die Vakuumkammer besitzt 15 optische Zugänge, von denen 13 unter verschiedenen Winkeln auf das Zentrum der Paulfalle und zwei entlang der Achse ausgerichtet sind (s. Abb. 4.2). Natürlich gehören zu dieser Stufe auch alle Durchführungen, Flansche, Pumpen, etc., die sich außerhalb der Kammer befinden.

Anhand von Abbildung 4.2 lassen sich die 13 optischen Zugänge zum Zentrum der Hauptfalle identifizieren. Die symmetrische Anordnung zur Schnittebene lässt 5 der 10 horizontalen Arme in einer Ebene erkennen, die einen maximalen Winkel von 90° bilden. Der etwas größere Zugang von unten dient zum Einführen elektrischer Durchführungen in den Vakuumbereich. Am rechten Bildrand ist die Position des Detektors, Model MCP-33-D-R-A der Firma tectra, zu erkennen. Dieser besteht aus zwei Mikrokanalplatten (MCP, *engl: microchannel plate*) in sogenannter Chevron Konfiguration mit einer sich anschließenden Anode zum Nachweis der Ionen. Sein Außendurchmesser beträgt 33 mm, was eine aktive Fläche von etwa 25 mm bedingt. Die Mikrokanäle weisen einen Durchmesser von $10 \mu\text{m}$, einen Abstand von Mittelpunkt zu Mittelpunkt von $13,5 \mu\text{m}$, einen Neigungswinkel von $12 \pm 1^\circ$ und ein Verhältnis von Kanallänge zu Kanaldurchmesser von 40:1 auf. Er liegt zunächst

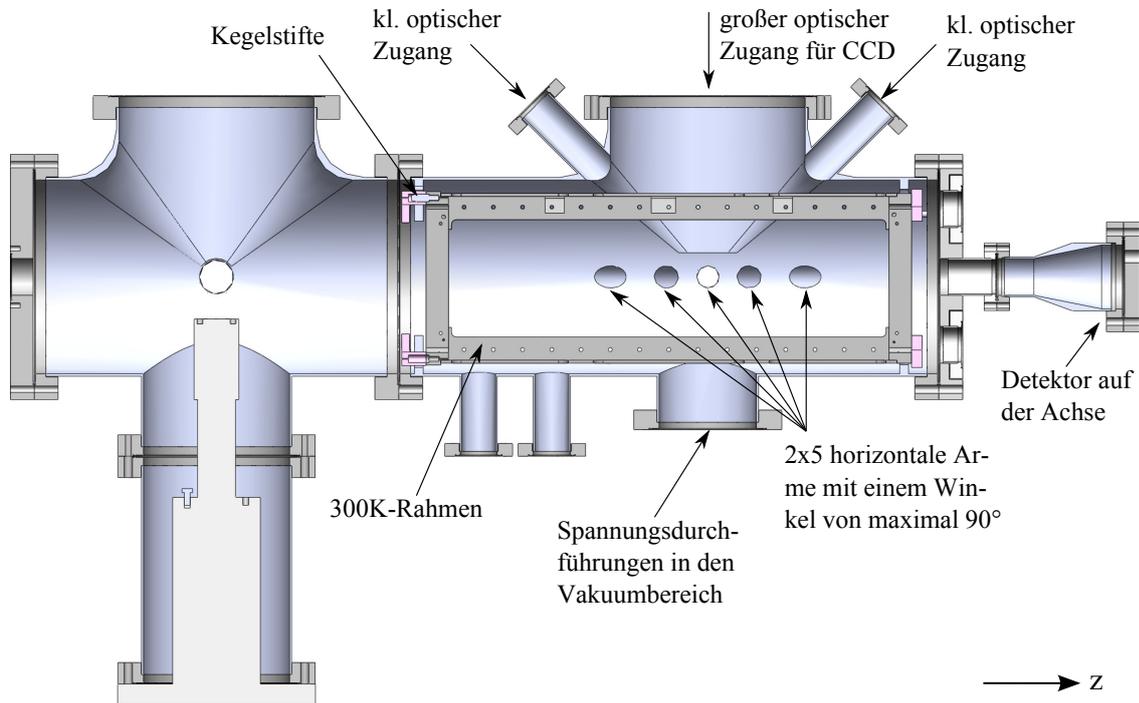


Abbildung 4.2: Schnittansicht der Elemente der 300 K-Stufe. Zu erkennen ist der 300 K-Rahmen (grau) mit einer Länge von 498 mm und einer Höhe von 175 mm sowie die Halterungen an der Kammer selbst (rosa), die Kegelstifte und einen Teil der optischen Zugänge.

auf der Achse der Paulfalle für den Betrieb als Massenfilter. Es besteht aber die Möglichkeit ihn um 30° von der Achse weg zu montieren, um den Zugang für Lasereinschüsse freizugeben.

Für die weiter innen liegenden Komponenten stellt der 300 K-Rahmen das zentrale Element dar. Er besitzt eine Größe von $175 \times 498 \times 80$ mm und besteht aus zwei rechteckigen Edelstahlrahmen an den Stirnseiten, die durch Edelstahlplatten mit einer Dicke von 3 mm und der entsprechenden Länge miteinander verbunden sind. Von dem übrigen Aufbau ist er das einzige Teil, das direkt mit der Kammer verbunden ist und somit für Position und Stabilität der restlichen Komponenten verantwortlich ist. Dank daran fixierter Kegelstifte ist es möglich, den 300 K-Rahmen als Ganzes mit den daran befestigten Elementen aus der Kammer herauszuziehen und Reparaturarbeiten an inneren Bauteilen vorzunehmen. Nach beendeter Reparatur kann die Konstruktion wieder zurückgeschoben werden und findet aufgrund der Kegelstifte reproduzierbar die richtige Position wieder. Zudem verfügt der Rahmen sowohl über passgenaue Montagelöcher für die Edelstahlspeichen, die zur Aufhängung des 40K-Rahmens dienen, als auch über ausreichend Gewindelöcher zur Befestigung weiterer ionen- oder lichtführender Komponenten.

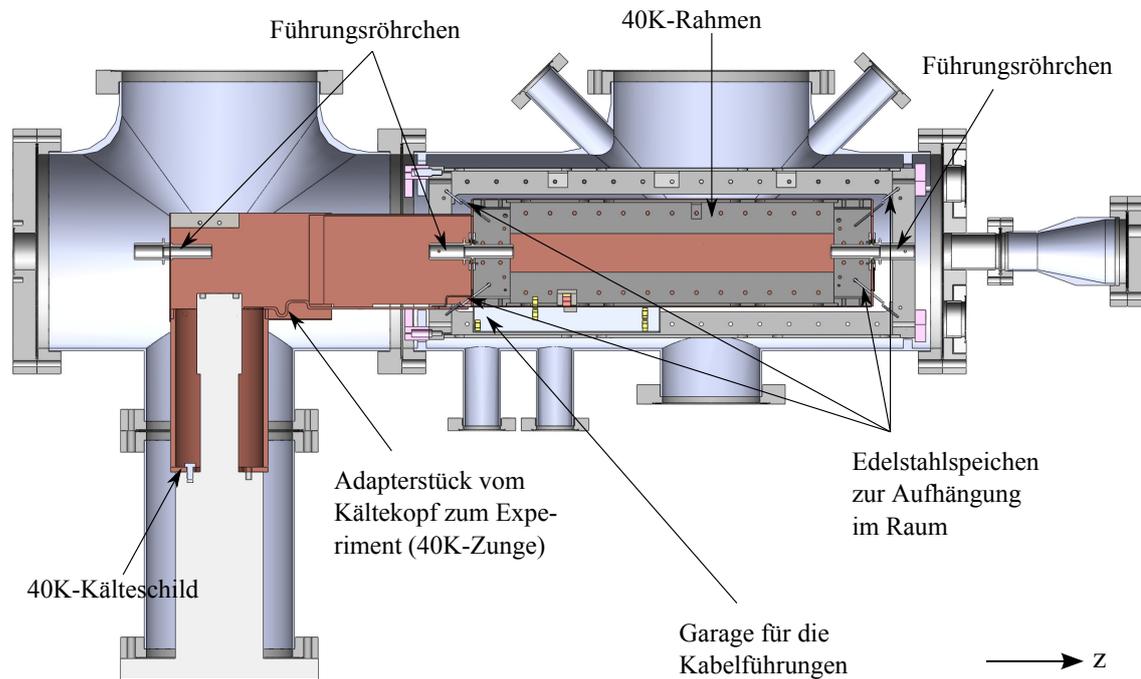


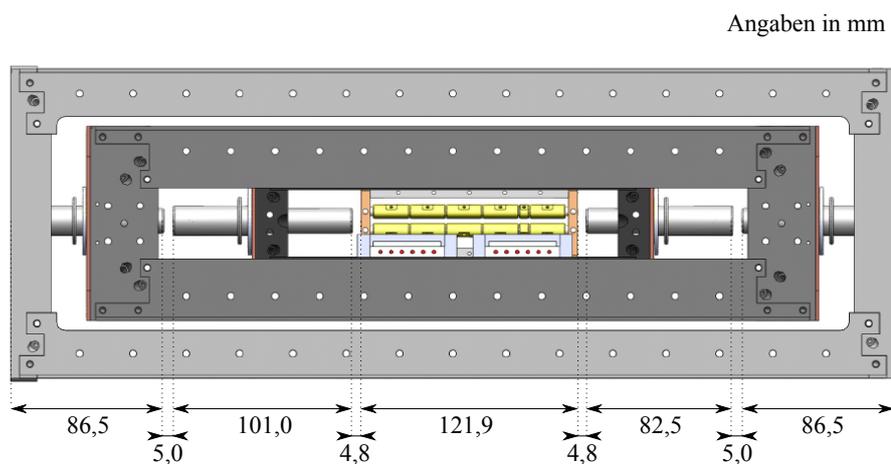
Abbildung 4.3: Schnittansicht der Elemente der 40 K-Stufe. Der 40 K-Rahmen (dunkelgrau) ist durch Edelstahlspeichen mit dem 300 K-Rahmen fest verbunden. An den Stirnseiten des 40 K-Kälteschildes (braun) sind die Führungsröhrchen (hellgrau) befestigt. Unterhalb des 40 K-Rahmens ist das Gehäuse für die Kabelführungen, die Garage, montiert.

4.2.2 Die 40 K-Stufe

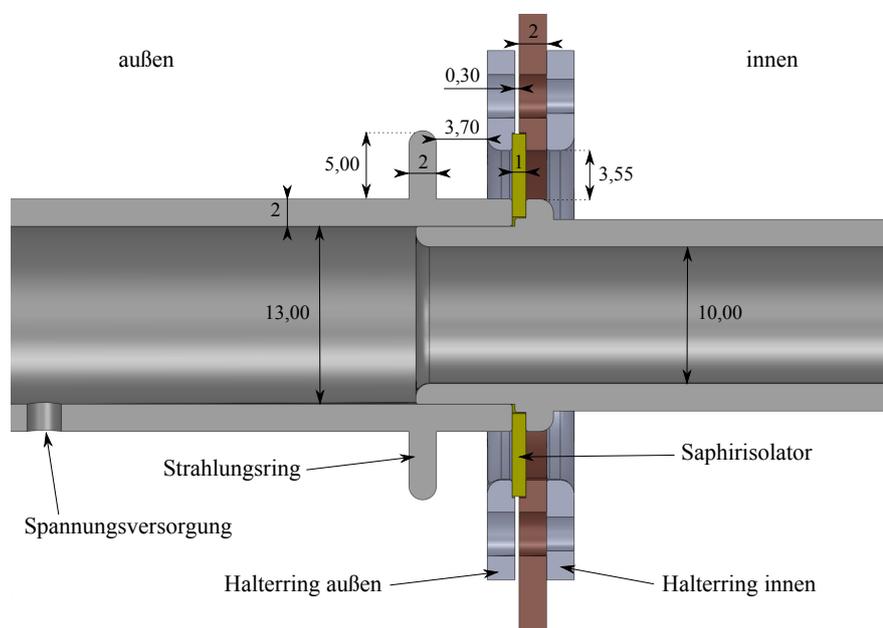
Das Hauptelement der 40 K-Stufe besteht aus einer ähnlichen Edelstahlrahmenkonstruktion ($110 \times 408 \times 130 \text{ mm}$) wie bei der 300 K-Stufe, die mittels insgesamt 8 Edelstahlspeichen von einem Durchmesser von 2 mm und einer Länge von etwa 118 mm fest mit dem 300 K-Rahmen verbunden und über diesen im Innern der Vakuumkammer fixiert ist. Des Weiteren ist auf dieser Stufe das 40 K-Kälteschild montiert. Es besteht aus Kupferblech mit einer Stärke von 1 mm und einer Reinheit von 99,98% und ist direkt an die erste Kältestufe des Kältekopfes angeschlossen, welcher die Temperatur von 40 K festlegt. Zusätzlich existiert eine direkte Ankopplung vom Kältekopf zu dem Teil des 40 K-Kälteschildes, welches den 40 K-Rahmen umgibt. Diese Verbindung ist mehrfach gebogen um etwaige Vibrationen vom Kältekopf nicht auf die Paulfalle zu übertragen (s. Abb. 4.3). Der Kältekopf liefert eine Leistung von 31 W, was bedeutet, dass alle Wärmeeinträge zusammen diesen Wert nicht überschreiten sollten, um eine Temperatur von 40 K zu garantieren.

In Abbildung 4.3 fallen mehrere Führungsröhrchen ins Auge. Zusammen mit denen der 4 K-Stufe (s. Abb. 4.5) können sie als elektrostatische Einzellinsen betrieben werden und somit zur Fokussierung der Ionen beitragen. Es handelt sich um Edelstahlröhrchen mit einem Innendurchmesser von 10 mm und verschiedener Länge, die,

ineinander verschraubt, einen dünnen Saphirisolator klemmen und auf den Stirnseiten der Kälteschilde befestigt sind. Ihr Abstand zueinander beträgt 5 mm im Bereich der Rahmen und zu den Haltern der Paulfalle selbst 4,8 mm (s. Abb. 4.4(a)). Ferner verfügen sie nach außen hin über einen Abschirmungsring von 2 mm Dicke und einer Breite von 5 mm, sodass der Eintrag von Wärmestrahlung durch die Saphirringe auf das Innere der Falle minimiert wird. Gehalten werden die Röhrenchen durch den Isolationsring aus Saphir, der mittels zwei Halterrings aus Edelstahl an der Stirnseite des Kälteschildes befestigt ist (s. Abb. 4.4).



(a) Anordnungübersicht der Führungsröhren



(b) Schnittansicht eines Führungsröhrens

Abbildung 4.4: Übersicht und Schnittansicht der Führungsröhrenkonstruktion, zur Verdeutlichung der Dimensionen, nähere Erläuterungen siehe Text. Alle Angaben in mm.

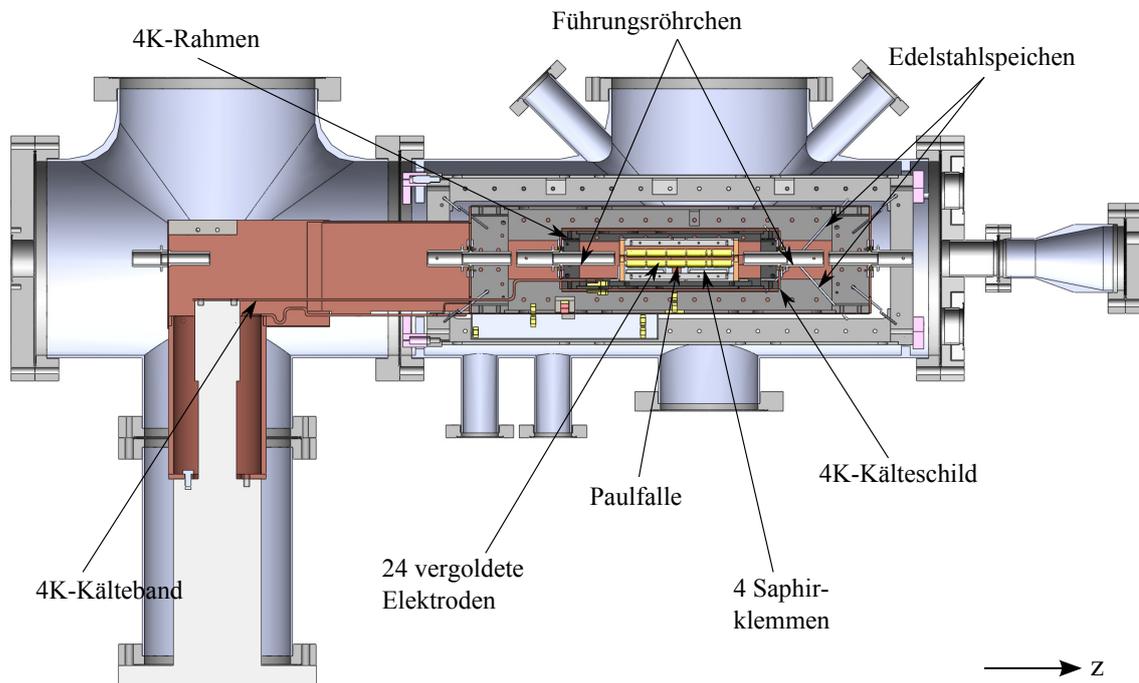


Abbildung 4.5: Schnittansicht der Elemente der 4 K-Stufe. Zu erkennen sind der 4 K-Rahmen (schwarz-grau), die 24 vergoldeten Elektroden der Paulfalle (gelb), das 4 K-Kälteband (braun), das die Kältezufuhr gewährleistet, zwei weitere Führungsröhrchen (hellgrau) sowie das 4 K-Kälteschild (hellgrau) und die Edelstahlspeichen zur Aufhängung im Raum. Versteckt hinter der Paulfalle befinden sich die Saphirklemmen.

Das letzte Element dieser Stufe, die sogenannte Garage ist ein Gehäuse aus poliertem Edelstahl mit einer Größe von $26 \times 192 \times 64$ mm. Sie stellt einen möglichst langen Weg auf engem Raum für die Durchführungen der Spannungsversorgung der Elektroden zur Verfügung. Sie wird unterhalb des 40 K-Rahmens montiert und führt die Kabel serpentinähnlich von 300 K auf 40 K.

4.2.3 Die 4 K-Stufe

Diese Stufe besteht aus dem letzten der drei Edelstahlrahmen, der ähnlich wie die beiden vorherigen aufgebaut ist und eine Größe von $60 \times 222 \times 108$ mm hat. Zudem befindet sich hier das Herzstück des Experiments, die Paulfalle (s. Abschnitt 4.3). Sie ist auf der 5 mm starken 4 K-Kupferplatte, die eine Reinheit von 99,99% hat, verankert, welche wiederum fest mit dem 4 K-Rahmen verbunden ist. Weiterhin existiert eine direkte Verbindung zur zweiten Kältestufe des Kältekopfes. Dieses 4 K-Kälteband besteht aus ultrahochreinem Kupfer von 99,997% mit einer Dicke von 2 mm und wird mittels vier Schrauben fest auf der Kupferplatte angebracht um einen guten Wärmekontakt zu garantieren und das Innere des Aufbaus durch permanente Kältezufuhr auf diese Temperatur zu bringen (vgl. Abb. 4.5).

Die nächsten Elemente sind bereits aus der 40K Stufe bekannt und sollen hier nur kurz erwähnt bleiben. Zum Einen werden auch hier 8 Edelstahlspeichen mit einem Durchmesser von 2 mm und einer Länge von etwa 108 mm zur Aufhängung im Raum verwendet, zum Anderen gibt es ebenfalls ein Kälteschild aus 1 mm starkem Kupferblech und zwei weitere Führungsröhrchen, die die Ionen in die Falle hinein leiten und fokussieren sollen.

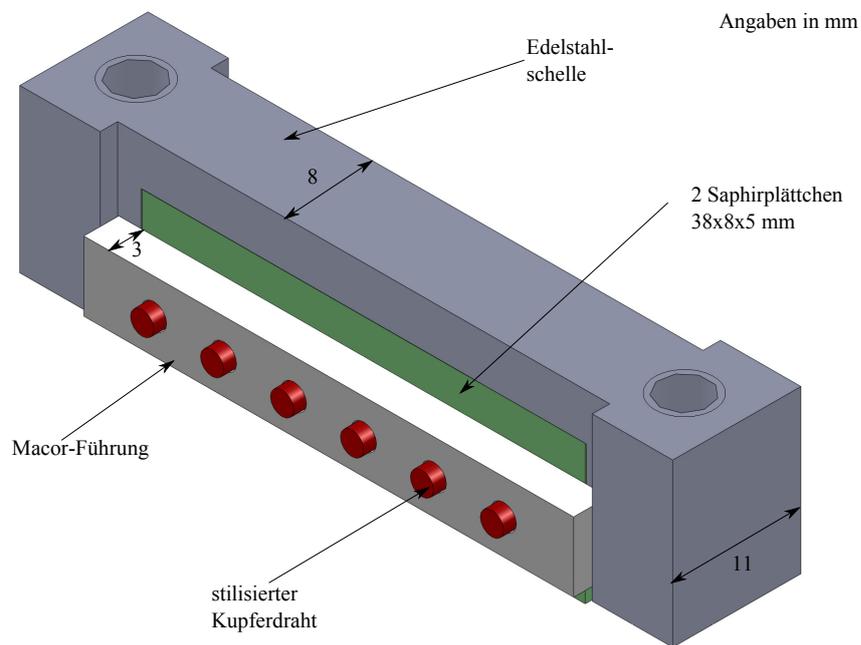
Gleichzeitig mit dem Kälteübertrag von der 4 K-Kupferplatte auf dem Boden, werden die 24 Elektroden der Paulfalle zusätzlich durch ihre jeweiligen vergoldeten Kupferdrähte von einem Durchmesser von 2 mm gekühlt, die sie zugleich mit Spannung versorgen. Diese werden mittels vier Saphirklemmen, die je 6 der vergoldeten Kupferdrähte auf die 4 K-Kupferplatte pressen, auf deren Temperatur gebracht (s. Abb. 4.6). Dadurch wird erreicht, dass Spannung und Kälte auf einmal an die elektrisch isolierten Elektroden übergeben werden ohne über zwei verschiedenen Anschlüsse verfügen zu müssen, was aufgrund der kleinen Dimensionen von Vorteil ist.

In Abbildung 4.6 erkennt man, dass die vergoldeten Kupferdrähte von zwei elektrisch isolierenden Saphirplatten ($38 \times 8 \times 5$ mm) mittels einer Edelstahlschelle festgeklemmt werden und durch eine Macorführung einen definierten Abstand von 4 mm (Rand zu Rand) beibehalten, der groß genug ist, um Kriechströme zu verhindern. Dies ist notwendig, da jedem Draht nicht nur eine unterschiedliche Gleichspannung zugewiesen werden kann, sondern sie auch Radiofrequenz übertragen, die je nachdem zu welcher Elektrode sie gehört, um 180° phasenverschoben sein kann. Die angelegte Radiofrequenz ist auch der Grund, weshalb sowohl die 24 Einzelelektroden als auch die 2 mm dicken Kupferdrähte vergoldet wurden. Durch den Skinneffekt bei Frequenzen von 1-5 MHz wird nur ein Teil des Materials durchdrungen, sodass schon eine Schicht von $15 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$ Silber und $5 \mu\text{m}$ Gold, ausreicht, die guten physikalischen Eigenschaften von Gold bezüglich der elektrischen Leitfähigkeit vollends auszunutzen. Die zwischen Kupfer und Gold aufgetragene Silberschicht verhindert, dass im Laufe der Zeit die Goldatome in das Kupfer hineindiffundieren.

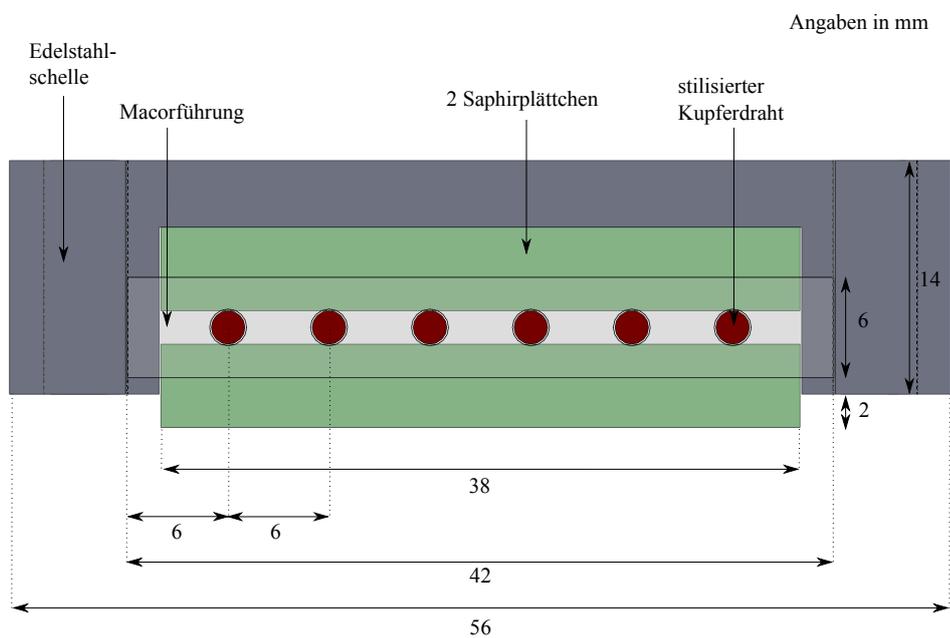
4.3 Die Paulfalle

Die im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute kryogene, lineare Paulfalle wurde mit Unterstützung der Gruppe von Michael Drewsen aus Århus, Dänemark, konzipiert. Es wurde für den zu wählenden Radius der Elektroden, r_e , den Abstand vom Zentrum, r_0 , sowie für das Längenverhältnis der schmaleren Mittelelektrode zur Endkappenelektrode auf bereits existierende, nicht kryogene Paulfallen in Århus Bezug genommen [11] [45] [46]. Das Design wurde verändert um den hier gestellten Anforderungen des Einfangens von hochgeladenen Ionen in einer 4 K-Umgebung gerecht zu werden.

Wie bereits erwähnt wurde die Anzahl der segmentierten Stücke einer Quadrupolelektrode von drei auf sechs erhöht, wodurch es insgesamt nicht 12 (s. Abb. 2.8) sondern 24 Einzelelektroden gibt (s. Abb. 4.7).



(a) Isometrische Ansicht



(b) Frontansicht

Abbildung 4.6: Detailansicht und Dimensionen der vier Saphirklemmen, die gleichzeitig Kühlung und Spannungsversorgung der 24 Elektroden der Paulfalle gewährleisten.

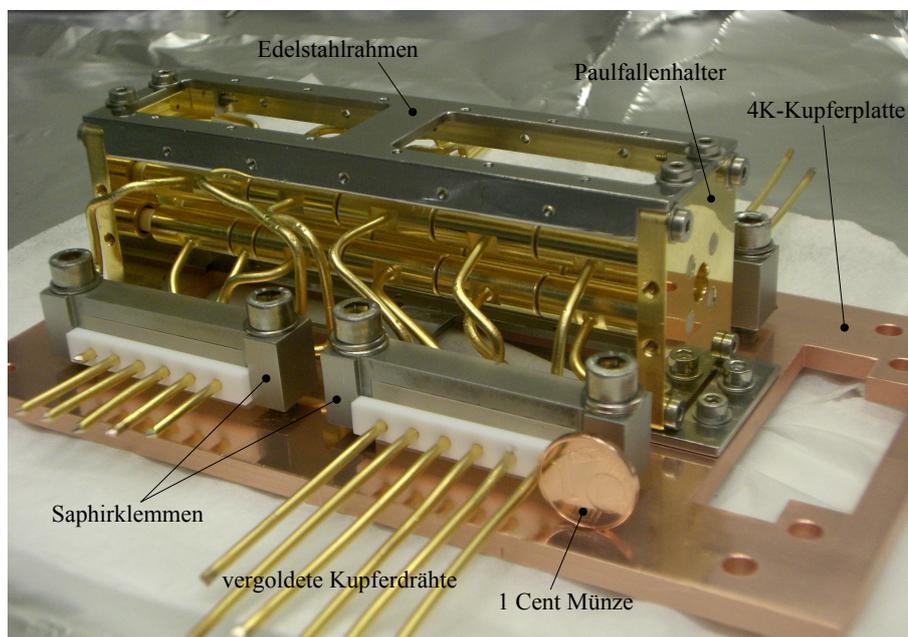


Abbildung 4.7: Gesamtansicht der Paulfalle mit den Saphirklemmen und den angelöteten vergoldeten Kupferdrähten auf der 4K-Kupferplatte der 4K-Stufe. Zum Größenvergleich ist eine 1 Cent Münze abgebildet.

Abbildung 4.7 zeigt die fertige Paulfalle. Gut sind die Elektroden und die vier Saphirklemmen zu erkennen. Die vergoldeten Kupferdrähte, die die Elektroden der Hauptfalle mit Spannung versorgen, sind so gebogen, dass das Zentrum der Hauptfalle in einem 90° Winkel frei bleibt, damit auf das Fallenzentrum ein optischer Zugang, z.B. für Laser, ermöglicht wird.

Des Weiteren lässt sich Befestigung und Bauweise der Elektroden erahnen. Vergoldete Kupferhalter ($33 \times 42,6 \times 5$ mm) dienen der Verankerung von vier Keramikstäben (Al_2O_3) mit einem Durchmesser von 3,8 mm und einer Länge von 122 mm, auf die im Wechsel Elektroden und isolierende Abstandszylinder aus Keramik aufgefädelt sind (s. Abb. 4.8).

Der Abstand der einzelnen Elektroden eines Keramikstabes beträgt etwa 0,5 mm. Eine genauere Angabe ist nicht möglich, da durch das Vergolden der Abstand schrumpft und durch das Abkühlen auf 4K wächst. Zu den Paulfallenhaltern besteht ein Abstand von 2 mm (s. Abb. 4.9).

Die einzelnen Elektroden selbst haben einen doppel-T-förmigen Längsschnitt (s. Abb. 4.10). Dieser hat den Vorteil, dass die Kriechstrecke über den Abstandszylinder zur nächsten Elektrode auf 10,5 mm bzw. 6,5 mm verlängert wird, da die jeweiligen Mantelflächen von Abstandshalter und Elektrode einen Abstand von 0,5 mm bzw. 0,6 mm aufweisen (s. Abb. 4.10).

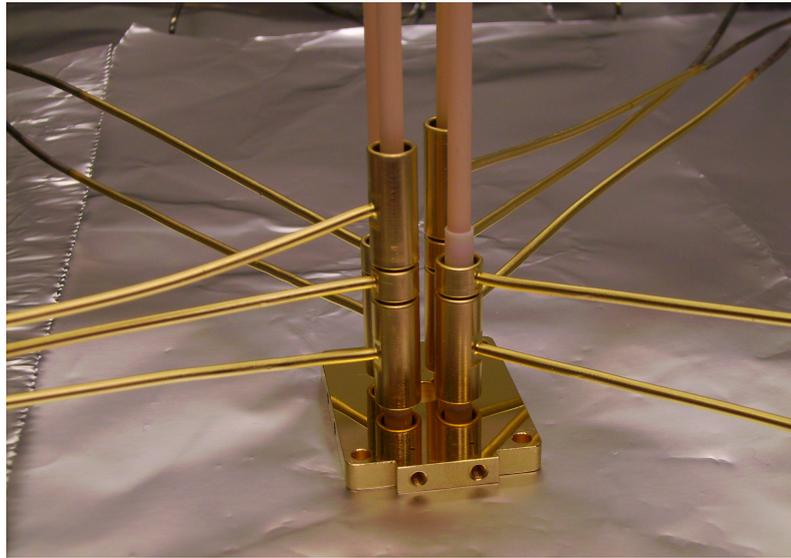


Abbildung 4.8: Elektroden der Paulfalle während der Aufbauphase. Die Perlenstruktur der Konstruktion wird dabei ersichtlich; im Vordergrund ist deutlich ein Abstandszylinder zu erkennen.

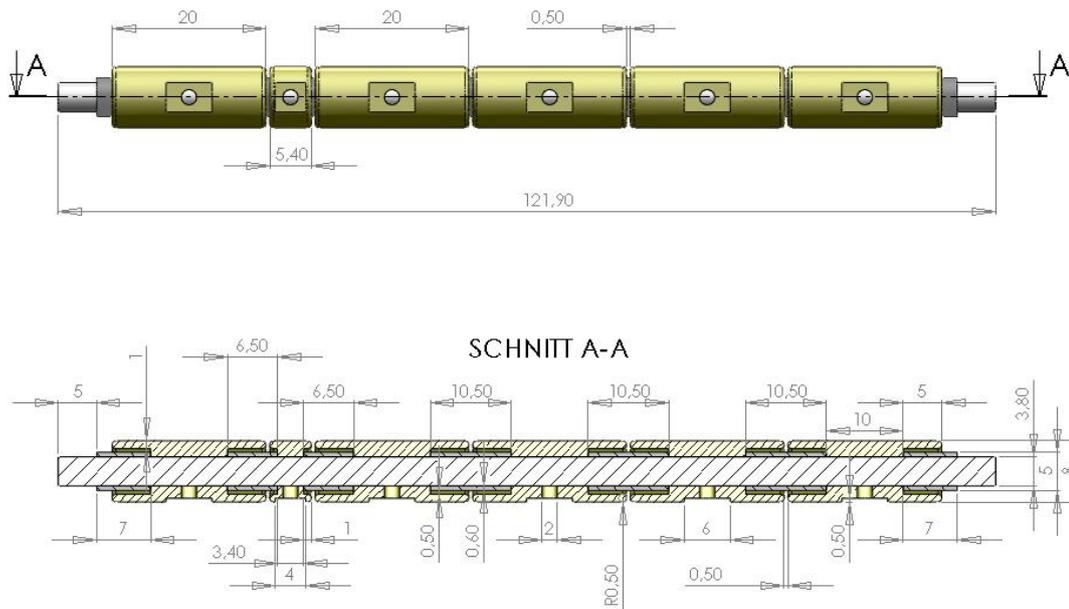


Abbildung 4.9: Maße (mm) und Schnittansicht der Elektroden, die zu einem einzelnen Element gehören.

Für Stabilität sorgen zwei Edelstahlrahmen, die die Konstruktion gegen Scherung absichern, die Länge der Paulfalle fixieren und zusätzliche Montagemöglichkeiten für weitere Komponenten bieten.

Die einzelnen Komponenten der in Abbildung 4.7 dargestellten linearen Paulfalle besitzen die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Dimensionen.

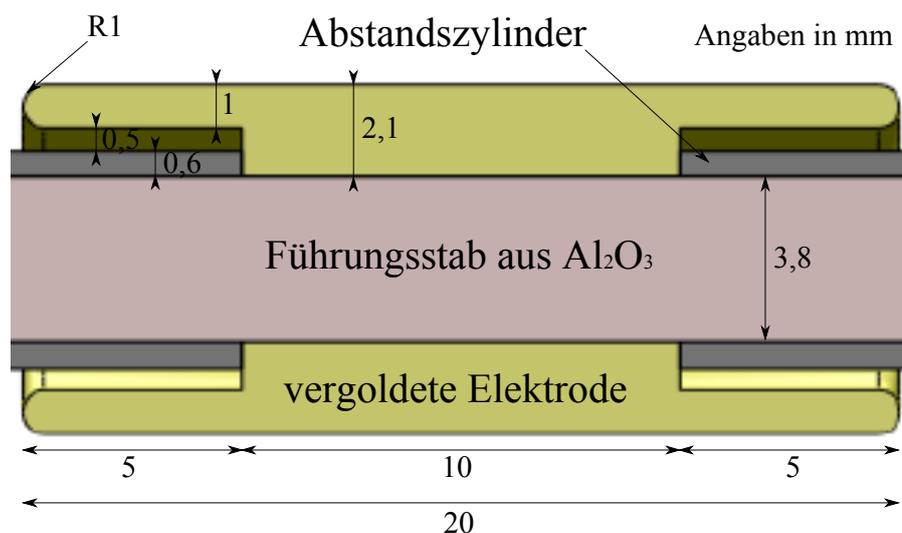


Abbildung 4.10: Großaufnahme des Längsschnitts einer Endkappenelektrode. Die Mittelelektroden sind ähnlich dimensioniert, weisen aber eine Länge von nur 5,4 mm auf.

Tabelle 4.1: Dimensionen der kryogenen, linearen Paulfalle.

Parameter	Symbol	Wert
Elektrodenradius	r_e	4,0 mm
Abstand zum Zentrum	r_0	3,5 mm
Länge der Mittelelektrode	$2z_0$	5,4 mm
Länge der Endkappenelektrode	z_{EC}	20,0 mm
Radiofrequenz	ω_{rf}	$2\pi \cdot (1-5)$ MHz
Geometriefaktor	η^*	0,15

* η wurde in Kapitel 3 für $U_{EC} = 100$ V berechnet

4.4 Elektronik

Die Paulfalle ist darauf ausgelegt bei einer Radiofrequenz von 1-5 MHz mit einer Amplitude V_{pp} von bis zu 1000 V betrieben zu werden. Die maximal anzulegende Gleichspannung beträgt ± 100 V.

Abbildung 4.11 zeigt den schematischen Aufbau und die Verschaltung der einzelnen Signale. Die Spannungen und Frequenzen die am Experiment anliegen sollen, werden digital vorgegeben (rote Kreise). Danach gelangt die digitale Programmierung für die Gleichspannungen (DC, engl.: *direct current*) zum Digital-Analog-Wandler ADwin Gold II der Firma Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH (orange). Dies ist ein Echtzeitsystem mit eigenem Prozessor, wodurch eine schnelle Ansteuerung

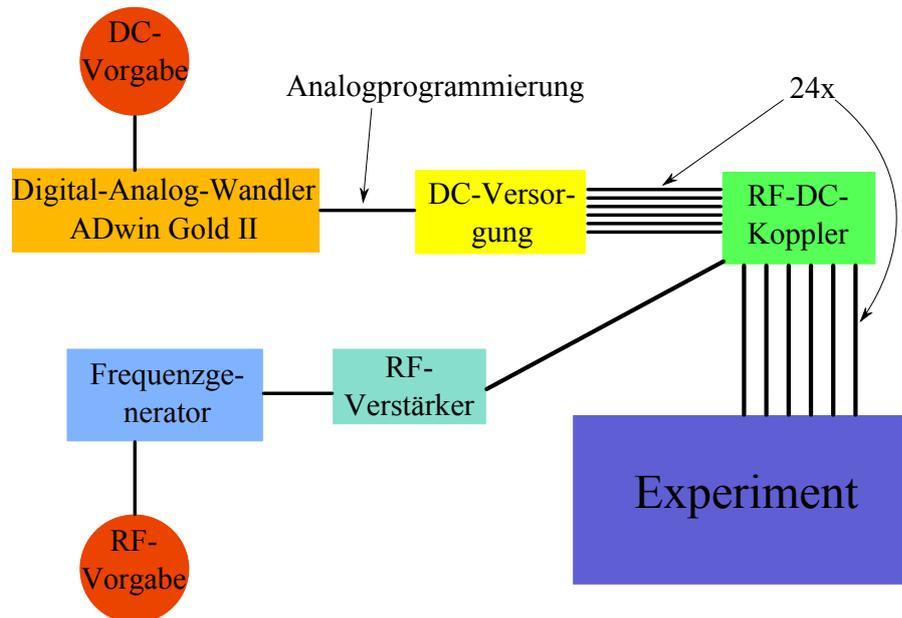


Abbildung 4.11: Skizze der Signalverläufe am Experiment. Die Vorgabe der Gleichspannungen erfolgt digital (rot), wird dann in ein analoges umgewandelt (orange) und durch die DC-Versorgung (gelb) in die entsprechenden Spannungen umgesetzt. Für die 24 Gleichspannungen sind schematisch nur 6 dargestellt. Im RF-DC-Koppler (grün) wird die durch den Frequenzgenerator (hellblau) erzeugte und mittels des RF-Verstärkers (türkis) verstärkte Radiofrequenz der Gleichspannung überlagert, bevor die Spannungen zum Experiment (dunkelblau) gelangen. Hier sind ebenfalls nur 6 schematische Verbindungen gezeigt, anstelle der tatsächlichen 24.

(einige μs) der Elektroden bei gleichzeitiger Unabhängigkeit des Steuerprogramms von der restlichen Elektronik ermöglicht wird. Es besitzt 8 analoge Ausgänge, die mit der eigentlichen DC-Versorgungsstation (gelb) verbunden sind. Letztere besteht aus 12 analog programmierbaren Modulen, von denen jedes die Gleichspannung von bis zu $\pm 100\text{ V}$ für zwei Elektroden erzeugt. Jede dieser Gleichspannungseinheiten kann individuell an einen beliebigen der 8 analogen Ausgangskanäle des ADwin-Systems oder an eine extern vorgegebene Spannung angeschlossen werden (s. Anhang B.1). Anschließend gelangen die Gleichspannungen zu einer Koppelbox (grün), die sie mit der Radiofrequenz überlagert. Letztere wurde eigens für den Betrieb der hier entstandenen Paulfalle angefertigt, genaue Schaltpläne finden sich im Anhang B.2.

Das Radiofrequenzsignal, bestehend aus Frequenz und Amplitude, wird zunächst von einem Frequenzgenerator der Firma datatec Model 33210A (hellblau) erzeugt, bevor die Amplitude verstärkt wird. Der Hochfrequenz-Verstärker (türkis) Model AG 1020 der Firma AD Analog Digital Elektronik GmbH hat eine Leistung von 175 W im Bereich von 500 kHz bis 4 MHz bzw. von 50 W im Bereich von 10 kHz bis 14 MHz , was für die hier verlangten Spannungen und Frequenzen vollkommen ausreichend ist. Das verstärkte Signal gelangt dann ebenfalls zur RF-DC-Koppelbox (grün), die die Amplitude ein weiteres Mal auf die gewünschte Größe hochtransfor-

miert und es in zwei um 180° verschobene Phasen aufspaltet. Von hier werden die DC- und RF-Spannungen gemeinsam an das Experiment (dunkelblau) weitergegeben.

Es sei noch erwähnt, dass besagte Koppelbox direkt auf einem Flansch der Vakuumkammer befestigt ist, um die Wege der Radiofrequenz möglichst kurz zu halten.

Von den vakuumseitigen Durchführungen werden die Spannungen unter Verwendung von Flachbandleitungen zu den Elektroden geführt. Diese wurden eigens für den hier konzipierten Aufbau von der Firma andus Electronic hergestellt. Es werden zwei Flachbandkabel eingesetzt, sodass die beiden Phasen der Radiofrequenz separat geführt werden, um kapazitative Kopplungen zwischen ihnen zu minimieren. Die Breite in der Mitte des Bandes beträgt 30 mm, während sie an den Enden 50 mm beträgt. Das Leiterband wurde im Endbereich auf einer Länge von 200 mm auf der einen Seite und von 100 mm auf der anderen zur besseren Montage verbreitert. Zudem wurden die einzelnen Leiterbahnen in diesen Endbereichen wie Finger getrennt, sodass sie individuell angeschlossen werden können. Zusätzlich wurden die Kontakte an den Enden mit Kapton Polyimid auf eine Dicke von 0,3 mm verstärkt, um eine bessere Steifigkeit der Kontaktstellen zu gewährleisten. Jedes der beiden Flachbandkabel besitzt 14 Leiterbahnen bestehend aus einer $50\ \mu\text{m}$ dicken Trägerfolie aus Kapton Polyimid Typ AP 9222 und einer Kupferschicht von $70\ \mu\text{m}$ Dicke und 0,4 mm Breite pro Leiterbahn. Dank einer Deckfolie Typ LF 0210 sind die einzelnen Leiterbahnen elektrisch gegeneinander isoliert. Der Abstand der Leiterbahnen untereinander beträgt 1,6 mm und zum Rand 1,8 mm im dünneren Bereich und 3,2 mm bzw. 1,4 mm an den verbreiterten Endstücken. Die gesamte Länge des Flachbandkabels beläuft sich auf 1,4 m.

Kapitel 5

Testmessungen

Dieses Kapitel befasst sich mit den ersten Tests des neuen Versuchsaufbaus. Es wird untersucht, inwieweit die der Konstruktion zu Grunde liegenden Konzepte realisiert und die erwarteten Drücke und Temperaturen erreicht werden.

Dazu wurde die Paulfalle zuerst mehrmals heruntergekühlt und wieder aufgewärmt. Dabei wurden Druck und Temperatur aufgezeichnet, mit deren Hilfe Abschätzungen über die Wärmestrahlung und tatsächliche Druckwerte in der 4 K-Stufe getroffen werden können. Anschließend wurde im kalten Zustand die Radiofrequenz eingeschaltet um den Wärmeeintrag abzuschätzen, der dadurch ins Innere des Aufbaus gelangt.

5.1 Temperaturverhalten bei Abkühlen und Aufwärmen

Die Temperaturmessung erfolgt mittels fünf Temperatursensoren des Modells CX-1030-CU der Firma Lakeshore, die für unterschiedliche Temperaturbereiche ausgelegt sind. Sie sind an verschiedenen Stellen in den drei Kältestufen angebracht. Drei der fünf Sensoren befinden sich auf der 4 K-Stufe, davon einer auf der 4 K-Kupferplatte innerhalb des 4 K-Schildes, ein weiterer auf dem hauptfallenseitigen Halter der Paulfalle und ein letzter auf dem 4 K-Kälteband beim Kältekopf. Die Zuleitungen des Sensors auf dem 4 K-Kälteband wurden unabsichtlicherweise bei der Installation geerdet, sodass für die folgenden Messungen nur die ersten beiden zur Verfügung stehen. Für die verbleibenden Sensoren der 4 K-Stufe liegen Kalibrationen des Herstellers vor. Von den zwei restlichen Sensoren sitzt einer auf der Innenseite des 40 K-Rahmens in der Nähe der Hauptfalle und der andere auf der 40 K-Zunge beim Kältekopf. Diese sind nicht kalibriert. Position, Messbereich und Seriennummer der einzelnen Sensoren können Tabelle 5.1 entnommen werden.

Tabelle 5.1: Auflistung der diversen Temperatursensoren, ihres Messbereichs und ihrer Montageposition in der Apparatur.

Sensor	Seriennr.	kalibriert	Bereich	Ort
1	X56225	ja	4-40 K	Paulfallenthaler
2	X60085	nein	4-300 K	Innenseite 40 K-Rahmen
3	X60095	nein	4-300 K	40 K-Zunge
4	X60093	nein	4-300 K	4 K-Band (kaputt)
5	X10507	ja	4-40 K	4 K-Kupferplatte

Die Temperatursensoren bestimmen die Temperatur anhand von einer sogenannten Vierpunkts-Widerstandsmessung. Dabei wird ein kleiner bekannter Prüfstrom unter Verwendung von zwei der vier Kabel durch den Sensor geleitet. Über die beiden anderen Kabel wird der Spannungsabfall am Sensor registriert und mittels des Ohm'schen Gesetzes der Widerstand berechnet, der ausgelesen wird. Die Umrechnung in eine Temperatur erfolgt anhand einer Kurve, die mit sogenannten Chebychev-Polynomen angenähert wird. Dafür muss zunächst der Logarithmus des Widerstandes gebildet werden

$$Z = \lg(\text{Widerstand in } \Omega). \quad (5.1)$$

Anschließend berechnet sich das Argument der Winkelfunktion der Chebychev-Polynome aus Z sowie einer oberen (ZU) und einer unteren (ZL) Grenze des Logarithmus des Widerstandswertes zu

$$X = \frac{(Z - ZL) - (ZU - Z)}{ZU - ZL}. \quad (5.2)$$

Die Temperatur T in K wird erhalten durch

$$T = \sum_{i=0}^n A_i \cdot \cos(i \cdot \arccos(X)). \quad (5.3)$$

Hierbei repräsentieren die A_i die Koeffizienten der unterschiedlichen Ordnungen und n die höchste Ordnung der Chebychev-Polynome.

Für die Sensoren 1 und 5 sind die Koeffizienten nochmals in unterschiedliche Temperaturbereiche unterteilt worden. Sie stammen aus den mitgelieferten Datenblättern zu den einzelnen Sensoren der Firma Lakeshore und können Tabelle 5.2 entnommen werden.

Mit Hilfe der Kalibrierungen von Tabelle 5.2 kann aus den ausgegebenen Widerständen von Sensor 1 und 5 nun eine Temperatur berechnet und ihr zeitlicher Verlauf dargestellt werden.

Tabelle 5.2: Chebychev-Koeffizienten der Sensoren 1 und 5 für ihren Messbereich zur Berechnung der Temperatur aus dem ausgegebenen Widerstand.

Sensor	Bereich	Ordnung	Koeffizient	ZU	ZL
1	4-15,2 K bzw. 596,4-212,9 Ω	0	8,737745	2,81818963502	2,29548299929
		1	-6,434047	-,-	-,-
		2	1,553932	-,-	-,-
		3	-0,287185	-,-	-,-
		4	0,041613	-,-	-,-
	5	-0,004188	-,-	-,-	
	15,2-40 K bzw. 212,9-117,3 Ω	0	26,556606	2,3663870559	2,03914436554
		1	-15,585245	-,-	-,-
		2	2,588841	-,-	-,-
		3	-0,290406	-,-	-,-
4		0,030096	-,-	-,-	
5	1,4-9,1 K bzw. 943,4-288,8 Ω	0	4,450153	3,03544029818	2,42027076445
		1	-4,484203	-,-	-,-
		2	1,610042	-,-	-,-
		3	-0,463727	-,-	-,-
		4	0,110042	-,-	-,-
		5	-0,020723	-,-	-,-
		6	0,002587	-,-	-,-
	7	-0,000188	-,-	-,-	
	9,1-40 K bzw. 288,8-147,1 Ω	0	22,158799	2,51345103416	2,14044525148
		1	-18,753099	-,-	-,-
		2	4,056955	-,-	-,-
		3	-0,388734	-,-	-,-
		4	-0,004546	-,-	-,-
		5	-0,006627	-,-	-,-
		6	0,003791	-,-	-,-
7		0,000057	-,-	-,-	
8	-0,000774	-,-	-,-		

5.1.1 Berechnung von verschiedenen Wärmebeiträgen aus dem Aufwärmverhalten

Nach einem ersten kurzen Abkühlvorgang wurde die Paulfalle über die Dauer von drei Tagen wieder aufgewärmt und die entsprechenden Temperaturverläufe aufgezeichnet (s. Abb. 5.1).

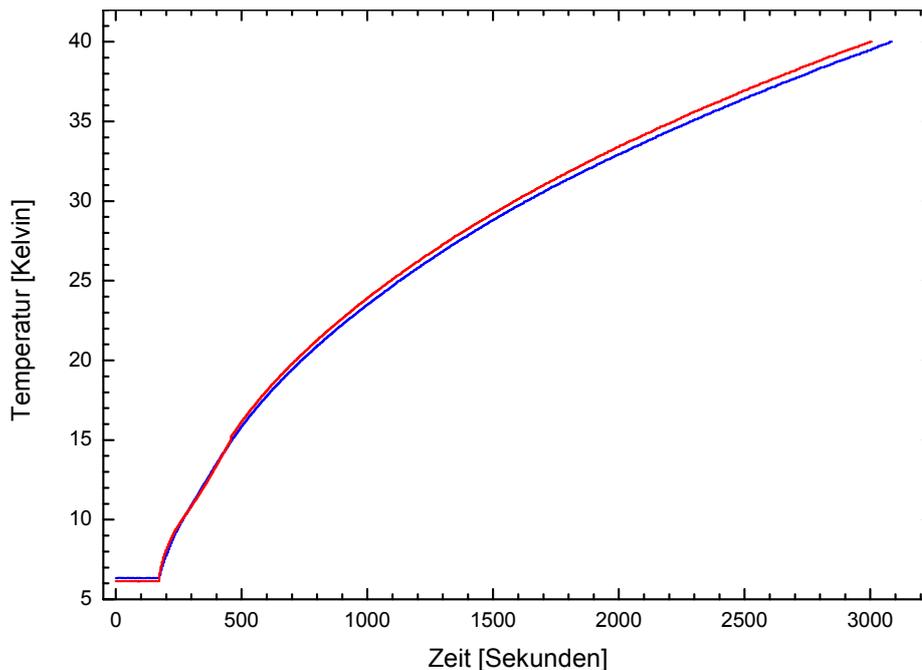


Abbildung 5.1: Temperaturkurven der Sensoren 1 (blau) und 5 (rot) während des Aufwärmvorgangs der Apparatur.

Die limitierte Zeitskala in Abbildung 5.1 hängt mit dem Temperaturmessbereich der beiden Sensoren (4-40 K) zusammen. Deutlich ist zu erkennen, dass die Temperatur von Sensor 5 (rot), der sich auf der 4 K-Kupferplatte befindet, schneller ansteigt, als diejenige von Sensor 1 (blau), der am Paulfallenhalter befestigt ist. Die Ursache hierfür ist durch den zusätzlichen Übergang zwischen zwei Bauteilen, der die Wärmeleitung verschlechtert und den längeren Weg, den die Wärme zurücklegen muss, um zu Sensor 1 zu gelangen, bedingt. Es lässt sich außerdem entnehmen, dass auf der 4 K-Stufe bereits nach 50 min (3000 s) wieder eine Temperatur von 40 K erreicht wurde.

Besonders interessant ist das Temperaturverhalten in den ersten paar Minuten, denn hier existieren zwei Hauptfaktoren für den Wärmeeintrag. Der erste, welcher anfänglich den Aufwärmvorgang dominiert, ist die Wärmestrahlung. Sie ist bei Abschalten des Kältekopfes instantan gegenwärtig und beginnt den Versuchsaufbau zu erwärmen. Der zweite Beitrag, die Wärmeleitung, setzt etwas später ein. Diese hat ihren Ursprung darin, dass bei Ausschalten der ständigen Kältezufuhr die Zuleitungen (4 K-Kälteband und 40 K-Zunge) die Wärme in die Apparatur transportieren.

Dieser Vorgang verläuft etwas langsamer als die sofort einsetzende Erwärmung durch Wärmestrahlung. Allerdings ist der Beitrag, den die Wärmeleitung liefert größer, als derjenige, den die Wärmestrahlung bewirkt.

Bevor die Leistung P , die durch Wärmestrahlung und Wärmeleitung entsteht, quantitativ angegeben werden kann, muss zunächst die Abhängigkeit der Wärmekapazität C_V von der Temperatur T und die Masse m der unterschiedlichen Materialien berechnet werden

$$P = \frac{dW}{dt} = m^{Material} \cdot C_V^{Material} \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (5.4)$$

Hierbei ist dT/dt die Ableitung der aufgenommenen Temperaturkurve nach der Zeit t , m die Masse der jeweiligen Bauteile und C_V ihre Wärmekapazität. Sind mehrere Teile aus verschiedenen Materialien am Wärmeeintrag beteiligt, wird Gleichung 5.4 zu einer Summe der Massen und Wärmekapazitäten der Materialien.

Wird ausschließlich die 4 K-Stufe betrachtet, findet die Wärmeleitung über Elemente aus Kupfer (4 K-Kupferschild, 4 K-Kupferplatte, 4 K-Kälteband, Paulfallenhalter, Elektroden), die zusammen eine Masse von $m^{Cu} \approx 1,7 \text{ kg}$ aufweisen, sowie über Bauteile aus Edelstahl (4 K-Rahmen, Rahmen der Paulfalle) mit einer Masse von ebenfalls $m^{Stahl} \approx 1,7 \text{ kg}$ statt. Der Beitrag der Edelstahlspeichen wird aufgrund des guten Verhältnisses von Länge zu Durchmesser vernachlässigt. Für Kupfer und Edelstahl berechnet sich die Wärmekapazität nach NIST¹ wie folgt

$$C_V^{Material} = 10^{a+b(\lg T)+c(\lg T)^2+d(\lg T)^3+e(\lg T)^4+f(\lg T)^5+g(\lg T)^6+h(\lg T)^7+i(\lg T)^8}. \quad (5.5)$$

Die Koeffizienten $a - i$ nehmen die in Tabelle 5.3 ersichtlichen Werte an, wenn sich $C_V^{Material}$ in der Einheit $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ergeben soll.

Tabelle 5.3: Koeffizienten zur Berechnung der Wärmekapazität C_V in $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$ von Kupfer und Edelstahl.

Koeffizient	Kupfer	Edelstahl
a	-1,91844	22,0061
b	-0,15973	-127,5528
c	8,61013	303,647
d	-18,996	-381,0098
e	21,9661	274,0328
f	-12,7328	-112,9212
g	3,54322	24,7593
h	-0,3797	-2,239153
i	0	0

¹siehe www.cryogenics.nist.gov

Abbildung 5.2 veranschaulicht die Abhängigkeit der Wärmekapazität von Kupfer (orange) und Edelstahl (grün) von der Temperatur. Während die von Kupfer einen signifikanten Anstieg mit der Temperatur verzeichnet, bleibt die für Edelstahl in dem hier gezeigten Temperaturbereich konstant.

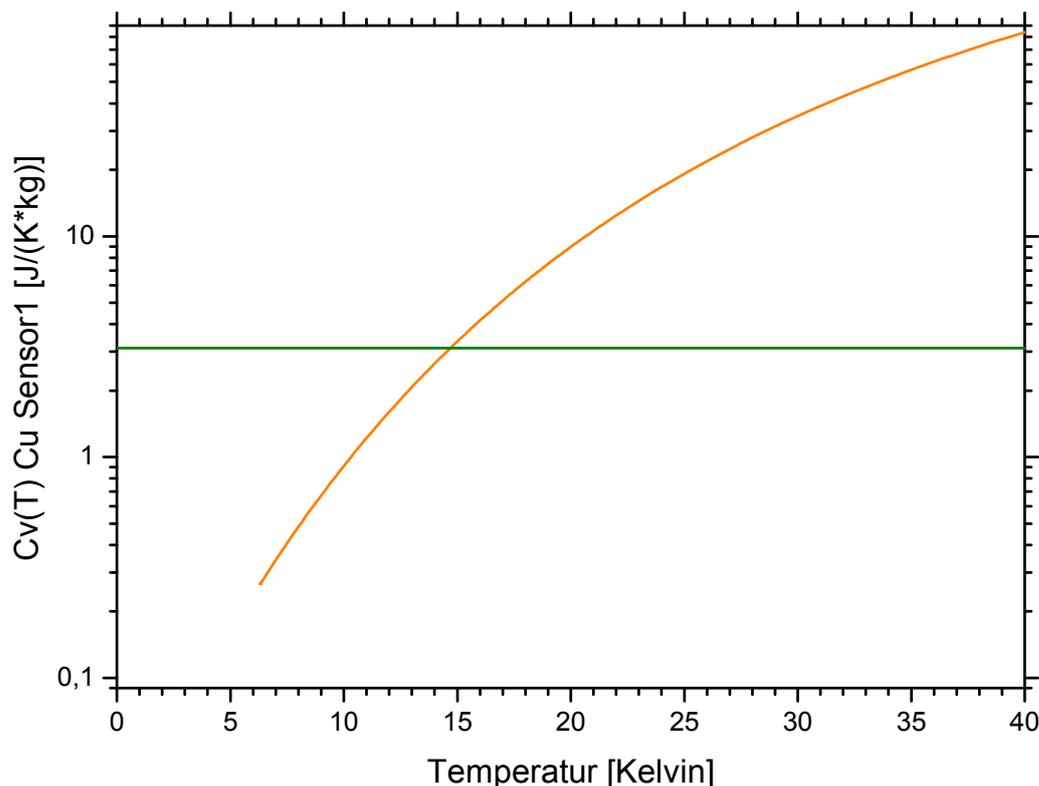


Abbildung 5.2: Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität von Kupfer (orange) und Edelstahl (grün).

Unter Verwendung der Wärmekapazitäten und Massen für Kupfer und Edelstahl sowie der Zeitabhängigkeit des Temperaturverlaufs von Sensor 1 ergibt sich der in Abbildung 5.3 dargestellte Verlauf der Leistung P .

Abbildung 5.3 lässt deutlich die beiden unterschiedlichen Beiträge des Wärmeeintrages erkennen. Während der ersten 125 Sekunden dominiert die Wärmestrahlung mit einer Leistung von etwa 0,3 W, bevor dann die Wärmeleitung aus dem Außenbereich zunimmt und zum dominierenden Beitrag wird. Nach Ausschalten des Kältekopfes erwärmt sich dieser durch seinen kurzen Aufbau recht schnell. Die gute Wärmeverbindung zur Paulfalle wirkt nun in umgekehrter Richtung und trägt entscheidend zur deren Erwärmung bei. Gut erkennbar an der Schulter bei 275 s. Die Größenordnung der Wärmezufuhr des Wärmetransportes lässt sich ebenfalls aus Abbildung entnehmen und beläuft sich auf einen Wert von etwa 1 W. Er ist also um eine Größenordnung größer als der Wärmeeintrag der Wärmestrahlung.

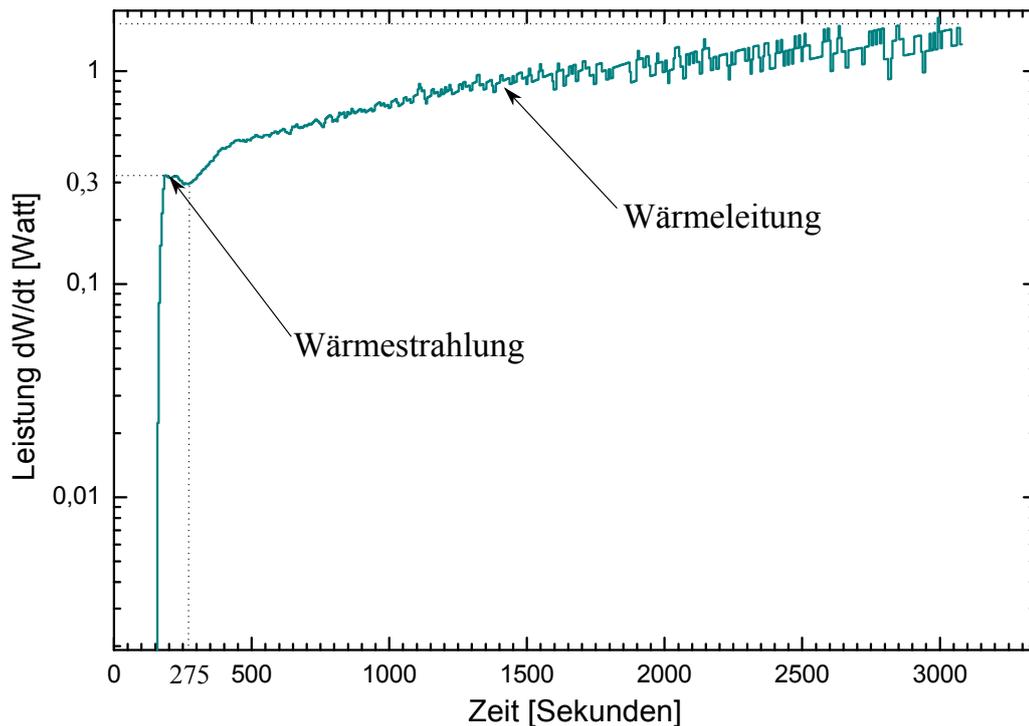


Abbildung 5.3: Leistung in Watt des Wärmeeintrags auf Sensor 1 in den ersten 50 Minuten nach Ausschalten der Kältezufuhr.

5.1.2 Temperaturverläufe während des Abkühlvorgangs

In einem zweiten Abkühlvorgang, der sich an den ersten Aufwärmvorgang, aus dem die unterschiedlichen Wärmeeinträge berechnet wurden, anschloss, wurde eine Temperatur am Paulfallenthaler von 6,28 K erreicht.

Abbildung 5.4 veranschaulicht die Temperaturverläufe an den Sensoren 1 und 5 beim Abkühlen des Versuchsaufbaus. Es ist lediglich der Temperaturbereich zwischen 4 und 40 K dargestellt, da die Sensoren nur für diesen Bereich ausgelegt und kalibriert sind. Die Umrechnung des ausgegebenen Widerstandes in eine Temperatur erfolgte dabei analog zu der Berechnung der Temperatur beim Aufwärmvorgang. Abbildung 5.4 lässt sich entnehmen, dass nach ca. 5 Stunden (18000 s) bereits eine Temperatur von 40 K erreicht wurde. Die Endtemperatur von 6,28 K bei Sensor 1 und 6,15 K bei Sensor 5 wurde nach etwa 11 Stunden (41000 s) Abkühldauer erreicht. Interessant ist dabei, dass Sensor 1, der sich auf dem Halter der Paulfalle befindet, eine leicht höhere Temperatur misst, als Sensor 5, der auf der 4 K-Kupferplatte montiert ist. Dies hat dieselbe Ursache wie das beim Aufwärmvorgang (s. Abschnitt 5.1.1) beobachtete Verhalten.

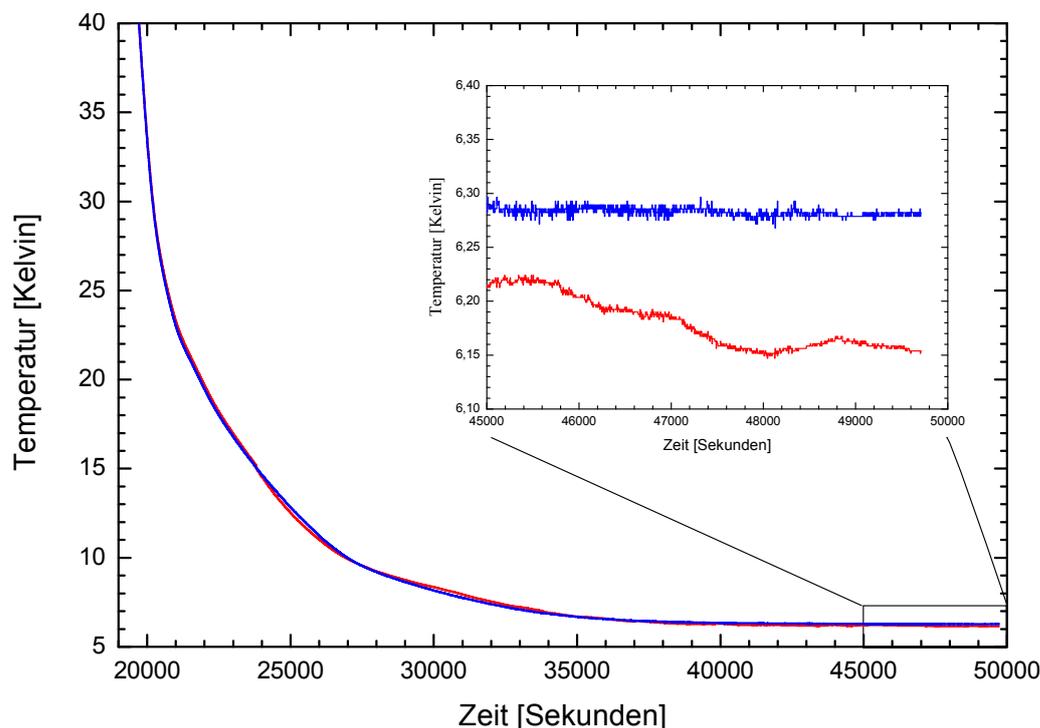


Abbildung 5.4: Temperaturkurven der Sensoren 1 (blau) und 5 (rot) bei einem zweiten Abkühlen der Apparatur.

5.1.3 Wärmeeintrag der Radiofrequenz

Im kalten Zustand wurde für eine Dauer von drei Stunden eine Radiofrequenz von 2,126 MHz mit einer Amplitude von $V_{pp} = 100$ V (*pp*, engl.: *peak to peak*) an die Elektroden der Paulfalle angelegt. Der von Sensor 1 aufgezeichnete Temperaturverlauf ist in Abbildung 5.5 (oben) dargestellt.

Bei der gewählten Skala ist ein Anstieg der Temperatur bei Einschalten der Radiofrequenz zu verzeichnen. Er beläuft sich auf nur 0,08 K. Wird die Radiofrequenz bei $t \approx 10000$ s wieder abgeschaltet, sinkt die Temperatur schnell wieder auf den ursprünglichen Wert von 6,24 K zurück. Dass dieser nicht mit dem aus Abbildung 5.4 (6,28 K) übereinstimmt, sondern darunter liegt, ist dadurch zu erklären, dass zum Messungszeitpunkt der Aufbau sich drei Tage lang im gekühlten Zustand befand.

Die zusätzliche Leistung, die aufgrund der Radiofrequenz vom Kältekopf abgeführt werden muss, ist in Abbildung 5.5 (unten) gezeigt. Sie wurde nach Gleichung 5.4 erhalten, wobei dieselben Werte wie zur Berechnung der Wärmestrahlung aus dem Aufwärmverhalten verwendet wurden. In Abbildung 5.6 sind die Peaks vergrößert dargestellt.

Deutlich sind die relativ starken Temperaturschwankungen (s. Abb. 5.5 oben) während des Ein- und Ausschaltvorgangs zu erkennen. Etwas irreführend ist hingegen die Tatsache, dass bei eingeschalteter Radiofrequenz die Leistung auf 0 ab-

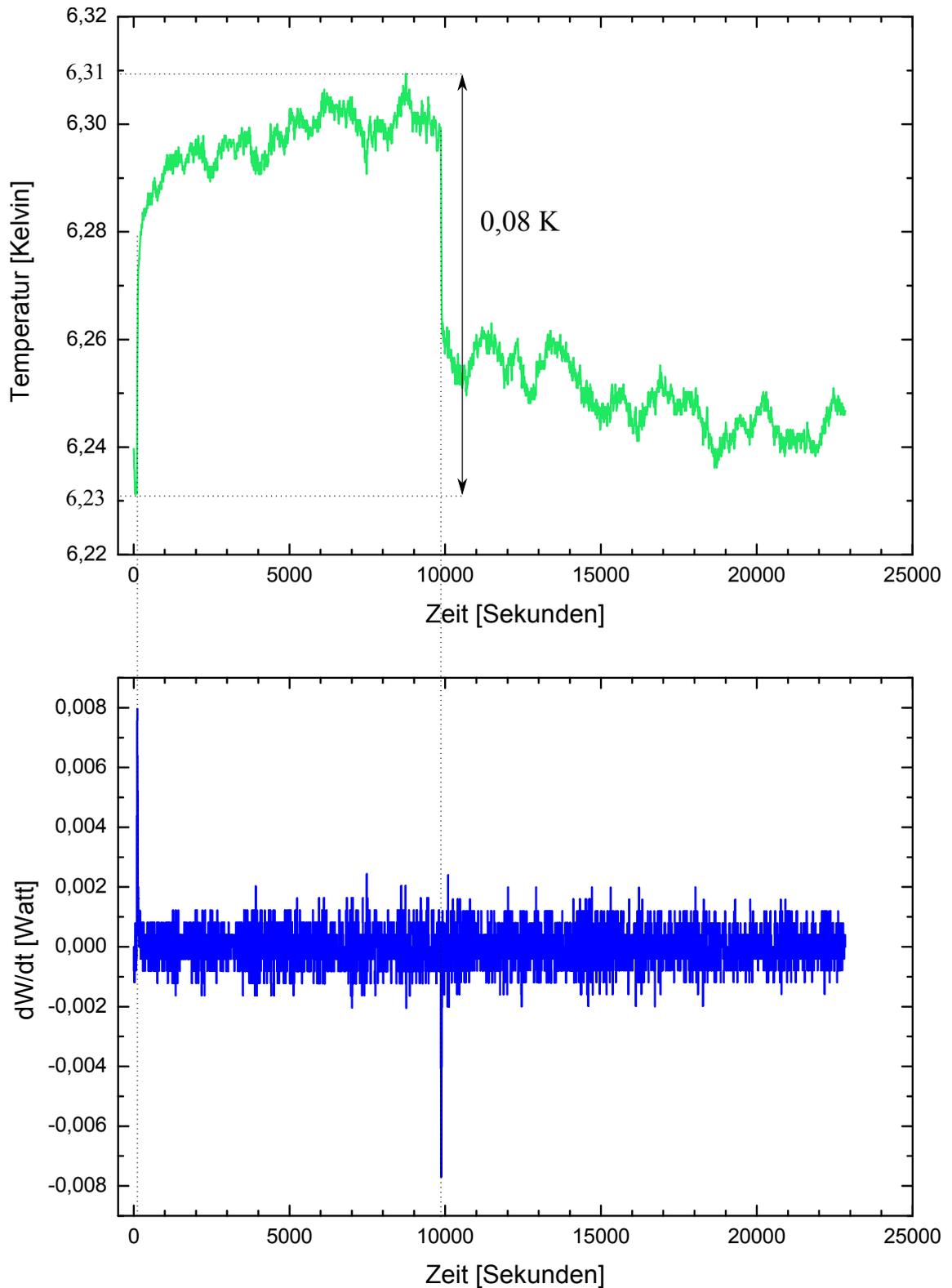


Abbildung 5.5: Aus dem Temperaturverlauf an Sensor 1 bei Einschalten und Ausschalten der Radiofrequenz mit $f = 2,126$ MHz und $V_{pp} = 100$ V berechnete Leistung, die zusätzlich abgeführt werden muss.

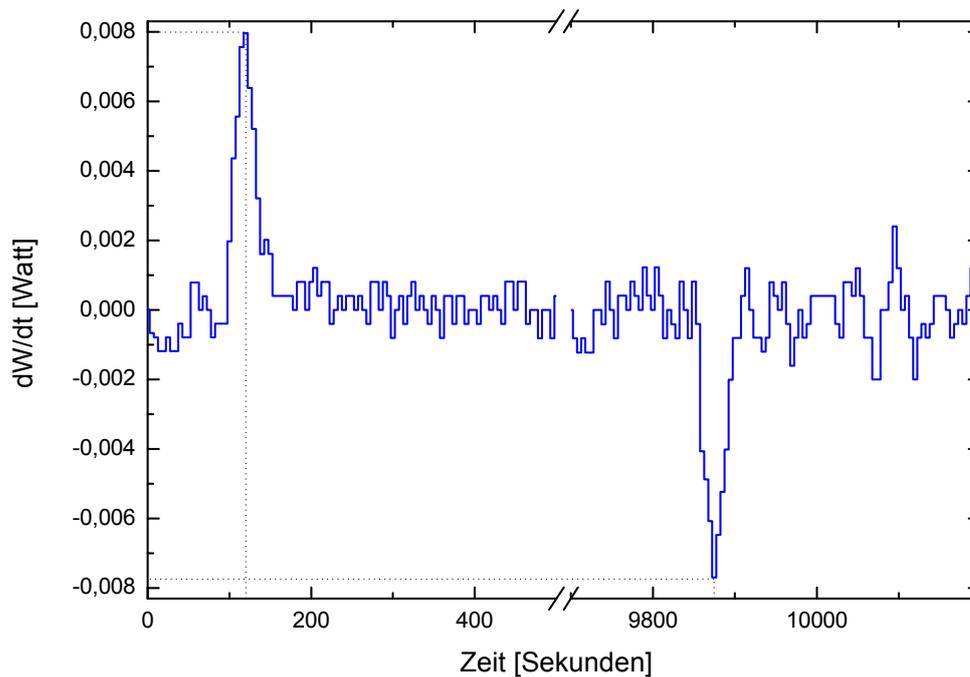


Abbildung 5.6: Vergrößerung der Leistungsanstiege bei Ein- und Ausschalten der Radiofrequenz von 2,126 MHz mit einer Amplitude von $V_{pp} = 100$ V

sinkt. Dies ist natürlich nicht der Fall. Es stellt sich ein neues Gleichgewicht ein, in dem über die gesamte Dauer der eingeschalteten Radiofrequenz der Kältekopf eine Leistung von 8 mW aus der Paulfalle abführt. Der Graph veranschaulicht die Änderung der Leistungserbringung durch den Kältekopf bei An- oder Abwesenheit einer angelegten Radiofrequenz. Ist das neue Gleichgewicht erreicht, ist es nicht mehr notwendig die Leistung anzupassen, weshalb ihr Wert folglich auf 0 zurückgeht.

Die geringe Spitze-Spitze-Spannung von $V_{pp} = 100$ V lässt vermuten, dass bei höherer Amplitude der Radiofrequenz, die in die Paulfalle hineingetragene Leistung steigen wird. Temperaturmessungen bei höheren Spitze-Spitze-Spannungen belegen, dass dies der Fall ist. Sie zeigen außerdem, dass die Leistung des Kältekopfes von 1 W ausreicht, um die eingebrachte Wärme abzuführen.

5.2 Abschätzung des Drucks innerhalb des 4K-Schildes

Um eine grobe Abschätzung des Drucks innerhalb der Kammer bei der Paulfalle geben zu können, müssen zunächst einige Annahmen getätigt werden. Zum Einen besteht der gemessene Druck von $3,3 \cdot 10^{-9}$ mbar außerhalb jeglicher Schilde nach dem Abkühlen der Paulfalle hauptsächlich aus dem Partialdruck von Wasserstoff (H_2), das heißt $p_{tot} \approx p_{H_2}$. Alle anderen Gase werden von den Elementen der 40 K-

Stufe extrem effektiv gepumpt, sodass praktisch nur H_2 verbleibt. Zum Anderen wird angenommen, dass aufgrund der kryogenen Temperaturen in der innersten Stufe des Aufbaus das Saugvermögen der Wände, wegen des Sticking-Koeffizients bei 6 K sehr hoch ist, wodurch der Großteil des Restgases im Innern an diesen Oberflächen festfriert. Unter diesen Annahmen wird der Druck bei der Paulfalle hauptsächlich durch den Teilchenfluss bestimmt, der durch die Führungsröhrchen von der 300 K- in die 4 K-Stufe gelangt. Abbildung 5.7 zeigt nochmal eine schematische Übersicht der Anordnung der Führungsröhrchen.

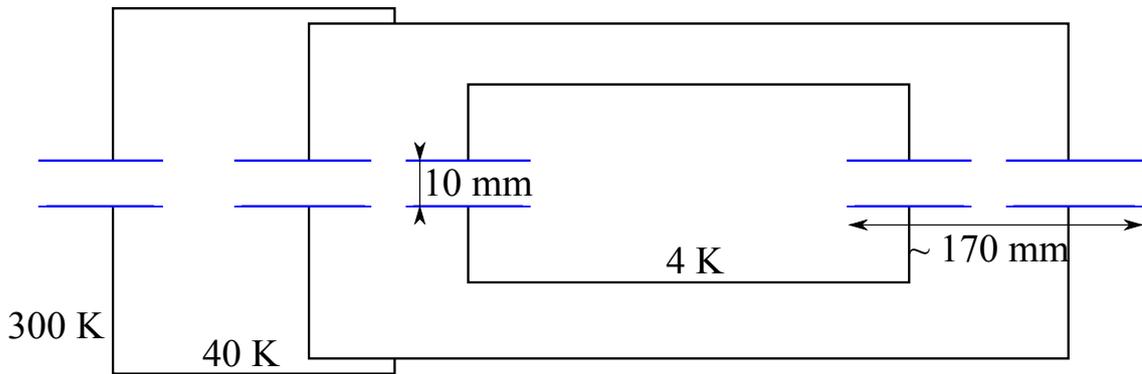


Abbildung 5.7: Nicht maßstabsgetreue, schematische Darstellung der Führungsröhrchenkonstruktion zur Abschätzung des Drucks im Innern des 4 K-Schildes.

Daraus wird ersichtlich, dass der dominante Teilchenfluss von der Seite, auf der sich nur zwei Führungsröhrchen befinden, kommen wird. Demzufolge wird sich bei der Abschätzung auf diese Seite beschränkt, da der Teilchenfluss, der von der anderen Seite herrührt, um einige Größenordnungen kleiner sein wird.

Des Weiteren werden verschiedene Teile der isotropen Geschwindigkeitsverteilung betrachtet werden. Einmal wird mit Hilfe des Blendenleitwertes der Teil der Verteilung abgeschätzt, der ballistisch und stoßfrei in den innersten Raum vordringt. Dabei wird angenommen, dass eine Blende sich am Anfang des einen Röhrchens und eine weitere sich am Ende des zweiten befindet. Zum Anderen wird der gesamte Leitwert aus den beiden betrachteten Führungsröhrchen benutzt, um den maximalen Fluss an H_2 -Molekülen abzuschätzen, der nach mehreren Stöße mit den Rohrwänden, also nicht geradlinig, ins Innere gelangt.

Um den Druck im Innern des 4 K-Schildes endgültig abschätzen zu können, bedarf es der mittleren Geschwindigkeit der H_2 -Moleküle und ihrer Dichte. Die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot M}}. \quad (5.6)$$

Hier steht R für die ideale Gaskonstante, T für die Temperatur und M für die Molmasse des entsprechenden Teilchens.

Daraus ergibt sich für H_2 ($M = 2$), mit $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ bei einer Temperatur von 300 K eine mittlere Geschwindigkeit von

$$\bar{v}_{\text{H}_2} \approx 1,78 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (5.7)$$

Die Teilchendichte, die außerhalb der Kälteschilde auftritt, lässt sich durch das ideale Gasgesetz ermitteln

$$n_{300\text{K}} = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T}, \quad (5.8)$$

wobei n die Teilchendichte, N die Teilchenzahl, V das Volumen, p der herrschende Druck, k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur ist.

Mit $p = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ mbar}$, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ und einer Temperatur von $T = 300 \text{ K}$ ergibt sich eine Anfangsteilchendichte von

$$n_{300\text{K}} \approx 8 \cdot 10^8 \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}. \quad (5.9)$$

5.2.1 Abschätzung der Teilchendichte mittels des Leitwerts einer Blende

Der Teilchenfluss Φ der durch die erste Blende, die Öffnung am Anfang des ersten Führungsröhrchens geht, ist

$$\Phi = \frac{1}{4} \cdot A \cdot \bar{v} \cdot n_{300\text{K}} \approx 2,8 \cdot 10^{12} \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}. \quad (5.10)$$

Dabei ist A die Fläche der Blende, hier die Querschnittsfläche eines Röhrchens mit dem Durchmesser $d = 1 \text{ cm}$, \bar{v} die mittlere Geschwindigkeit der H_2 -Moleküle (s. Glg. 5.7) und n die in Gleichung 5.9 berechnete Teilchendichte.

Der Teilchenfluss, der dabei auch noch die zweite Blende in einem Abstand $D = 17 \text{ cm}$ passiert, begrenzt sich auf das Raumwinkelelement, welches durch das Verhältnis der zweiten, runden Blendenöffnung A_2 mit $d = 1 \text{ cm}$ und einer Halbkugel mit dem Radius D entsteht

$$\Phi_{res}^{Blende} = \Phi \cdot \frac{A_2}{2\pi D^2} \approx 1,2 \cdot 10^9 \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}. \quad (5.11)$$

Damit ergibt sich aus dem ballistischen Einschuss von Restgasatomen aus dem 300 K - in den 4 K -Bereich eine extrem niedrige Teilchendichte im 4 K -Bereich von nur

$$n_{4\text{K}}^{Blende} = \frac{\Phi_{res}}{\bar{v} \cdot A_2} \approx 8,65 \cdot 10^3 \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}. \quad (5.12)$$

Diese Teilchendichte entspräche einem Druck von $3,2 \cdot 10^{-13}$ mbar bei einer Temperatur von 300 K.

Die hier getätigte Abschätzung führt zu einem extrem niedrigen Druck und einer sehr kleinen Dichte. Die Annahme, dass lediglich nur ballistische, stoßfreie Teilchen ins Innere der 4 K-Stufe vordringen, ist optimistisch. Somit stellt die durchgeführte Abschätzung eine untere Grenze für die Dichte dar.

5.2.2 Abschätzung der Teilchendichte mittels des Leitwerts eines Rohres

Die beiden Führungsröhrchen, deren Leitwerte zur Berechnung der Teilchendichte im 4 K-Schild verwendet werden sollen, liegen bei unterschiedlichen Temperaturen, besitzen denselben Durchmesser und in etwa dieselbe Länge. Diese Werte sind bedeutend, da sie den Leitwert L eines Rohres bei molekularer Strömung bestimmen

$$L = \frac{\bar{v} \cdot d^3 \cdot \pi}{12 \cdot l}. \quad (5.13)$$

Hier steht \bar{v} für die mittlere Geschwindigkeit aus Gleichung 5.6, d für den Durchmesser des Rohres und l für seine Länge.

Da die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} von der Temperatur abhängt, ist auch der Leitwert in gleicher Weise von ihr abhängig, wenn angenommen wird, dass sich die Teilchen nach wenigen Stößen mit der Rohrwand thermalisiert haben. Wird ferner angenommen, dass die beiden betrachteten Rohre aufgrund von Wärmeverlusten nicht genau die Temperaturen von 4 bzw. 40 K der beiden Kältestufen des Kältekopfes erreichen, sondern eher bei 8 bzw. 44 K liegen, ergeben sich folgende Leitwerte:

$$L_{44\text{K}} \approx 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \quad (5.14)$$

$$L_{8\text{K}} \approx 8,96 \cdot 10^2 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (5.15)$$

Dabei wurden für $l = 8,5$ cm und $d = 1$ cm eingesetzt.

Der resultierende gesamte Leitwert berechnet sich zu

$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_{44\text{K}}} + \frac{1}{L_{8\text{K}}} \quad \Rightarrow \quad L_{ges} \approx 6,28 \cdot 10^2 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (5.16)$$

Mit diesem Leitwert lässt sich nun der Teilchenfluss in den 4 K-Bereich ermitteln zu

$$\Phi_{res}^{Rohr} = L_{ges} \cdot n_{300\text{K}} \approx 5,02 \cdot 10^{11} \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}. \quad (5.17)$$

Dabei wird $n_{300\text{K}}$ aus Gleichung 5.9 verwendet.

Weiter wird angenommen, dass die H_2 -Teilchen, die die Röhrenkonstruktion verlassen, nun eine niedrigere Geschwindigkeit als am Anfang aufweisen, da sie durch Stöße mit den gekühlten Rohrwänden thermalisiert wurden. Diese berechnet sich nach Gleichung 5.6 bei einer Temperatur T von 8 K zu

$$\bar{v}_{8K} \approx 2,9 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (5.18)$$

Die resultierende Teilchendichte nach Durchlaufen der Röhrenkonstruktion wird analog zu Gleichung 5.12 berechnet. Die Fläche A_2 ist geblieben, lediglich für die Geschwindigkeit wird jetzt die für 8 K eingesetzt (Glg. 5.18). Es ergibt sich

$$n_{4K}^{Rohr} \approx 2,2 \cdot 10^7 \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}. \quad (5.19)$$

Diese Dichte ist um mehr als drei Größenordnungen höher als diejenige, die mittels der Abschätzung über den Blendenleitwert und die geometrische Anordnung berechnet wurde. Die Hauptursache hierfür, liegt in der Berechnung des Leitwertes der Führungsröhrenkonstruktion. Dadurch dass die Röhren gekühlt werden und Temperaturen von 8 bzw. 44 K aufweisen, haben auch sie ein Saugvermögen und reduzieren die Gasmenge, die durch sie strömt.

Das Phänomen der Kryokondensation tritt bei Wasserstoff bereits ab 20 K auf. Der Vorgang der Kryosorption kann sogar schon bei etwas höheren Temperaturen zu einer Pumpwirkung führen. Diese ist abhängig von der Bedeckung der Oberfläche mit H_2 -Molekülen und nimmt mit steigender Bedeckung stark ab. Bei niedrigeren Temperaturen (um die 6 K) sind sowohl Kryokondensation als auch Kryosorption aktiv. Entscheidend für den tiefsten Druck ist dabei die Zeit, die benötigt wird, bis sich eine monomolekulare Schicht von H_2 -Molekülen auf den Oberflächen gebildet hat. Diese beträgt bei 300 K und 10^{-9} mbar etwa eine Stunde und sinkt mit der Temperatur, da die Moleküle bei fallender Temperatur langsamer werden [47].

Hinzu kommen weitere, schwer einzukalkulierende Prozesse wie z.B. die simultane Kondensation von beispielsweise Stickstoff und Sauerstoff im Außenbereich und an den äußeren Führungsröhren. Dieser Vorgang begünstigt eine effiziente Bindung der H_2 -Moleküle an kalten Flächen und trägt auch bei Bildung dickerer Schichten zur Pumpleistung bei [47].

Das bedeutet, dass der Leitwert wesentlich stärker von der Temperatur abhängt, als nur über \sqrt{T} . Die obige Abschätzung (Glg. 5.19) stellt somit eine sehr konservative Abschätzung einer oberen Grenze der Dichte im Innern des 4 K-Schildes dar. Sie wird aus diesen Gründen für anschließende Berechnungen nicht weiter verwendet.

Der tatsächlich Druck und die wirkliche Dichte, die in der 4 K-Stufe herrschen, liegen zwischen den beiden Extremwerten, die hier überschlagen wurden. Sie könnten z.B. mit Hilfe einer Lebensdaueremessung genauer bestimmt werden.

5.2.3 Lebensdauerabschätzung eines hochgeladenen Ions in der Paulfalle

Im Folgenden wird die durch Ladungsaustauschprozesse beschränkte Lebensdauer τ eines hochgeladenen Ions in der Paulfalle am Beispiel von $^{131}\text{Xe}^{30+}$ berechnet. Hierfür werden die Dichte des Restgases, eine gemittelte Geschwindigkeit \tilde{v} aus derjenigen der Restgasatome und der des Ions selbst sowie der Wirkungsquerschnitt benötigt.

Die Restgasdichte wird aus Gleichung 5.12 erhalten. Der Wirkungsquerschnitt lässt sich mittels der Gleichung von Müller-Salzborn [48] abschätzen zu

$$\sigma_{i,i-1} = 1,43 \cdot 10^{-12} \cdot i^{1,17} \cdot I_{[\text{eV}]}^{-2,76} \text{ cm}^2, \quad (5.20)$$

$$\sigma_{\text{Xe}^{30+}} \approx 5,7 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2. \quad (5.21)$$

Die Größe $I_{[\text{eV}]}$ steht dabei für das Ionisierungspotential der Restgasatome. Da sich in den hier gemachten Annahmen nur Wasserstoff im Restgas befindet, wurde ein Wert von 13,6 eV eingesetzt. Der Parameter i ist die Wertigkeit des Ions und nimmt in dem Beispiel den Wert 30 an.

Um die gemittelte Geschwindigkeit \tilde{v} zu bestimmen, muss zunächst die Geschwindigkeit des Ions abgeschätzt werden. Unter der Annahme, dass dieses eine kinetische Energie von $E = 30 \text{ eV}$ hat, ergibt sich

$$\bar{v}_{Ion} = \sqrt{\frac{2E}{m}} \approx 6,8 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (5.22)$$

Die gemittelte Geschwindigkeit \tilde{v} erhält zusammen mit der mittleren Geschwindigkeit der H_2 -Moleküle bei 300 K aus Gleichung 5.7 folgenden Wert

$$\tilde{v} = \sqrt{\bar{v}_{Ion}^2 + \bar{v}_{\text{H}_2}^2} \approx 7,0 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (5.23)$$

Die sich ergebende Stoßrate, deren Kehrwert die Lebensdauer des Zustandes bei Ladungsaustausch liefert, wird wie folgt berechnet:

$$\Gamma = \tilde{v} \cdot \sigma_{\text{Xe}^{30+}} \cdot n_{4\text{K}}^{\text{Blende}} \approx 3,45 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}. \quad (5.24)$$

Dabei wurden zur Berechnung die Werte aus den Gleichungen 5.12, 5.21 und 5.23 verwendet.

Aus Gleichung 5.24 resultiert damit eine Lebensdauer des $^{131}\text{Xe}^{30+}$ -Zustandes von

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \approx 3000 \text{ s} = 50 \text{ min}. \quad (5.25)$$

Diese relativ lange Lebensdauer des hochgeladenen Zustandes repräsentiert eine großzügig abgeschätzte obere Grenze der Lebensdauer. Wie sich die tatsächliche Situation in der Paulfalle verhält, kann nur durch eine Messung ermittelt werden.

5.3 Übersicht der Ergebnisse

Die hier durchgeführten ersten Testmessungen bezüglich des Drucks und der Temperatur bestätigen eindeutig, dass das Konzept des Aufbaus funktioniert. Es wurden bereits auf Anhieb eine Temperatur auf dem Paulfallhalter von 6,28 K erzielt. Die Tatsache, dass noch nicht ganz auf die Temperatur des Siedepunktes von Helium gekühlt werden konnte, weist auf eine ungewollte Wärmebrücke in der Konstruktion hin. Vermutlich ist während des Abkühlens der Apparatur durch die thermische Kontraktion des 4 K-Kältebandes eine Verbindung zwischen diesem und dem 40 K-Kälteschildes, an der Stelle, an der das Band durch einen schmalen Schlitz ins Innere der 40 K-Stufe geführt wird, entstanden. Die Problemstelle soll in Kürze behoben werden.

Ein Vergleich des Aufwärm- und Abkühlvorgangs zeigt, dass sich die Paulfalle im Bereich von 4-40 K wesentlich schneller aufwärmt als abkühlt (s. Abb. 5.8).

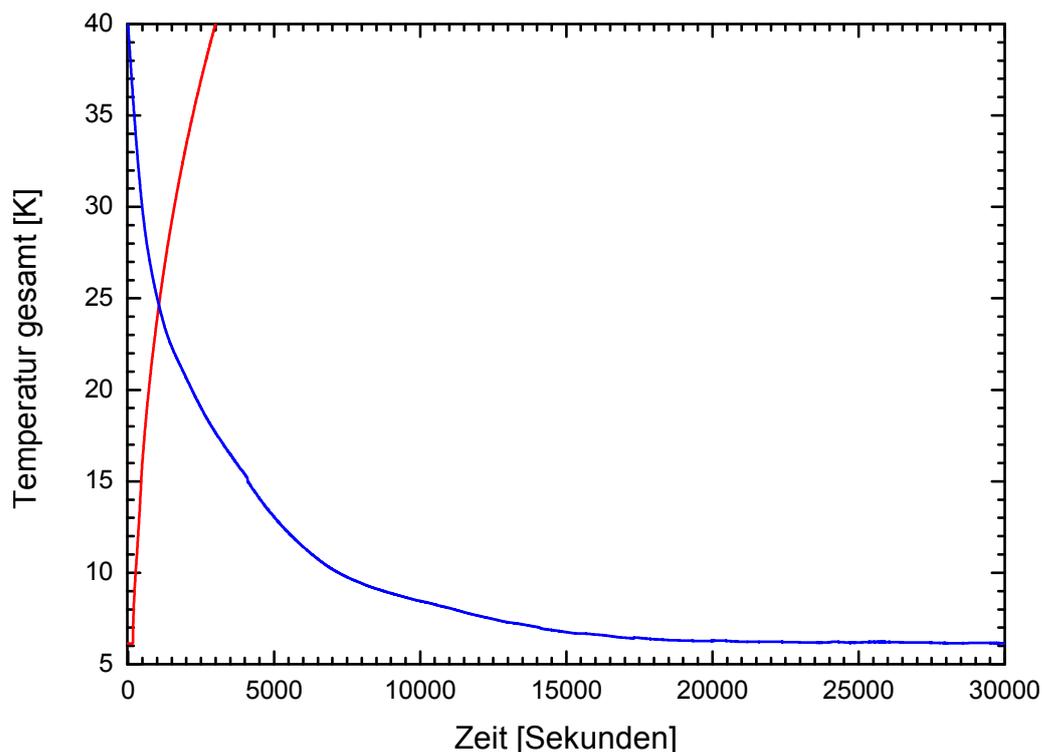


Abbildung 5.8: Vergleich der Aufwärm- (rot) und Abkühlkurven (blau) von Sensor 1 im Bereich von 4-40 K.

Dass der Aufwärmvorgang schneller abläuft ist nicht weiter verwunderlich, da dem Temperaturgradienten der Umgebung nicht durch den Betrieb des Kältekopfes entgegengewirkt wird.

Zudem beträgt der Temperaturanstieg, der durch die Radiofrequenz mit einer Spitze-

Spitze-Spannung von $V_{pp} = 100$ V hervorgerufen wird, lediglich 0,08 K und auch die dadurch in die Paulfalle hineingetragene Leistung hat einen geringen Wert von 0,8 mW.

Aus der Temperaturkurve des Aufwärmvorgangs wurde zusätzlich noch die Leistung der Wärmestrahlung berechnet, die auf die 4 K-Stufe trifft, sowie diejenige, die durch Wärmeleitung eingebracht wird. Es ergab sich ein Wert für die Wärmestrahlung von 0,3 W und für die Wärmeleitung von ungefähr 1 W.

Die hier vorgestellten Abschätzungen hinsichtlich der Teilchendichte im Innern der Apparatur von etwa 10^4 Teilchen/cm³ und dem daraus überschlagenen Wert für die Lebensdauer eines $^{131}\text{Xe}^{30+}$ -Ions von etwa 50 min legen eine untere Grenze für die Teilchendichte und eine obere für die Lebensdauer des $^{131}\text{Xe}^{30+}$ -Ions fest. Eine unrealistische Abschätzung der Teilchendichte anhand der Leitwerte der Führungsröhrchen ohne Pumpwirkung, würde eine Lebensdauer von etwas mehr als einer Sekunde ergeben, was für viele Experimente bereits ausreichend wäre. Durch sympathetisches Kühlen der Ionen in dieser Zeit könnte zum Beispiel die kinetische Energie von 30 eV auf 1 meV (10 K) reduziert werden. In diesem Fall wäre es möglich, die Lebensdauer der Ionen wieder in den Bereich von einigen Minuten zu verlängern.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde eine kryogene, lineare Paulfalle für hochgeladene Ionen entworfen und aufgebaut. Das Konzept wurde von den konventionell 12 Elektroden auf 24 erweitert und ermöglicht damit einen breiteren Anwendungsbereich von Zwischenspeichern und Umladen verschiedener Ionen. Aufgrund der zu schaffenden 4 K-Umgebung mussten diverse Wärmeeintragsprobleme überwunden werden. Daraus lässt sich das Erreichen eines ausgezeichneten, niedrigen Drucks im Bereich der Paulfalle ableiten.

Zu Beginn wurden die theoretischen Grundlagen des Ioneneinfangs in einer linearen Paulfalle eingehend untersucht und die hier konzipierte Elektrodenanordnung simuliert. Es ergab sich im Allgemeinen eine gute Übereinstimmung zwischen den Berechnungen anhand der Mathieu-Gleichung und den Ergebnissen der numerischen Simulationen. Diese zeigten aber zusätzlich, dass durchaus auch Unterschiede zu erwarten sind, da die Theorie immer von einer unendlichen Länge des Quadrupols ausgeht. Bei realistischen Simulationen, die eine endliche Länge der Konstruktion berücksichtigten, kam es z.B. bei sehr kleinen Ionenenergien zu einer Umkehr des Teilchens und einem erneuten Durchgang desselbigen durch den Quadrupol.

Bereits in den ersten Testmessungen wurde außerhalb des 40 K-Schildes ein Druck von $3,3 \cdot 10^{-9}$ mbar und eine Temperatur im Innern des 4 K-Schildes bei der Paulfalle von 6,28 K erreicht. Dieser Wert wird in Zukunft noch unterschritten werden, da eine noch zu behebbende Wärmebrücke die Ursache dafür sein dürfte. Aus diesen ersten Messungen des Drucks und der Temperatur sowohl bei Aufwärm- als auch bei Abkühlvorgängen konnte ein erster Eindruck der Größenordnung der Wärmestrahlung, die auf die innerste Stufe der Konstruktion gelangt, gewonnen werden. Es zeigte sich, dass der Aufwärmvorgang zunächst von der Wärmestrahlung, die eine Leistung von maximal 0,3 W aufweist, dominiert wird. Später übersteigt die Wärmeleitung, die von dem ausgeschalteten Kältekopf ausgeht, den Beitrag der Wärmestrahlung. Der Beitrag der Wärmeleitung wird jedoch im normalen, kalten Betrieb vom Kältekopf abtransportiert und spielt somit keine Rolle mehr.

Überdies demonstrierten erste Temperaturmessungen im kalten Zustand bei einge-

schalteter Radiofrequenz mit einer Amplitude von 100 V Spitze-Spitze, dass der von ihr ausgehende Wärmeeintrag in die innerste Stufe der Apparatur von 0,8 mW sehr gering ist und ohne weiteres vom Kältekopf abgeführt werden konnte. Es entstand lediglich ein Temperaturanstieg von 0,08 K über die gesamte Betriebsdauer der Radiofrequenz, der bei Ausschalten derselbigen schnell auf den Anfangswert zurückfiel.

In einem nächsten Schritt wurde mittels des in der Kammer gemessenen Drucks und der geometrischen Anordnung des Aufbaus eine Abschätzung der Teilchendichte in der Nähe der Paulfalle durchgeführt. Unter den gemachten Annahmen ergab die Abschätzung eine Dichte von etwa 10^4 Teilchen/cm³. Die aus dieser Teilchendichte überschlagene Lebensdauer eines $^{131}\text{Xe}^{30+}$ -Ions in der Paulfalle bei Ladungsaustausch belief sich damit auf 50 min. Wenn die hochgeladenen Ionen tatsächlich eine solch lange Lebensdauer aufweisen würden, wäre das ein großer Erfolg. Denn eine lange Lebensdauer bedeutet eine längere Speicherzeit, die wiederum in präzisere Messungen mit genaueren Ergebnissen resultiert. Ob solch niedrige Drücke tatsächlich erreicht werden, müssen weitere Experimente noch beweisen.

Ferner wurde gezeigt, dass das entwickelte Konzept des Aufbaus stimmig ist und dass der Inbetriebnahme als Paulfalle nichts mehr im Wege steht. In Zukunft soll die Apparatur zunächst an eine Laserionenquelle angeschlossen werden, um sie mit langsamen, einfach geladenen Ionen als Massenfilter zu testen. Danach wird ein Lasersystem zur Laserkühlung von $^9\text{Be}^+$ Ionen realisiert werden, welche dann wiederum die gewünschten hochgeladenen Ionen sympathetisch kühlen sollen. Zur Visualisierung der Ionen wird noch ein Linsensystem mit CCD-Kamera oberhalb der Hauptfalle angebracht werden. Das Endziel ist es, den Aufbau an eine EBIT (*engl.: electron beam ion trap*) anzuschließen, die die HCIs (*engl.: highly charged ion*) produziert, um sie dann in der Paulfalle zu fangen und erstmals Coulomb-Kristalle hochgeladener Ionen in einer Paulfalle zu beobachten. In einem weiteren Schritt sollen diese Ionen dann dazu benutzt werden, um an ihnen laserspektroskopische Messungen durchzuführen.

Anhang A

Simulationen

A.1 MATLAB

Listing A.1: Schwerpunktbewegung in x-Richtung

```
1 %22.03.2010
2 %Funktion für die Schwerpunktsbewegung in x-Richtung
3
4 function f = bewegung_sp_x(t)
5
6 x_0 = 2; % in mm
7 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
8 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
9 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
   Mikro
10 omega_rf = radiof * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Radiof
11 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
12 omega_sec = radiof_sec * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Makro
13
14 f = x_0 * cos(omega_sec * t + pi ); %Gleiche Phase wie bei bewegung_x!!!
```

Listing A.2: Schwerpunktbewegung in y-Richtung

```
1 %22.03.2010
2 %Funktion für die Schwerpunktsbewegung in y-Richtung
3
4 function f = bewegung_sp_y(t)
5
6 y_0 = 2; % in mm
7 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
8 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
9 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
   Mikro
10 omega_rf = radiof * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Radiof
11 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
12 omega_sec = radiof_sec * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Makro
13
14 f = y_0 * cos(omega_sec * t );
```

Listing A.3: Teilchenbewegung in x-Richtung

```
1 %16.03.2010
2 %das programm soll mir zunächst die Makro und Mikrobewegung plotten
```

```

3 %wie bei Dieter Meschede SS2006
4
5 % hier lediglich die Definition der Mikro und Makrobewegung mit
6 % zuweisung des Namens bewegung_x(t)
7
8
9
10 %t = 0:1/(omega_rf*100):1/omega_rf;
11
12 function f = bewegung_x(t)
13
14 x_0 = 2; % in mm
15 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
16 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
17 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
    Mikro
18 omega_rf = radiof * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Radiof
19 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
20 omega_sec = radiof_sec * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Makro
21
22 f = x_0 * ( 1 - (q/2) * cos(omega_rf * t) ) * cos(omega_sec * t + pi );

```

Listing A.4: Teilchenbewegung in y-Richtung

```

1 %16.03.2010
2 %das programm soll mir zunächst die Makro und Mikrobewegung plotten
3 %wie bei Dieter Meschede SS2006
4
5 % hier lediglich die Definition der Mikro und Makrobewegung mit
6 % zuweisung des Namens bewegung_y(t)
7
8 function f = bewegung_y(t)
9
10 y_0 = 2; % in mm
11 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
12 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
13 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
    Mikro
14 omega_rf = radiof * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Radiof
15 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
16 omega_sec = radiof_sec * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Makro
17
18 f = y_0 * ( 1 + (q/2) * cos(omega_rf * t) ) * cos(omega_sec * t );

```

Listing A.5: Teilchenbewegung in z-Richtung

```

1 %17.03.2010
2 %das programm soll mir zunächst die z-Bewegung ausspucken
3 % zuweisung des Namens bewegung_z(t)
4
5
6
7 %t = 0:1/(omega_rf*100):1/omega_rf;
8
9 function f = bewegung_z(t)
10
11 z_0 = 2;
12 %q = 0.6;
13 omega_rf = 3.0*10^6*2*pi;
14 a = -0.14;
15 %omega_sec = omega_rf/2 * sqrt((q^2)/2+a);
16 omega_z = omega_rf * sqrt((-a/2));
17
18 f = z_0 * cos(omega_z * t);

```

Listing A.6: Quadrupolpotential

```

1 %18.03.2010
2 %Definition des statischen Quadrupolpotentials
3
4 function f = PHI_quad(X ,Y ,PHI_0 ,r_0)
5
6 f = PHI_0 / (2 * r_0^2) * (X.^2 - Y.^2);

```

Listing A.7: Pseudopotential

```

1 %17.03.2010
2 %Pseudopotential, vgl. Laborbuch vom 17.03.2010
3 %soll zu den Werten von bewegung_x, bewegung_y, Paul_1.m passen
4
5
6 function f = PHI_ps(X,Y,omega_sec,m)
7
8 f = (1/2) * m * omega_sec^2 * (X.^2 + Y.^2);

```

Listing A.8: Routine zum plotten des Quadrupolpotentials

```

1 %18.03.2010
2 %zum plotten des reinen statischen Quadrupolpotentials
3
4
5 PHI_0 = 10;
6 r_0 = 3.5;
7
8 [X,Y] = meshgrid(-3.5:0.2:3.5);
9 Potential = PHI_quad(X,Y,PHI_0,r_0);
10
11 meshc(X,Y,Potential);
12 %surf(X,Y,Potential);
13 colormap(winter);
14 axis square;
15 %axis off;
16 %axis([-0.02 0.02 -0.02 0.02 -800 800]);
17 xlabel('x_in[mm]', 'fontsize', 14);
18 ylabel('y_in[mm]', 'fontsize', 14);
19 zlabel('Potential_in[V]', 'fontsize', 14);
20 %title('Potential des statischen Quadrupols', 'fontsize', 14);

```

Listing A.9: Routine zum plotten des Pseudopotentials

```

1 %17.03.2010
2 % soll mir das Pseudopotential plotten
3
4 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
5 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
6 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
   Mikro
7 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
8 omega_sec = radiof_sec / (2*pi); % Winkelgeschw. der Makro
9 m=10; % in amu % Masse des harm. Ozis, in der
   Bewegung
10 % steckt sie zus. mit Q in a und q
11
12 faktor = (1.66/1.602) * 10^(-11); % rechnet das Potential in meV um
13 % wenn m in [amu], omega_sec in [Hz] und x,y in [mm] angegeben sind
14
15 tmin=0;
16 tmax=3/radiof_sec;
17 schritt=3/(radiof_sec*10000);

```

```

18 nmax=10000;
19
20 t=tmin:schritt:tmax;
21
22 t(10000)=[];
23
24 for i=1:nmax; %Erzeugt Teilchen und SP Bewegung
25 trajectory_x(i)=bewegung_x(t(i));
26 trajectory_y(i)=bewegung_y(t(i));
27 trajectory_z(i)=faktor*PHI_ps(bewegung_x(t(i)),bewegung_y(t(i)),omega_sec,m);
28 p(i)=6; % um nachher die Projektionen mitzuploten
29 k(i)=-1; % um nachher die Projektionen mitzuploten
30 sp_x(i)=bewegung_sp_x(t(i)); % Schwerpunkt in x-Richtung
31 sp_y(i)=bewegung_sp_y(t(i)); % Schwerpunkt in y-Richtung
32 sp_z(i)=faktor*PHI_ps(bewegung_sp_x(t(i)),bewegung_sp_y(t(i)),omega_sec,m);
33 end
34 %{
35 es wurde eine z-Komponente der Trajektorie hinzugefügt, damit sie sich
36 dem Potentialverlauf des Pseudopotentials anschmiegt, Modulation mit PHI_ps
37 %}
38
39 [X,Y] = meshgrid(-3.5:0.2:3.5);
40 %Z = (1/2) * m* omega_sec^2 * (X.^2+Y.^2);
41 Z = faktor*PHI_ps(X,Y,omega_sec,m);
42
43 mesh(X,Y,Z);
44 colormap(winter); % verändert den Farbverlauf der Pot-Linien
45 alpha(0.5); % verändert die Transparenz des Pseudopot
46 axis square;
47 zlim([-1 4]);
48 %xlim([-3 6]);
49 %ylim([-3 6]);
50 xlabel('x(t) in [mm]', 'fontsize', 16);
51 ylabel('y(t) in [mm]', 'fontsize', 16);
52 zlabel('Pseudopotential in [meV]', 'fontsize', 16);
53 title('Bewegung in x-y-Ebene im Pseudopotential bei f=3.0 MHz', 'fontsize', 16);
54
55 hold on;
56 plot3(trajectory_x,trajectory_y,trajectory_z, 'color', 'black', 'LineWidth', 2.5);
57 plot3(sp_x,sp_y,sp_z, 'Color', [1 0 1], 'LineWidth', 2.5); %magenta
58 plot3(sp_x, sp_y, k, 'Color', 'green', 'LineWidth', 0.5);
59 plot3(sp_x, p, sp_z, 'Color', 'blue', 'LineWidth', 0.5);
60 plot3(p, sp_y, sp_z, 'Color', 'red', 'LineWidth', 0.5);
61 grid on;
62 hold off;

```

Listing A.10: Routine zum plotten der Teilchenbewegungen, je nachdem was gewünscht ist, werden die entsprechenden Teile herauskommen-tiert

```

1 %16.03.2010
2 %das programm soll mir zunächst die Makro und Mikrobewegung plotten
3 %wie bei Dieter Meschede SS2006
4
5 q=0.6; % q des Stabilitätsbereiches
6 a=-0.14; % a des Stabilitätsbereiches
7 radiof = 3.0*10^6; %angelegte Radiofrequenz, f der
   Mikro
8 omega_rf = radiof * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Radiof
9 radiof_sec = radiof/2 * sqrt((q^2)/2+a); %Frequenz der Makro
10 omega_sec = radiof_sec * 2 * pi; %Winkelfrequenz der Makro
11
12 tmin=0;

```

```

13 tmax=3/radiof_sec;
14 schritt=3/(radiof_sec*10000);
15 nmax=10000;
16
17 t=tmin:schritt:tmax;
18
19 t(10000)=[];
20
21 for i=1:nmax;
22     trajectory_x(i)=bewegung_x(t(i));
23     trajectory_y(i)=bewegung_y(t(i));
24     trajectory_z(i)=bewegung_z(t(i));
25     p(i)=3.0; % um nachher die Projektionen mitzuploten
26     sp_x(i)=bewegung_sp_x(t(i)); % Schwerpunkt in x-Richtung
27     sp_y(i)=bewegung_sp_y(t(i)); % Schwerpunkt in y-Richtung
28 end;
29 %{
30 plot(trajectory_x,trajectory_y,'black');
31 hold on;
32 plot(sp_x,sp_y,'Color','magenta');
33 axis square;
34 grid on;
35 xlabel('x(t) in [mm]','fontsize',16);
36 ylabel('y(t) in [mm]','fontsize',16);
37 title('x(t) vs y(t) q=0,6 ua=-0,14 RF=3,0 MHz, pi/3','fontsize',16);
38 hold off;
39 %}
40 %{
41 plot(t,trajectory_x,'red')
42 title('Bewegung in x-Richtung','fontsize',16);
43 xlabel('time in [s]','fontsize',16);
44 ylabel('x(t) in [mm]','fontsize',16);
45 grid on;
46 %}
47 %{
48 plot(t,trajectory_y,'red');
49 title('Bewegung in y-Richtung','fontsize',16);
50 xlabel('time in [s]','fontsize',16);
51 ylabel('y(t) in [mm]','fontsize',16);
52 grid on;
53 %}
54 %{
55 subplot(2,2,1); plot(t,trajectory_x,'red');
56 title('Bewegung in x-Richtung','fontsize',14);
57 xlabel('time in [s]','fontsize',14);
58 ylabel('x(t) in [mm]','fontsize',14);
59 grid on;
60 %hold on;
61 subplot(2,2,2); plot(t,trajectory_y);
62 title('Bewegung in y-Richtung','fontsize',14);
63 xlabel('time in [s]','fontsize',14);
64 ylabel('y(t) in [mm]','fontsize',14);
65 grid on;
66 %hold off;
67
68 %xlabel('time');
69 %ylabel('x(t),y(t)');
70 %title('Mikro- & Makrobewegung in x,y-Richtung 3 Perioden f sec');
71 %h = legend('x(t)','y(t)',4);
72 %set(h,'Interpreter','none'); weiß nicht was es tut
73
74
75 subplot(2,2,3:4); plot(trajectory_x,trajectory_y,'black');
76 hold on;
77 plot(sp_x,sp_y,'Color','magenta');

```

```

78 axis square;
79 grid on;
80 xlabel('x(t) in [mm]');
81 ylabel('y(t) in [mm]');
82 %title('x vs y q=0,6 a=-0,14 RF=3,0 MHz');
83 hold off;
84 %}
85 %{
86 %plottet die Trajektorie x,y,z und die Projektionen auf die versch. Ebenen
87 %plot3(trajjectory_x,trajectory_y,trajectory_z, 'Color', 'black', 'LineWidth', 1.5);
88 plot3(trajectory_x,trajectory_y,trajectory_z, 'Color', 'black', 'LineWidth', 1.5);
89 grid on;
90 axis square;
91 xlabel('x in [mm]', 'fontsize', 16);
92 ylabel('y in [mm]', 'fontsize', 16);
93 zlabel('z in [mm]', 'fontsize', 16);
94 title('Komplette Bewegung des Teilchens', 'fontsize', 16)
95 zlim([-3 3]);
96
97 hold on;
98 plot3(trajectory_x, trajectory_y, -p, 'Color', 'blue', 'LineWidth', 0.5);
99 plot3(trajectory_x, p, trajectory_z, 'Color', 'green', 'LineWidth', 0.5);
100 plot3(p, trajectory_y, trajectory_z, 'Color', 'red', 'LineWidth', 0.5);
101 %plot3(sp_x,sp_y,-p,'Color','magenta','LineWidth',0.5);
102 hold off;
103 %}

```

A.2 SIMION

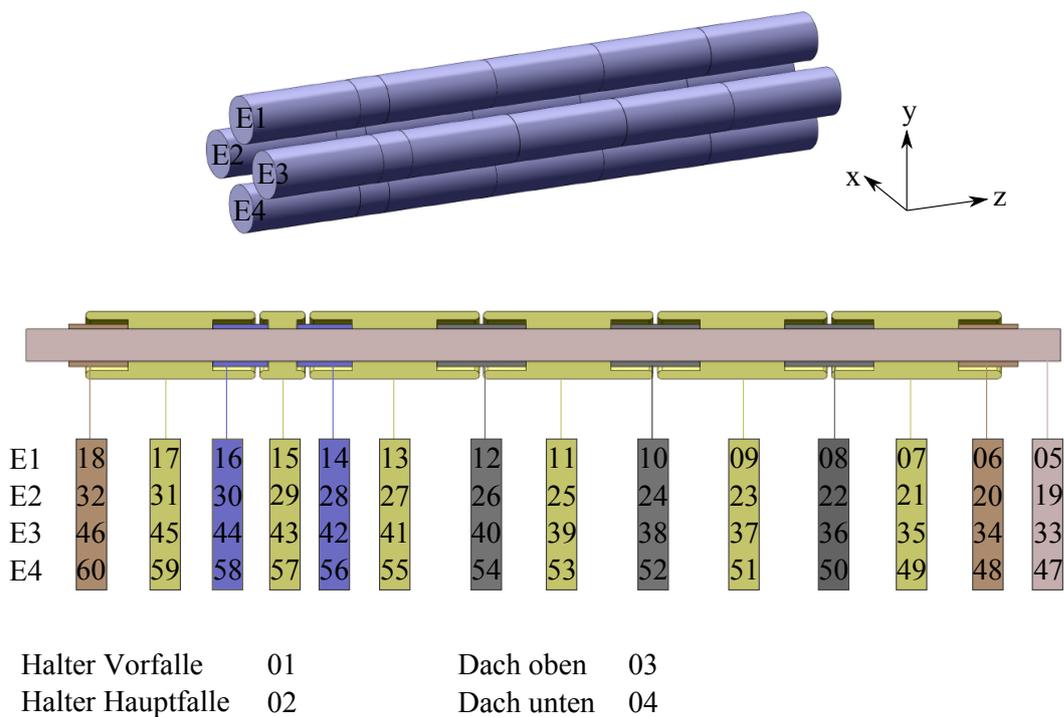


Abbildung A.1: Zuordnung der Elektroden im SIMION-Quellcode

Listing A.11: Main Code SIMION

```

1 simion.workbench_program ()
2
3
4 -- Record start time, import function library (SH)
5
6 start_time = os.time() -- Record start time (number of seconds since system defined epoch)
7 simion.import("funct_lib.lua") -- Imports lua file of functions called in this program
8 date = format_date(os.date("%*t")) -- Format the current date and time into more usable form
9
10
11 adjustable pe_update_each_usec = 0.05 -- potential energy display
12 -- update period (microsec)
13
14 adjustable last_pe_update = 0.0 -- (for display purposes only) aus quad.lua
15 -- last potential energy surface update time (usec)
16
17 pi = math.pi -- die Zahl pi wird die globale Variable pi zugeordnet
18
19 -- adjustable variables at beginning of flight
20
21 adjustable frequency_hz = 5.00E6 -- RF of quad (Hz)
22 adjustable omega = frequency_hz * 2 * pi * 1E-6 -- Winkelgeschwindigkeit in rad/us
23 --local a_frequency = frequency_hz * 2 * pi * 1E-6
24
25 adjustable ground = 0 -- Ground Potential für zum Beispiel die Dächer und Halter, um sie von
    den Elektroden zu trennen, die auch negative Potentiale haben könnten
26
27 adjustable ac_main = 375 -- Amplitude der RF Hauptfalle
28 adjustable dc_main_start = 0 -- DC Offset der RF der 4 Endkappenlektroden am Anfang der Hauptfalle (
    Ionenflugrichtung)
29 adjustable dc_main_mitte = 0 -- DC Offset der RF der 4 Mittelelektroden der Hauptfalle
30 adjustable dc_main_end = 0 -- DC Offset der RF der 4 Enkappenlektroden am Ende der Hauptfalle (
    Ionenflugrichtung)
31
32 adjustable dc_z_main_start = 73.34 -- DC in z-Richtung der 4 Endkappenlektroden am Anfang der Hauptfalle (
    Ionenflugrichtung)
33 adjustable dc_z_main_mitte = 0 -- DC in z-Richtung der 4 Mittelelektroden der Hauptfalle
34 adjustable dc_z_main_end = 73.34 -- DC in z-Richtung der 4 Enkappenlektroden am Ende der Hauptfalle (
    Ionenflugrichtung)
35
36 adjustable ac_pre = 375 -- Amplitude der RF für Vorfalle

```

```

37 adjustable dc_pre_start = 0 -- DC Offset der RF der 4 Endkappenlektroden am Anfang der Vorfalle (
   Ionenflugrichtung)
38 adjustable dc_pre_mitte = 0 -- DC Offset der RF der 4 Mittelelektroden der Vorfalle
39 adjustable dc_pre_end = 0 -- DC Offset der RF der 4 Endkappenlektroden am Ende der Vorfalle (
   Ionenflugrichtung)
40
41 adjustable dc_z_pre_start = 0 -- DC in z-Richtung der 4 Endkappenlektroden am Anfang der Vorfalle (
   Ionenflugrichtung)
42 adjustable dc_z_pre_mitte = 0 -- DC in z-Richtung der 4 Mittelelektroden der Vorfalle
43 adjustable dc_z_pre_end = 0 -- DC in z-Richtung der 4 Endkappenlektroden am Anfang der Vorfalle (
   Ionenflugrichtung)
44
45
46 -- @ E1,...,E4 bezeichnet die Elektrode wie in obiger Abbildung
47
48 function segment.fast_adjust ()
49 --function segment.init_P_values()
50 adj_elect01 = ground -- Halter 3 auf ground
51 adj_elect02 = ground -- Halter 4 auf ground
52
53 adj_elect03 = ground -- Dach 1 auf ground
54 adj_elect04 = ground -- Dach 2 auf ground
55
56 adj_elect05 = ground -- Keramikstab @ E1 auf ground
57 adj_elect19 = ground -- Keramikstab @ E2 auf ground
58 adj_elect33 = ground -- Keramikstab @ E3 auf ground
59 adj_elect47 = ground -- Keramikstab @ E4 auf ground
60
61 adj_elect06 = ground -- 1. Abstandshalter @ E1
62 adj_elect20 = ground -- 1. Abstandshalter @ E2
63 adj_elect34 = ground -- 1. Abstandshalter @ E3
64 adj_elect48 = ground -- 1. Abstandshalter @ E4
65
66 adj_elect08 = ground -- 2. Abstandshalter @ E1
67 adj_elect22 = ground -- 2. Abstandshalter @ E2
68 adj_elect36 = ground -- 2. Abstandshalter @ E3
69 adj_elect50 = ground -- 2. Abstandshalter @ E4
70
71 adj_elect10 = ground -- 3. Abstandshalter @ E1
72 adj_elect24 = ground -- 3. Abstandshalter @ E2
73 adj_elect38 = ground -- 3. Abstandshalter @ E3
74 adj_elect52 = ground -- 3. Abstandshalter @ E4
75
76 adj_elect12 = ground -- 4. Abstandshalter @ E1

```

```

77 adj_elect26 = ground      -- 4. Abstandshalter @ E2
78 adj_elect40 = ground      -- 4. Abstandshalter @ E3
79 adj_elect54 = ground      -- 4. Abstandshalter @ E4
80
81 adj_elect14 = ground      -- 5. Abstandshalter @ E1
82 adj_elect28 = ground      -- 5. Abstandshalter @ E2
83 adj_elect42 = ground      -- 5. Abstandshalter @ E3
84 adj_elect56 = ground      -- 5. Abstandshalter @ E4
85
86 adj_elect16 = ground      -- 6. Abstandshalter @ E1
87 adj_elect30 = ground      -- 6. Abstandshalter @ E2
88 adj_elect44 = ground      -- 6. Abstandshalter @ E3
89 adj_elect58 = ground      -- 6. Abstandshalter @ E4
90
91 adj_elect18 = ground      -- 7. Abstandshalter @ E1
92 adj_elect32 = ground      -- 7. Abstandshalter @ E2
93 adj_elect46 = ground      -- 7. Abstandshalter @ E3
94 adj_elect60 = ground      -- 7. Abstandshalter @ E4
95
96 --E1,E4 & E2,E3 liegen auf dem selben Potential mit lediglich 180 Phasenverschiebung daher das Minus
97
98 -- Elektrodensegmente Vorfalle Anfang
99 adj_elect07 = (dc_pre_start + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_start
100 adj_elect21 = (- dc_pre_start - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_start
101 adj_elect35 = (- dc_pre_start - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_start
102 adj_elect49 = (dc_pre_start + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_start
103
104 -- Elektrodensegmente Vorfalle Mitte
105 adj_elect09 = (dc_pre_mitte + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_mitte
106 adj_elect23 = (- dc_pre_mitte - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_mitte
107 adj_elect37 = (- dc_pre_mitte - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_mitte
108 adj_elect51 = (dc_pre_mitte + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_mitte
109
110 -- Elektrodensegmente Vorfalle Ende
111 adj_elect11 = (dc_pre_end + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_end
112 adj_elect25 = (- dc_pre_end - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_end
113 adj_elect39 = (- dc_pre_end - ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_end
114 adj_elect53 = (dc_pre_end + ac_pre * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_pre_end
115
116 -- Elektrodensegmente Hauptfalle Anfang
117 adj_elect13 = (dc_main_start + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_start
118 adj_elect27 = (- dc_main_start - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_start
119 adj_elect41 = (- dc_main_start - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_start
120 adj_elect55 = (dc_main_start + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_start

```

```

121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
-- Elektrodensegmente Hauptfalle Mitte
adj_elect15 = (dc_main_mitte + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_mitte
adj_elect29 = (- dc_main_mitte - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_mitte
adj_elect43 = (- dc_main_mitte - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_mitte
adj_elect57 = (dc_main_mitte + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_mitte
-- Elektrodensegmente Hauptfalle Ende
adj_elect17 = (dc_main_end + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_end
adj_elect31 = (- dc_main_end - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_end
adj_elect45 = (- dc_main_end - ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_end
adj_elect59 = (dc_main_end + ac_main * cos(ion_time_of_flight * omega)) * (1/2) + dc_z_main_end
end
-- SIMION segment called by SIMION after every time-step., aus quad.lua
-- soll mir die Veränderung des Potentials mit der Zeit dann auch in SIMION anzeigen
--[[function segment.other_actions()
-- Update potential energy surface display periodically.
-- The performance overhead of this in non-PE views is only a few percent.
-- NOTE: the value inside abs(...) can be negative when a new ion is flown.
if abs(ion_time_of_flight - last_pe_update) >= pe_update_each_usec then
    last_pe_update = ion_time_of_flight
    sim_update_pe_surface = 1
end
end]]]
--
function segment.tstep_adjust()
    ion_time_step = min(ion_time_step, 0.1)
end
-- Keep time step size <= X usec

```

Anhang B

Elektronische Schaltpläne

B.1 DC-Spannungsversorgung

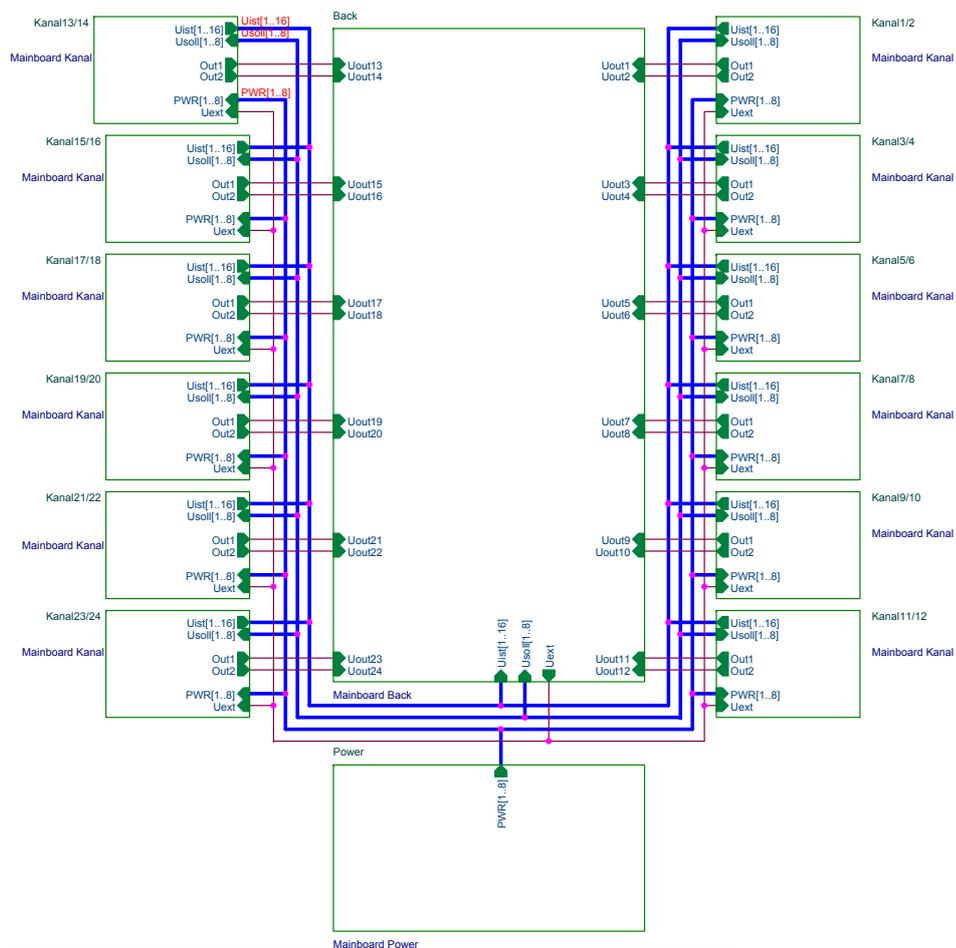


Abbildung B.1: Übersichtsschaltplan der DC-Einheiten

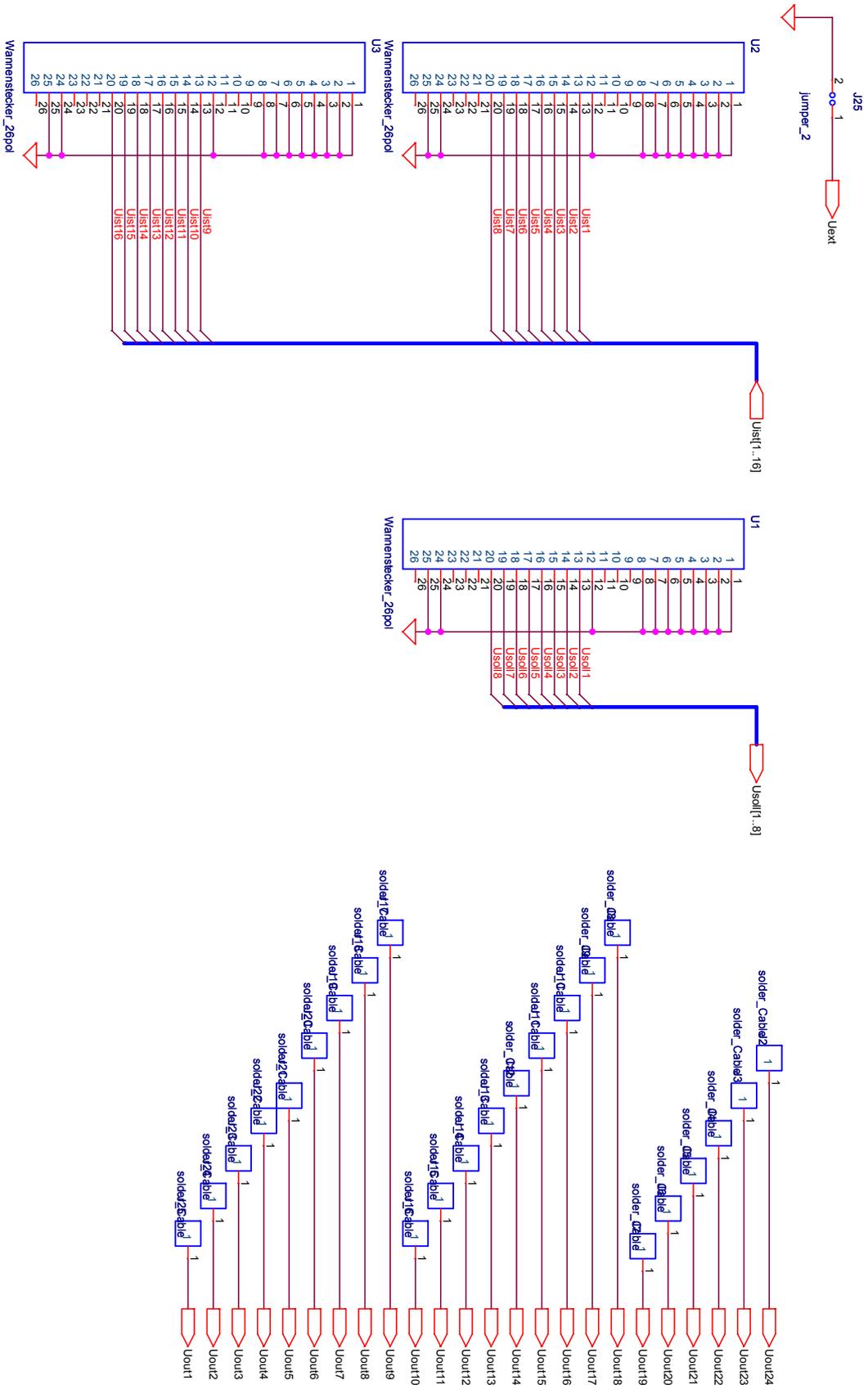


Abbildung B.2: MPRK090060H00-Seite 2

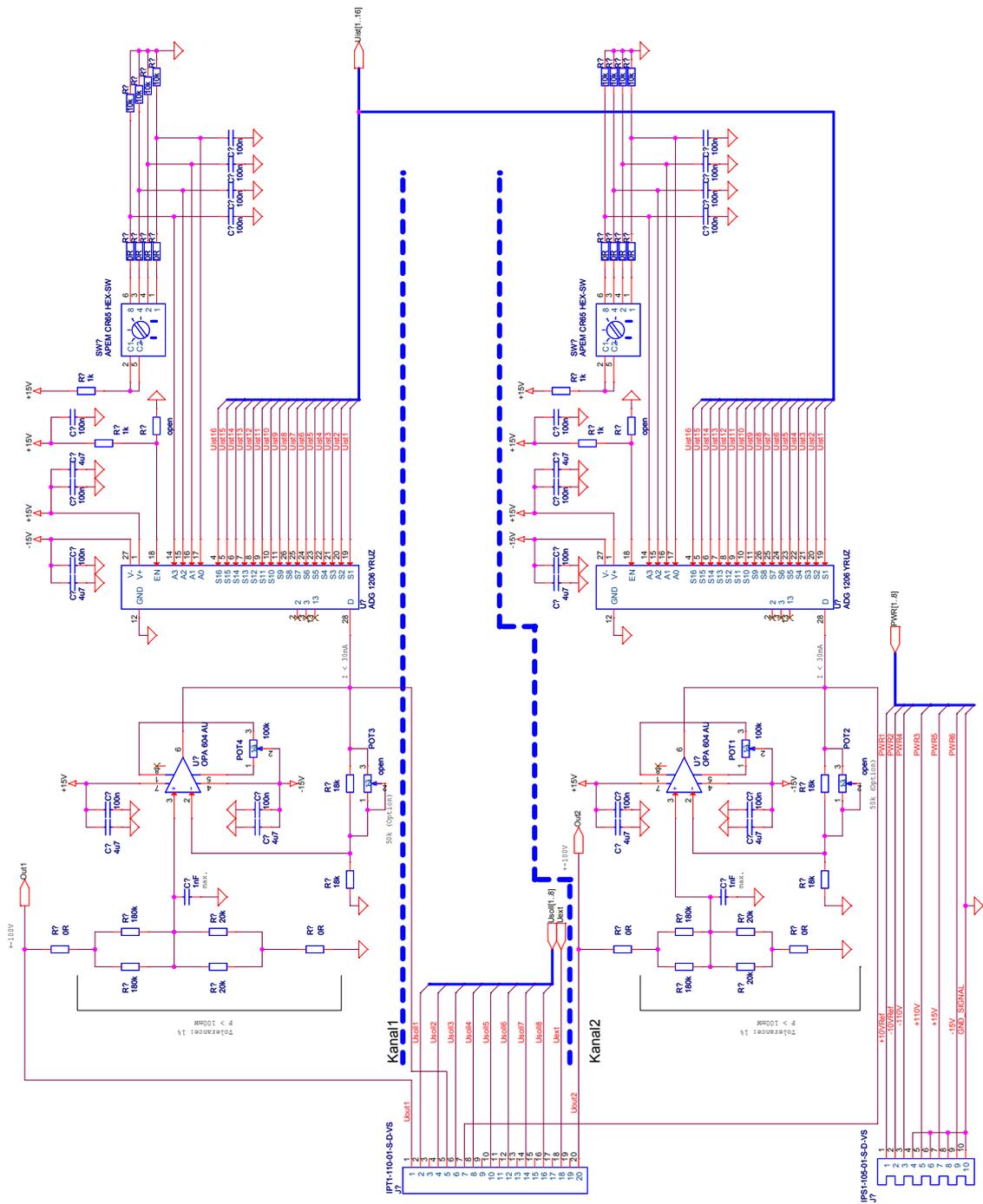


Abbildung B.3: MPK090060H00-Seite 3

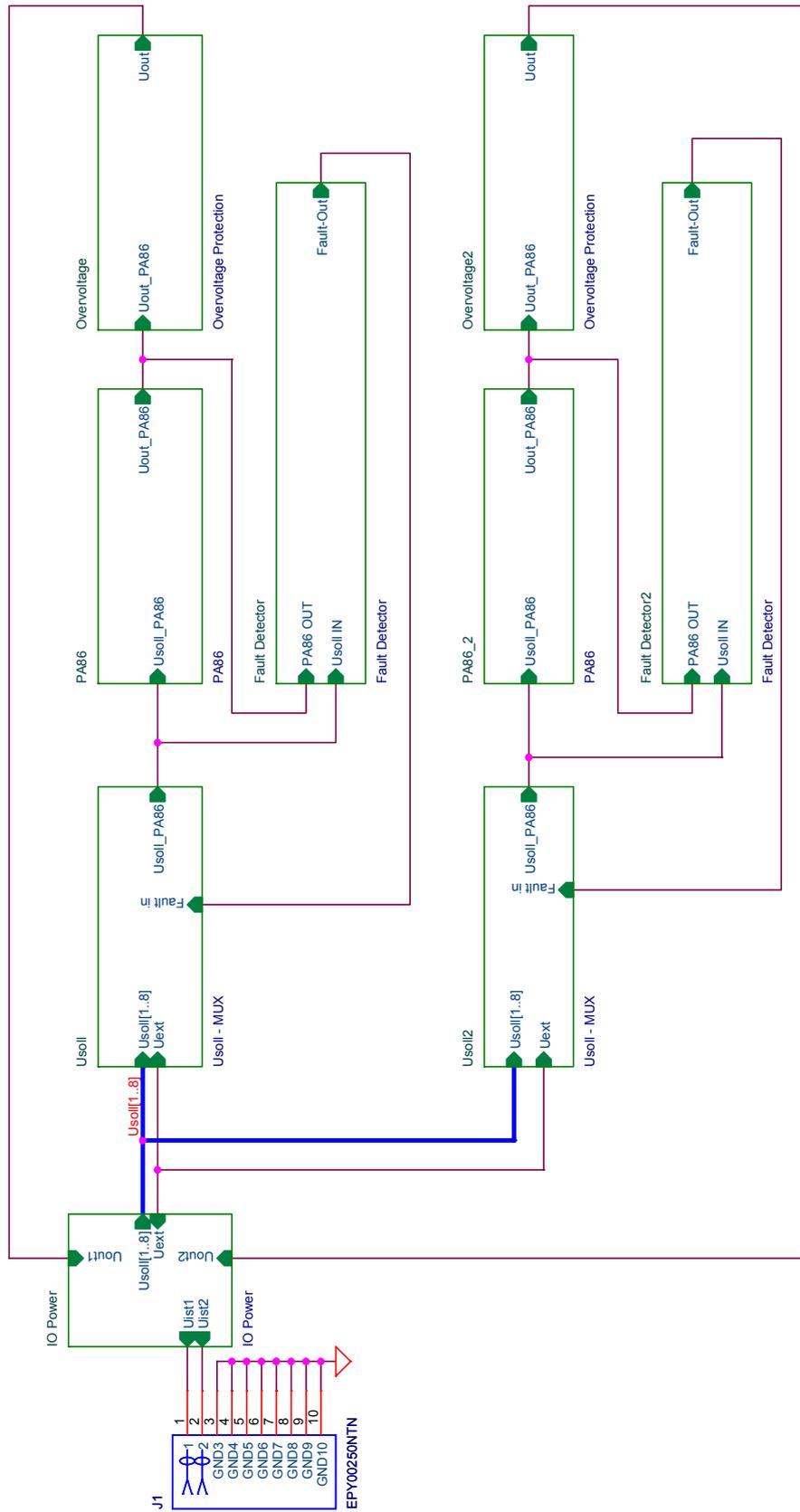


Abbildung B.5: MPK090060H00-PA86 Modul 1

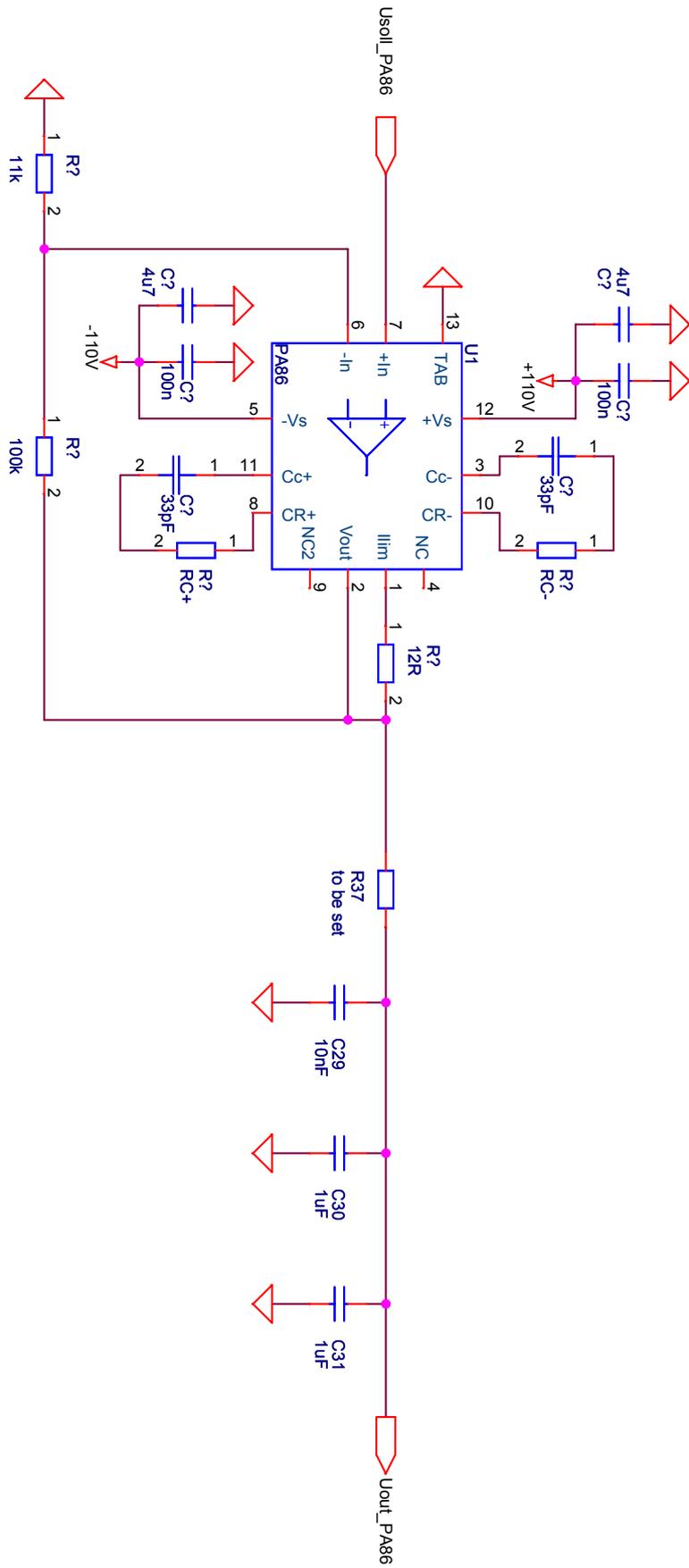


Abbildung B.6: MPK090060H00-PA86 Modul 2

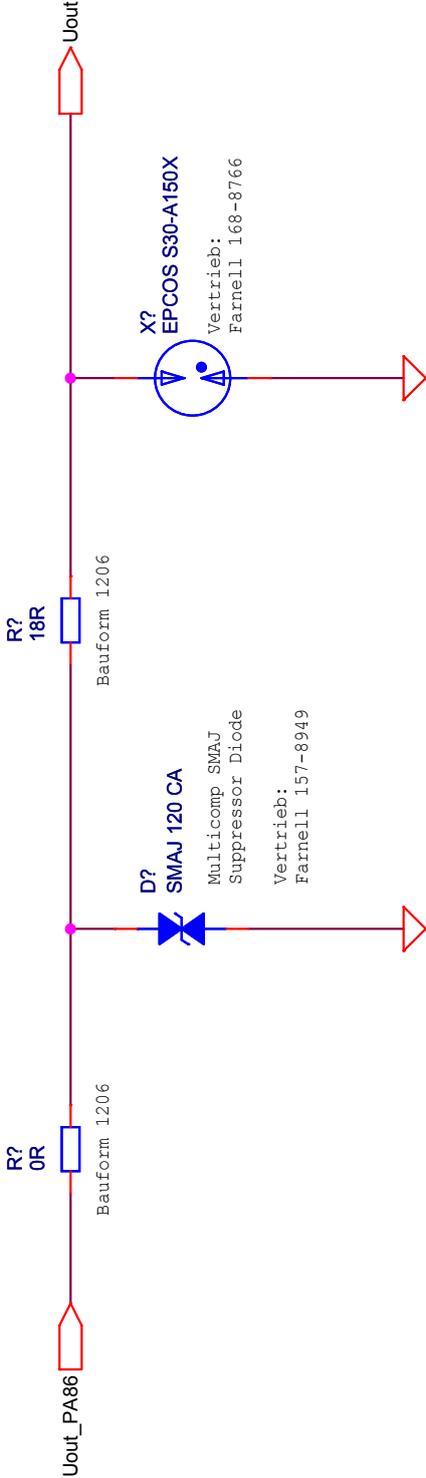


Abbildung B.7: MPK090060H00-PA86 Modul 3

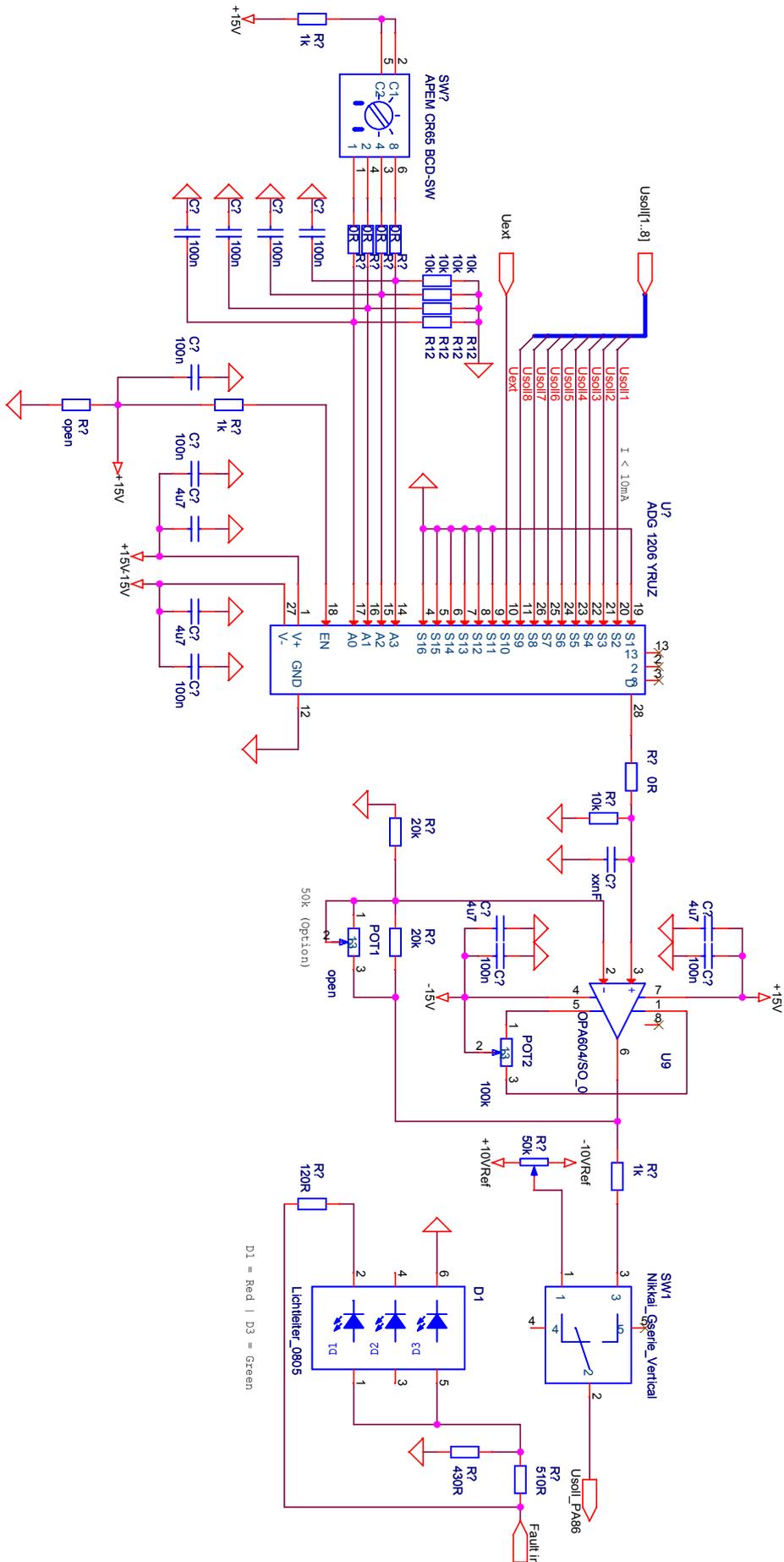


Abbildung B.8: MPK090060H00-PA86 Modul 4

D1 = Red | D3 = Green

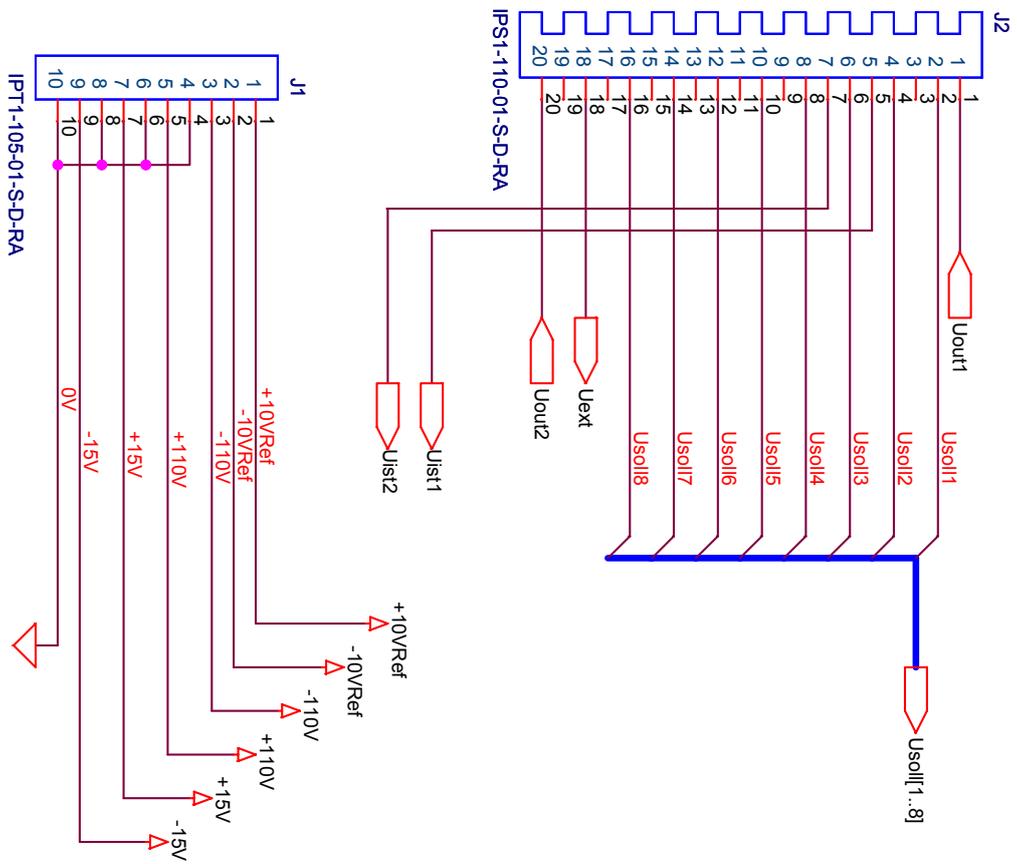


Abbildung B.10: MPPK090060H00-PA86 Modul 6

B.2 RF-DC-Koppler

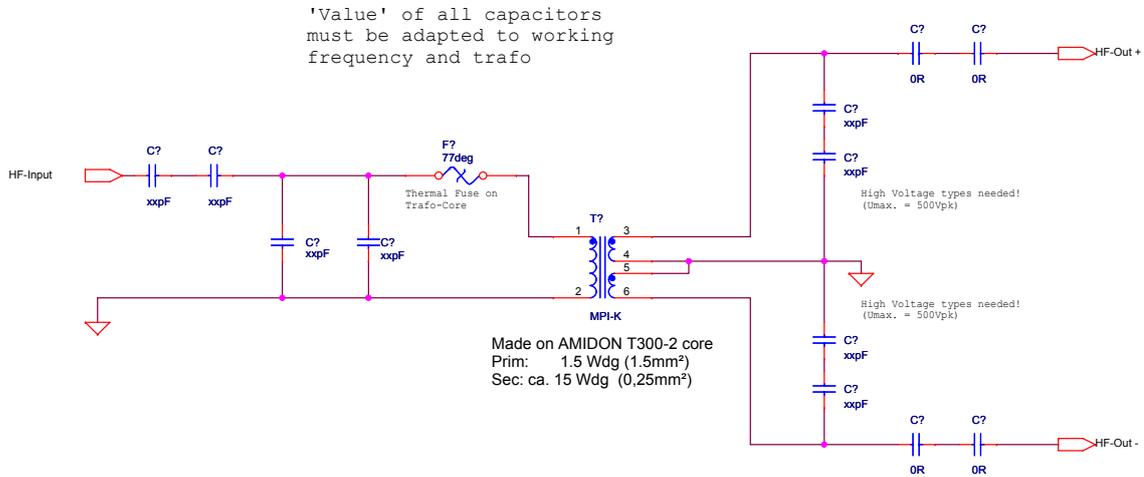


Abbildung B.11: Schaltplan des Transformators in der RF-DC-Koppelbox

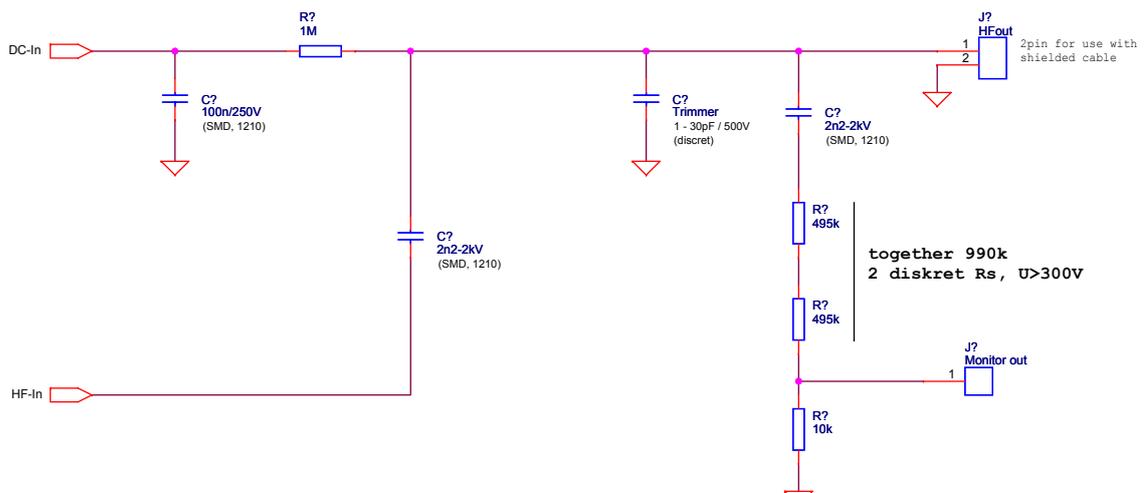


Abbildung B.12: Schaltplan eines Superpositionsmoduls der RF und DC

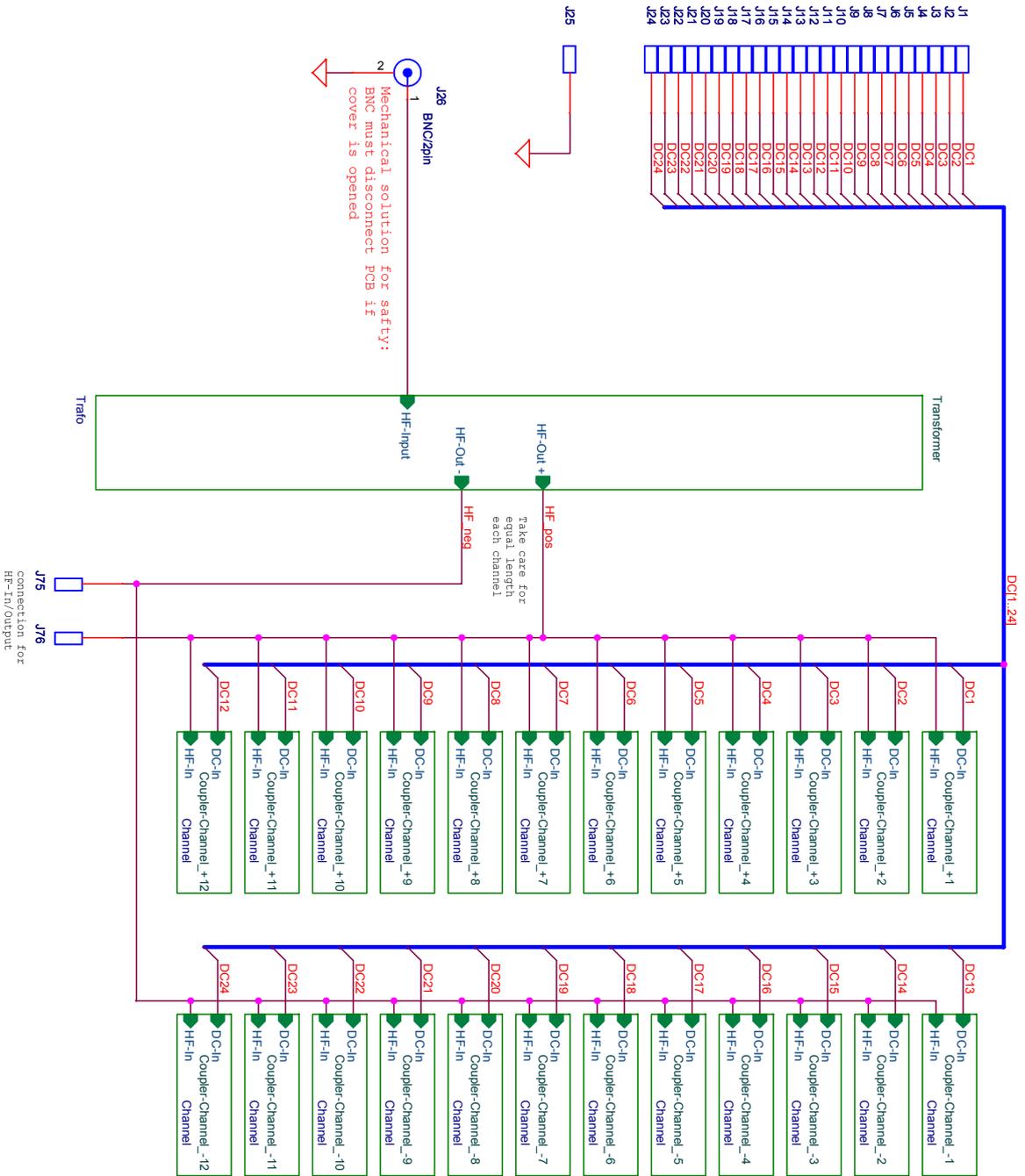


Abbildung B.13: Übersichtsschaltplan des RF-DC-Kopplers

Literaturverzeichnis

- [1] U. von Zahn W. Paul, H.P. Reinhard. *Das elektrische Massenfilter als Massenspektrometer und Isotopentrenner*. Zeitschrift für Physik, 152:143, 1958.
- [2] M. Raether W. Paul. *Das elektrische Massenfilter*. Zeitschrift für Physik, 140:262, 1955.
- [3] Wolfgang Paul. *Electromagnetic traps for charged and neutral particles*. Reviews of Modern Physics, 62(3), July 1990.
- [4] G. Werth. *Principles of Ion Traps*. Lect. Notes Physics, 749:31–67, 2008.
- [5] L. Maleki J.D. Prestage, G.J. Dick. *New ion trap for frequency standard applications*. Journal of Applied Physics, 66:1013, Aug 1989.
- [6] J.C. Bergquist W.M. Itano D.J. Wineland M. G. Raizen, J.M. Gilligan. *Ionic crystals in a linear Paul trap*. Physical Review A, 45(9):6493, May 1992.
- [7] Peter Herskind. *Cavity Quantum Electrodynamics with Ion Coulomb Crystals*. PhD thesis, Aarhus Universität, Sep 2008.
- [8] Kristian Mølhave. *Construction of and Experiments with a Linear Paul Trap*. Master's thesis, Aarhus Universität, Mar 2000.
- [9] Volkhard Mäckel. *Laserspektroskopie hochgeladener Ionen an der Heidelberger Elektronenstrahl-Ionenfalle*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2010.
- [10] W.M. Itano D.J. Wineland F. Diedrich, J.C. Bergquist. *Laser Cooling to the Zero-Point Energy of Motion*. Physical Review A, 62:403, Jan 1989.
- [11] Niels Kjærgaard. *Methods in Laser Cooling of Ions in Storage Rings and Traps*. PhD thesis, Aarhus Universität, 2001.
- [12] E.S. Phillips D.M. Segal R.C. Thompson H.F. Powell, S.R. de Echaniz. *Improvement of laser cooling of ions in a Penning trap by use of the axialization technique*. J. Phys. B, At. Mo. Opt. Phys., 36:403, Feb 2003.

- [13] D.J. Wineland W.M. Itano. *Laser cooling of ions stored in harmonic and Penning traps*. Physical Review A, 25(1):35–54, Jan 1982.
- [14] M. Drewsen. *Cooling, identification and spectroscopy of super-heavy element ions*. Eur. Phys. J. D, 45:125–127, May 2007.
- [15] T. Takayanagi S. Ohtani H.A. Schuessler K. Okada, M. Wada. *Characterization of ion Coulomb crystals in a linear Paul trap*. Physical Review A, 81:013420, Jan 2010.
- [16] C. Brodersen J.P. Chiffer J.S. Hangst L. Hornekær, M. Drewsen. *Ion crystals in a linear Paul Trap*. Hyperfine Interactions, 115:37–40, 1998.
- [17] M.B. Langkilde-Lauesen A.Mortensen J.L. Sørensen M. Drewsen P. Herskind, A. Dantan. *Loading of large ion Coulomb crystals into a linear Paul trap incorporating an optical cavity*. Appl. Phys. B, 93:373–379, 2008.
- [18] L. Reyna-R.G. Brewer J. Hoffnagle, R.G. DeVoe. *Order-Chaos Transition of Two Trapped Ions*. Physical Review Letters, 61(3):255, July 1988.
- [19] W. Quint-H. Walther R. Blümel, C. Kappler. *Chaos and order of laser-cooled ions in a Paul trap*. Physical Review A, 40(2):808, July 1989.
- [20] L. Maleki M.J. Djomehri E. Harabetian J. D. Prestage, A. williams. *Dynamics of Charged Particles in a Paul Radio-Frequency Trap*. Physical Review Letters, 66(23):2964, June 1991.
- [21] L. Hornekær J.S. Hangst J.P. Schiffer M. Drewsen, C. Broersen. *Large Ion Crystals in a Linear Paul Trap*. Physical Review Letters, 81(14):2878, Oct 1998.
- [22] F.M. Peeters V. M. Bedanov. *Ordering and phase transition of charged particles in a classical finite two-dimensional system*. Physical Review B, 49(4):2667, Jan 1994.
- [23] H Leuthner P Seibert G Werth M Block, A Drakoudis. *Crystalline ion structures in a Paul trap*. J. Phys. B, At. Mo. Opt. Phys., 33:L375, Mar 2000.
- [24] A.M. Thommesen M. Drewsen L. Hornekær, N. Kjærgaard. *Structural Properties of Two-Component Coulomb Crystals in Linear Paul Traps*. Physical Review Letters, 86(10):1994, Mar 2001.
- [25] M. Drewsen Niels Kjærgaard. *Observation of a Structural Transition for coulomb Crystal in a Linear Paul Trap*. Physical Review Letters, 62(9), Aug 2003.
- [26] P. F. Herskind M. Drewsen A. Dantan, M. Albert. J. P. Marler. *Large ion Coulomb crystals: A near-ideal medium for coupling optical cavity modes to matter*. Physical Review A, 80:041802, Oct 2009.

- [27] M. Drewsen T. Matthey, J. P. Hansen. *Coulomb Bicrystals of Species with Identical Charge-to-Mass Ratios*. Physical Review Letters, 91(16):165001, Oct 2003.
- [28] S. Hasegawa I. M. Buluta. *The structure of planar Coulomb crystals in RF traps*. J. Phys. B, At. Mo. Opt. Phys., 42:154004, 2009.
- [29] W. Sandner T. Kwapien, U. Eichmann. *Sympathetic cooling of laser-produced doubly charged ions in a few-ion crystal*. Physical Review A, 75:063418, June 2007.
- [30] J. Steiger B.R. Beck H.E. DeWitt J. Glassman J.W. McDonald D.A. Church D. Schneider L. Gruber, J.P. Holder. *Evidence for Highly Charged Ion Coulomb Crystallization in Multicomponent Strongly Coupled Plasmas*. Physical Review Letters, 86(4), Jan 2001.
- [31] L.R. Churchill M.V. DePalatis D.E. Naylor D.N. Matsukevich A. Kuzmich M.S. Chapman C.J. Campbell, A.V. Steele. *Multiply Charged Thorium Crystals for Nuclear Laser Spectroscopy*. Physical Review Letters, 102:233004, June 2009.
- [32] J.R. Crespo López-Urrutia. *The visible spectrum of highly charged ions: A window to fundamental physics*. Can. J. Phys., 86:111–123, Jan 2008.
- [33] A. Dax T. Engel S. Faber M. Gerlach C. Holbrow G. Huber T. Kühl D. Marx K. Meier P. Merz W. Quint F. Schmitt . Tomaselli L. Völker H. Winter M. Würtz K. Beckert B. Franzke F. Nolden H. Reich M. Steck T. Winkler P. Seelig, S. Borneis. *Ground State Hyperfine Splitting of Hydrogenlike $^{207}\text{Pb}^{81+}$ by Laser Excitation of a Bunched Ion Beam in the GSI Experimental Storage Ring*. Physical Review Letters, 81(22):4814, Nov 1998.
- [34] J.C. Bergquist W.M. Itano D.J. Wineland D.J. Berkeland, J.D. Miller. *Laser-Cooled Mercury Ion Frequency Standard*. Physical Review Letters, 80(10):2089, Mar 1998.
- [35] W. M. Itano D. J. Wineland M. E. Poitzsch, J. C. Bergquist. *Cryogenic linear ion trap for accurate spectroscopy*. Review of Scientific Instruments, 67(1), Jan 1996.
- [36] D. R. Denison. *Operating Parameters of a Quadrupole in a Grounded Cylindrical Housing*. The Journal of Vacuum and Technology, 8(1):266–269, Jan 1971.
- [37] S. Earnshaw. *On the Nature of the Molecular Forces which regulate the Constitution of the Luminiferous Ether*. Trans. Camb. Phil. Soc., 7:97, 1842.

- [38] A.K. Geim M.V. Berry. *Of flying frogs and levitrons*. Eur. Phys. J., 18:307–313, June 1997.
- [39] K.P. Gosh. *Ion Traps*. Clarendon Press Oxford, 1995.
- [40] N.W. McLachlan. *Theory and Application of Mathieu Functions*. Dover Publications, 1964.
- [41] F.M. Arscott. *Periodic Differential Equations, An Introduction to Mathieu, Lamé and Allied Functions*, volume 66 of *International Series of Monographs in Pure and Applied Mathematics*. Pergamon Press, 1964.
- [42] Idaho National Laboratory. *SIMION 8.0 User Manual*.
- [43] Stuart Higgins. *Implementation of a Deceleration Beamline for the Investigation of Charge Exchange Processes using Highly Charged Ions*. Master's thesis, Imperial College London, 2009.
- [44] Sumitomo Heavy Industries. *Operation manual SRDK Series Cryocooler*.
- [45] Niels Krogstrup Nissen. *Fotoionisation, fotodissociation og reaktionsstudier af kolde ioner i en lineær Paulfælde*. Master's thesis, Aarhus Universität, June 2002.
- [46] Anders Mortensen. *Aspects of Ion Coulomb Crystal based Quantum Memory for Light*. PhD thesis, Aarhus Universität, 2005.
- [47] C. Benvenuti. *Characteristics, advantages, and possible applications of condensation cryopumping*. J. Vac. Sci. Technol., 11(3), June 1974.
- [48] E. Salzborn A. Müller. *Scaling of cross sections for multiple electron transfer to highly charged ions with atoms and molecules*. Physics Letters, 62, 1977.
- [49] Dieter Meschede. *Erganzung zur Vorlesung Physik einzelner Teilchen*, 2006.
- [50] apl. Prof. Dr. D. J. As. *Quadrupolmassenspektroskopie*. Prasentation.
- [51] Thomas W. Deuschle. *Kalte Ionenkristalle in einer segmentierten Paul-Falle*. PhD thesis, Universität Ulm, 2007.
- [52] D. Habs V.S. Kolhinen J. Szerypo M. Bussmann, U. Schramm. *Stopping highly charged ions in a laser-cooled one component plasme of 24 Mg+ ions*. International Journal of Mass Spectrometry, 251:179–189, Mar 2006.
- [53] Michael Drewsen Niels Kjergaard, Kristian Molhave. *Design and construction of a linear Paul trap for the study of crystalline beams*.

-
- [54] Y. Iwashita H. Okamoto S. Taniguchi Y. Tomita R. Takai, K. Ito. *Design and fabrication of linear Paul trap for the study of space-charge-dominated beams*. Nuclear Instruments and Methods on Physics Research A, 532:508–512, 2004.
- [55] M. Drewsen Niels Kjærgaard. *Crystalline beam emulations in a pulse-excited linear Paul trap*. Physics of Plasmas, 8(4), Apr 2001.
- [56] A. Brøner M. Drewsen. *Harmonic linear Paul trap: Stability diagram and effective potentials*. Physical Review A, 62:045401, 2000.
- [57] H. Walther. *Spectroscopy of Trapped Ions*. Physica Scripta, pages 11–19, 1994.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 01.07.2010