Aufbau eines breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems für TRIGA-TRAP



Konstantin Knuth

Diplomarbeit von

Konstantin Knuth

Institut für Physik Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Aufbau eines breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems für TRIGA-TRAP

23. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1	\mathbf{Ein}	leitung	S.	1
Ι	The	eoretis	sche Grundlagen	3
2	Ionenspeicherung in einer Penningfalle			5
	2.1	Ionent	bewegung im idealen Speicherpotential	6
	2.2	Reale	Penningfallen	11
		2.2.1	Elektrische Feldfehler	12
		2.2.2	Magnetische Feldfehler	13
		2.2.3	Fehljustage und Asymmetrie des elektrischen Potentials	14
		2.2.4	Gegenseitige Ionenwechselwirkung	14
	2.3	Manip	pulation der Ionenbewegung	15
		2.3.1	Anregung mit Radiofrequenzfeldern	16
		2.3.2	Kühlmethoden	19
3	Zyklotronresonanzmethoden			21
	3.1	Flugze	eitresonanzmethode (TOF-ICR)	22
	3.2	Fourie	$extransformations-Zyklotron resonanz methode (FT-ICR) . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	26
		3.2.1	Breitbandiger FT-ICR-Nachweis	28
		3.2.2	Schmalbandiger FT-ICR-Nachweis	37
		3.2.3	Experimentelles Verfahren einer FT-ICR-Massenmessung $\ . \ . \ . \ . \ .$	40
		3.2.4	Signalverarbeitung	41
	3.3	Vergle	ich der Zyklotronresonanzmethoden	42
II	Ех	xperin	nenteller Aufbau	45
4	Das	Penni	ingfallen-Massenspektrometer TRIGA-TRAP	47
	4.1	Die O	nline-Sektion	47
	4.2	Aufba	u des TRIGA-TRAP-Experiments	50
		4.2.1	Die Offline-Ionenquellen	50
		4.2.2	Der Magnet	51
		4.2.3	Die Penningfallen	51
		4.2.4	Die Nachweissysteme	55

5	Das breitbandige FT-ICR-Nachweissystem	57
	5.1 Der kryogene Vorverstärker	. 60
	5.2 Anbindung an die Reinigungsfalle	. 65
II	I Messungen und Ergebnisse	69
6	Test des kryogenen Vorverstärkers	71
	6.1 Verstärkung und Frequenzgang	. 74
	6.2 Eingangskapazität	. 77
	6.3 Rauschen	. 80
	6.4 Rauschmessungen an der Falle	. 83
7	Zusammenfassung und Ausblick	87

Abbildungsverzeichnis

2.1	Ideales Quadrupolpotential	6
2.2	Äquipotentialflächen des idealen Quadrupolfeldes in einer Penningfalle	$\overline{7}$
2.3	Hyperbolische und zylindrische Penningfalle	8
2.4	Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle	10
2.5	Energieniveauschema eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle	16
2.6	Dipolanregungsschemata	17
2.7	Quadrupolanregungsschema	18
2.8	Konversion der Radialbewegung	19
2.9	Puffergaskühlen	20
3.1	Prinzip der Flugzeitresonanzmethode	23
3.2	Radiale kinetische Energie und zugehöriges Flugzeitspektrum \hdots	24
3.3	Zur Definition des Kontrasts	25
3.4	Zerlegung eines rotierenden elektrischen Monopols $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	27
3.5	Influenzierter Strom eines rotierenden Dipols	27
3.6	Prinzip des breitbandingen FT-ICR-Nachweises	29
3.7	Gauß'sches Rauschen	30
3.8	Thermisch rauschender Widerstand	31
3.9	Spektrale Leistungsdichte des thermischen Rauschens	32
3.10	Ersatzschaltbilder eines thermisch rauschenden Widerstands	32
3.11	Bestimmung der verfügbaren Rauschleistung	33
3.12	Spektrale Leistungsdichte des 1/f-Rauschens	34
3.13	Ersatzschaltbild eines rauschenden Verstärkers $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	36
3.14	Ersatzschaltbilder einer realen Induktivität $\ldots \ldots \ldots$	38
3.15	Realer Parallelschwingkreis mit Resonanzkurve	39
3.16	Prinzip des schmalbandingen FT-ICR-Nachweises	40
3.17	Zum Prinzip der Frequenzumsetzung	43
4.1	Schematische Aufsicht des TRIGA-SPEC-Aufbaus	48
4.2	Aktueller Stand des TRIGA-SPEC-Aufbaus (Foto)	49
4.3	Technische Zeichnung des Fallenaufbaus und der Nachweisregion $\ . \ . \ . \ .$	52
4.4	Schnittzeichnung der Reinigungsfalle	53
4.5	Schnittzeichnung der Präzisionsfalle	53
4.6	Segmentierung der Ringelektrode	54

5.1	Kühlresonanz von Kohlenstoff clusterionen der Spezies \mathbf{C}_{20}	58
5.2	Schematischer Aufbau des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems	59
5.3	$\label{eq:typische} Typische Elektronendonatoren im Niveauschema von Silicium und Galliumarsenid ~~.$	60
5.4	Schematischer Aufbau eines n-Kanal-MeSFET	61
5.5	Schaltbild des kryogenen Vorverstärkers	62
5.6	n-Kanal-MeSFET in Source-Schaltung als invertierender Verstärker	63
5.7	Schaltbild der Anbindung des kryogenen Vorverstärkers an die Reinigungsfalle	66
5.8	Halteringe der Vorverstärkerplatine (Foto)	67
5.9	Vorverstärker an der Reinigungsfalle (Foto)	67
6.1	Schaltbild zur Messung des Eigenrauschens des Spektrumanalysators	72
6.2	Eigenrauschen des Spektrumanalysators Agilent N 1996 A-506 $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	72
6.3	Schaltbild zur Messung des Eigenrauschens des Raumtemperaturverstärkers $\ .\ .\ .$	73
6.4	Eigenrauschen des Raumtemperaturverstärkers NF SA-220F5	73
6.5	Schematischer Aufbau des 77-K-Teststands	75
6.6	77-K-Teststand (Foto)	75
6.7	Schaltbild zur Bestimmung der Verstärkung des Vorverstärkers	76
6.8	Frequenzgang des Vorverstärkers	77
6.9	Schaltbild zur Bestimmung der Eingangskapazität des Vorverstärkers	77
6.10	Passiver Tiefpass 1. Ordnung	78
6.11	Transmissionsspektren des Tiefpasses	79
6.12	Schaltbild zur Bestimmung des Eigenrauschens des Vorverstärkers	80
6.13	Erster Versuch der Bestimmung des Eigenrauschens des Vorverstärkers	81
6.14	Eigenrauschspektren des Vorverstärkers mit verschiedenen Verbindungskabeln	81
6.15	Eigenrauschen des Vorverstärkers	82
6.16	Eigenrauschen des Vorverstärkers im Batteriebetrieb	83
6.17	Schaltbild zur Rauschmessung an den Ringelektrodensegmenten der Reinigungsfalle	83
6.18	Rauschen an den Ringelektrodensegmenten der Reinigungsfalle	84
6.19	Rauschen des Vorverstärkers an der Falle	85
6.20	Rauschen des Vorverstärkers an der Falle mit gesperrtem Signaleingang	85

Tabellenverzeichnis

$2.1 \\ 2.2$	Charakteristische Frequenzen eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle Typische Frequenzen der Ionenbewegung in einer realistischen Penningfalle	11 12
4.1	Vergleich der Charakteristika von MCP- und CEM-Detekoren	55
$6.1 \\ 6.2$	Versorgungsspannungen des Vorverstärkers	76 79

Kapitel 1

Einleitung

Durch Vergleich der Masse eines Atomkerns mit der Gesamtmasse seiner freien Konstituenten, lässt sich die Summe aller in diesem gebundenen Vielteilchensystem auftretenden Wechselwirkungsenergien bestimmen, da diese über die Äquivalenz von Masse und Energie direkt miteinander verknüpft sind [LPT03]. Insbesondere weil bis jetzt keine exakte Theorie der im Kern dominierenden starken Wechselwirkung existiert, gibt es eine Reihe konkurrierender Kernmodelle, deren Vorraussagen von Kernmassen zwar gut mit experimentell bekannten Werten übereinstimmen, darüber hinaus im Bereich noch unbekannter Massenwerte jedoch großteils um einige MeV/c² divergieren. Die genaue Kenntnis von Kernmassen ist daher für die Überprüfung von Modellen zur Beschreibung der Kernstruktur von essentieller Bedeutung und liefert des Weiteren wertvolle Informationen zu den in Atomkernen wirkenden fundamentalen Kräften und somit zum Test des Standardmodells der Materie im Allgemeinen [Bla06]. Auch zum besseren Verständnis der kernphysikalischen Prozesse der stellaren Nukleosynthese, welche die im Universum vorzufindenenden Häufigkeiten schwerer Elemente bestimmen, werden genaue Massendaten der mutmaßlich beteiligten Nuklide benötigt [SB06]. Da weniger als zehn Prozent der über 3000 bekannten Nuklide stabil sind, besteht dabei vor allem an Radionukliden ein großes Interesse.

Die Massenmessungen mit der höchsten Präzision erfolgen gegenwärtig an in Fallen gespeicherten Ionen. Ein breiter Überblick über die Massenspektrometrie an gespeicherten Ionen wird im Übersichtsartikel [Bla06] gegeben. Ionenfallen werden auch bei Experimenten zur präzisen Bestimmung anderer Grundzustandseigenschaften wie des magnetischen Moments des Protons und des gebundenen Elektrons in wasserstoffähnlichen Systemen verwendet [BKK⁺09]. Die hohe Präzision beruht dabei auf den vielen Vorteilen der dauerhaften Speicherung in elektromagnetischen Feldern wie der langen Beobachtungszeit, die im Falle von Radionukliden im Prinzip nur durch die Halbwertszeit beschränkt ist, und der vollständigen Kontrolle über die Speicherfelder, welche Ionenfallen allgemein zu vielseiten Werkzeugen der Ionenmanipulation machen.

Bei der Penningfallen-Massenspektrometrie wird die hohe Präzision erreicht, indem man den Messprozess auf die Bestimmung einer Bewegungsfrequenz der gespeicherten Ionen zurückführt. Hierbei ist es wichtig, dass sich neben den Ionen der zu untersuchenden Spezies möglichst wenige Ionen anderer Spezies in der Falle befinden, da diese die Präzision der Frequenzmessung herabsetzen. Bei der Anwendung der zur Entfernung solcher unerwünschter Kontaminationen gängigen Methoden ist es wünschenswert, ihre Häufigkeitsverteilung zu kennen. Zu deren effizienter Bestimmung eignet sich besonders ein auf der Detektion der von den Ionen in den Fallenelektroden influenzierten oszillierenden Spiegelladungen basierendes breitbandiges FT-ICR-Nachweissystem, wie es im Rahmen der vorliegenden Arbeit realisiert wurde.

Die theoretischen Grundlagen der Ionenspeicherung in einer Penningfalle werden im 2. Kapitel dieser Arbeit behandelt. Im elektromagnetischen Feld einer Penningfalle führen gespeicherte Ionen eine Bewegung aus, die sich aus mehreren harmonischen Komponenten mit von der spezifischen Ladung und den Speicherfeldern abhängigen Frequenzen zusammensetzt. Für Massenmessungen steht dabei die Zyklotronfrequenz ν_c im Mittelpunkt, die außer von der spezifischen Ladung nur von der Flussdichte des homogenen Magnetfeldes in der Penningfalle abhängt. Zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz haben sich zwei unterschiedliche Methoden etabliert, die in Kapitel 3 diskutiert werden. Die Flugzeitresonanzmethode (TOF-ICR) beruht auf der Bestimmung der Flugzeit, die aus der Falle ausgeschossene Ionen zum Zurücklegen einer festgelegten Driftstrecke zu einem Detektor benötigen in Abhängigkeit einer dem Ausschuss vorrausgehenden resonanten Anregung mit der Frequenz ν_c . Bei Massenmessungen an Radionukliden wurden mit dieser Methode relative Unsicherheiten $\frac{\delta m}{m}$ von weniger als 10^{-8} erzielt [BBH+03]. Bei der bereits angesprochenen Fouriertransformations-Zyklotronresonanzmethode (FT-ICR) erfolgt die Frequenzmessung nichtdestruktiv durch Nachweis der von Ionen in den Fallenelektroden influenzierten Spiegelladungen. Da die in der Falle gespeicherten Ionen während dieser Messung erhalten bleiben und bei einem schmalbandigen Nachweis deshalb prinzipiell nur ein einziges Ionen für beliebig viele Messzyklen benötigt wird, eignet sich dieses Verfahren im Gegensatz zur Flugzeitmethode auch für solche Ionen, die nur mit sehr geringer Produktionsrate bereitgestellt werden können.

Am in Kapitel 4 vorgestellten TRIGA-TRAP-Experiment [KKB⁺08], dem weltweit einzigen an einen Forschungsreaktor angebundenen Penningfallen-Massenspektrometer, wird der FT-ICR-Nachweis zum ersten Mal an einem Fallenexperiment mit von außen zugeführten Radionukliden verwirklicht. Die dort gesammelten Daten werden zur Prüfung von Kernmassenmodellen, wozu eine relative Unsicherheit von weniger als 10^{-6} notwendig ist, und zur Untersuchung des r-Prozesses benötigt. Zu letzterem ist die Bestimmung der Masse von mittelschweren neutronenreichen Nukliden mit einer Genauigkeit von ungefähr 10^{-7} erforderlich.

Da bei einer solchen offenen Anlage stets auch Ionen unerwünschter Spezies in die Falle gelangen können, kommt neben der hyperbolischen sogenannten Präzisionsfalle, mit Hilfe derer die Massenmessungen entweder mittels der Flugzeitresonanzmethode oder des schmalbandigen FT-ICR-Nachweises durchgeführt werden, eine zylindrische sogenannte Reinigungsfalle zum Einsatz, die der Kühlung und Selektion der zu vermessenden Ionenspezies dient. Im Rahmen dieser Arbeit wurde an der Reinigungsfalle das besagte breitbandige FT-ICR-Nachweissystem zur schnellen und zerstörungsfreien Identifikation des Falleninhalts implementiert, welches die Möglichkeit eröffnet, erkannte Kontaminationen durch resonante Anregung gezielt aus der Falle zu entfernen. Dazu wurde direkt an der auf T = 77 K abgekühlten Reinigungsfalle ein für kryogene Temperaturen geeigneter rauscharmer Verstärker entwickelt, aufgebaut und installiert, dessen elektronische Eigenschaften wie Verstärkung, Eingangskapazität und Eigenrauschen zuvor bei Raumtemperatur und an einem 77-K-Teststand untersucht wurden. Der Aufbau des breitbandingen FT-ICR-Nachweissystems wird in Kapitel 5 beschrieben, die Ergebnisse der Tests werden in Kapitel 6 diskutiert.

Teil I

Theoretische Grundlagen

Kapitel 2

Ionenspeicherung in einer Penningfalle

Zur dreidimensionalen Speicherung eines elektrisch geladenen Teilchens bieten sich elektromagnetische Felder an. Da die Laplace-Gleichung in einem ladungsfreien Raumgebiet keine lokalen Minima des elektrostatischen Potentials erlaubt, lässt sich die Bewegung eines geladenen Teilchens nicht allein durch ein statisches elektrisches Feld in allen drei Raumrichtungen gleichzeitig einschränken. Es existieren jedoch allgemeinere Konfigurationen elektromagnetischer Felder, welche eine dreidimensionale Speicherung ermöglichen, von denen zwei besonders hervorzuheben sind.

In den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts untersuchte eine Gruppe um Wolfgang Paul (1913-1993) das Verhalten von geladenen Teilchen in einem hochfrequenten elektrischen Quadrupolfeld und demonstrierte die massenselektive Fokussierung in zwei Dimensionen, welche die Grundlage für den elektrischen Quadrupolmassenfilter [PR55] bildet. Die nach ihrem Erfinder benannte **Paulfalle** [POF58] stellt die Erweiterung auf drei Dimensionen dar.

Etwa zur gleichen Zeit griff Hans Georg Dehmelt (*1922) die Idee von Frans Michel Penning (1894-1953) auf, zum radialen Einschluss geladener Teilchen ein homogenes Magnetfeld zu verwenden, wie es beim Penning-Vakuummeter [Pen36] eingesetzt wird, um die Weglänge von mit den Restgasatomen stoßenden Elektronen zu vergrößern. Dehmelt erkannte, dass die axiale Beschränkung der Ionenbewegung durch ein reines elektrisches Quadrupolfeld zu einer analytisch berechenbaren Gesamtbewegung führt, die sich als Überlagerung mehrerer harmonischer Bewegungskomponenten darstellt. Er konstruierte daraufhin die erste derartige Teilchenfalle mit an die Äquipotentialflächen eines idealen Quadrupolfeldes angepassten hyperbolischen Elektroden und nannte diese Anordnung **Penningfalle** [Deh90]. Im Jahr 1989 wurden Paul und Dehmelt *"für die Entwicklung der Ionenkäfigtechnik"* mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet.

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen zur Speicherung von Ionen in einer Penningfalle behandelt. Die Auswirkungen von Feldfehlern, deren Ursache einerseits in der Unvollkommenheit der Speicherfelder, andererseits in der gegenseitigen Wechselwirkung der in der Falle gespeicherter Ionen liegt, werden betrachtet. Die bewährten Methoden zur gezielten Anregung und Kühlung der Bewegungskomponenten werden vorgestellt.

Eine ausführliche Beschreibung der Physik eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle findet man in [BG86], einen breiteren Überblick zur Speicherung geladener Teilchen in [MGW05].



Abbildung 2.1: Ideales Quadrupolpotential aus Gleichung (2.3) mit Äquipotentiallinien – Gebiete positiven Potentials sind mit warmen Farben, Gebiete negativen Potentials mit kalten Farben gekennzeichnet. (Dargestellt ist der Fall $U_0 > 0$.)

2.1 Ionenbewegung im idealen Speicherpotential

Bringt man ein geladenes Teilchen der Ladung q und der Masse m mit von Null verschiedener Geschwindigkeit in ein parallel zur z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems orientiertes **ho-mogenes Magnetfeld** der Flussdichte

$$\vec{B}(\vec{r}) = B_0 \vec{e}_z \quad , \tag{2.1}$$

so führt es in der zu den Feldlinien senkrechten x-y-Ebene eine Kreisbewegung mit der **Zyklotron**frequenz¹

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{|qB_0|}{m}$$
(2.2)

aus, während es sich es in z-Richtung frei bewegt. Durch ein zusätzliches **elektrostatisches Quadrupolpotential** der Form

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{U_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{1}{2} \left(x^2 + y^2 \right) \right) = \frac{U_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{1}{2} \rho^2 \right)$$
(2.3)

wird die Bewegung des Teilchens auch in z-Richtung beschränkt. Hierbei sind die Konstanten U_0 und d so gewählt, dass sie sich später mit charakteristischen Eigenschaften der das Potential realisierenden Elektroden identifizieren lassen. Wegen der Rotationssymmetrie des Potentials bietet sich außerdem die Einführung von Zylinderkoordinaten (ρ, z, ϕ) an. Das Quadrupolpotential aus Gleichung (2.3) ist in Abbildung 2.1 gezeigt.

Zur Erzeugung dieses Potentials werden Elektroden verwendet, deren Oberflächen Äquipotentialflächen angepasst sind, die das Speichervolumen umschließen. Aus der Forderung $\Phi(\vec{r}) \stackrel{!}{=} \frac{z_0^2 U_0}{2d^2}$ folgt für die Koordinaten der zugehörigen Äquipotentialfläche die implizite Gleichung

$$z^2 - \frac{1}{2}\rho^2 = z_0^2 \quad , \tag{2.4a}$$

¹Trotz der Verwechslungsmöglichkeit ist es üblich, sowohl die Umlauffrequenz ν_c als auch die zugehörige Kreisfrequenz/Winkelgeschwindigkeit ω_c als Zyklotronfrequenz zu bezeichnen. Die gleiche Konvention wird im Folgenden auch für alle anderen charakteristischen Frequenzen verwendet.



Abbildung 2.2: Äquipotentialflächen des idealen Quadrupolfeldes in einer Penningfalle mit gemeinsamen Asymptoten (gestrichelt) – Die beiden Äquipotentialflächen begrenzen das Speichervolumen im Unendlichen vollständig und besitzen die Form von Rotationshyperboloiden. Die Koordinaten der Endkappen (rot) erfüllen Gleichung (2.4a), diejenigen der Ringelektrode (blau) erfüllen Gleichung (2.4b). Dargestellt ist der Spezialfall $\rho_0 = \sqrt{2}z_0$, in dem sich die Äquipotentialflächen symmetrisch den Asymptoten annähern.

welche einen Rotationshyperboloiden definiert, dessen Abstand vom Ursprung z_0 beträgt und dessen Zusammenhangskomponenten als **Endkappen** bezeichnet werden. Die Forderung $\Phi(\vec{r}) \stackrel{!}{=} -\frac{\rho_0^2 U_0}{4d^2}$ definiert eine zweite hyperbolische Äquipotentialfläche

$$z^2 - \frac{1}{2}\rho^2 = -\frac{1}{2}\rho_0^2 \quad , \tag{2.4b}$$

welche nur eine Zusammenhangskomponente besitzt und daher **Ringelektrode** genannt wird. Ihr Abstand vom Ursprung ist durch ρ_0 gegeben. Die durch die Gleichungen (2.4) definierten Äquipotentialflächen sind in Abbildung 2.2 gezeigt. Die Definition

$$d^2 := \frac{1}{2} \left(z_0^2 + \frac{1}{2} \rho_0^2 \right) \tag{2.5}$$

macht die in Gleichung (2.3) eingeführte Konstante U_0 zur zwischen den Endkappen und der Ringelektrode anliegenden elektrischen Spannung. Die Konstante *d* erhält die Dimension einer Länge und wird fortan als **Fallenparameter** bezeichnet.

Es bleibt festzuhalten, dass im idealen Fall jede beliebige Wahl für ρ_0 und z_0 zum gewünschten Quadrupolpotential führt. Dennoch sind bestimmte Verhältnisse von ρ_0 und z_0 aufgrund spezieller ergänzender Eigenschaften des resultierenden Potentials besonders hervorzuheben [Gab83]. Für die Wahl $\rho_0 = \sqrt{2}z_0$ nähern sich die Elektroden für große ρ und z symmetrisch den Asymptoten an. Des Weiteren verteilt sich bei diesem Verhältnis von ρ_0 und z_0 die Potentialdifferenz U_0 symmetrisch auf Endkappen ($\Phi = \frac{1}{2}U_0$) und Ringelektrode ($\Phi = -\frac{1}{2}U_0$), wenn man das Fallenzentrum als Nullpunkt des Potentials bestimmt. Bei experimentell realisierbaren Elektroden ist neben der geometrischen



Abbildung 2.3: Hyperbolische (links) und zylindrische (rechts) Penningfalle mit Endkappen (rot) und Ringelektrode (blau) – Die Fallensymmetrieachse liegt parallel zu den magnetischen Feldlinien.

Ausdehnung auch die Präzision der Fertigung begrenzt. Die Endkappen realer Penningfallen besitzen außerdem Öffnungen zum Ein- und Aussschuss von Ionen in die Falle. Die Anregungs- und Nachweisverfahren für die Ionenbewegung machen mitunter eine Segmentierung der Ringelektrode notwendig. Die resultierende Anharmonizität lässt sich mit Hilfe von zusätzlichen Korrekturelektroden kompensieren, wodurch jedoch im Allgemeinen das gesamte Quadrupolpotential so verändert wird, dass U_0 aus Gleichung (2.3) nicht mehr genau der zwischen den Endkappen und der Ringelektrode anliegenden Spannung entspricht. Für die spezielle Wahl $\rho_0 = 1,16z_0$ verschwindet dieser unerwünschte Nebeneffekt, so dass das Potential im Fallenzentrum unabhängig von der an den Korrekturelektroden anliegenden Spannung wird.

Möglich sind auch gänzlich andere Elektrodenkonfigurationen, wie z. B. zylindrische Penningfallen [GM84], welche sich wegen der im Vergleich zu hyperbolischen Fallen einfachen Form besonders leicht mit hoher Präzision herstellen lassen und zudem an beiden Enden offen sind. Eine zylindrische Penningfalle ist in Abbildung 2.3 neben einer hyperbolischen Falle gezeigt. In einem kleinen Volumen im Zentrum einer solchen zylindrischen Falle entspricht das elektrische Potential in guter Näherung dem gewünschten Potential, obwohl die das Potential erzeugenden Elektroden erheblich von der idealen hyperbolischen Form abweichen. Dabei werden üblicherweise zusätzliche zylindrische Korrekturelektroden verwendet, um die Harmonizität des Potentials zu erhöhen.

Die **Bewegungsgleichung** eines geladenen Teilchens in einem elektromagnetischen Feld lautet ganz allgemein

$$m\ddot{\vec{r}}(t) = q\,\vec{E}(\vec{r}(t)) + q\,\dot{\vec{r}}(t) \times \vec{B}(\vec{r}(t))$$
(2.6)

und wird für das in Gleichung (2.1) eingeführte Magnetfeld und das in Gleichung (2.3) eingeführte elektrische Potential unter Berücksichtigung der Beziehung $\vec{E}(\vec{r}) = -\operatorname{grad} \Phi(\vec{r})$ zu einem System aus drei Differentialgleichungen:

$$\ddot{x} - \frac{qB_0}{m}\dot{y} - \frac{qU_0}{2md^2}x = 0 \quad , (2.7a)$$

$$\ddot{y} + \frac{qB_0}{m}\dot{x} - \frac{qU_0}{2md^2}y = 0 \quad , \tag{2.7b}$$

$$\ddot{z} + \frac{qU_0}{md^2}z = 0$$
 . (2.7c)

Gleichung (2.7c) ist hierbei unabhängig von den Radialkoordinaten und lässt sich sofort lösen. Unter der Voraussetzung $qU_0 > 0$ beschreibt sie die Bewegung eines in z-Richtung schwingenden ungedämpften harmonischen Oszillators der Frequenz

$$\nu_z = \frac{\omega_z}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{qU_0}{md^2}} \quad , \tag{2.8}$$

welche deshalb als **Axialfrequenz** bezeichnet wird. Im Fall $qU_0 < 0$ ergibt sich keine Speicherung des Teilchens in z-Richtung. Die gekoppelten Gleichungen (2.7a) und (2.7b) erhalten durch die Abkürzungen (2.2) und (2.8) die kompaktere Form

$$\ddot{x} \mp \omega_c \dot{y} - \frac{1}{2} \omega_z^2 x = 0 \quad , \tag{2.9a}$$

$$\ddot{y} \pm \omega_c \dot{x} - \frac{1}{2}\omega_z^2 y = 0 \tag{2.9b}$$

und werden durch die Substitution u := x + iy zum Real- bzw. Imaginärteil der komplexen Gleichung

$$\ddot{u} \pm \mathrm{i}\omega_c \dot{u} - \frac{1}{2}\omega_z^2 u = 0 \quad . \tag{2.10}$$

Das obere Vorzeichen gilt dabei in den Gleichungen (2.9) bis (2.12b) jeweils im Fall $qB_0 > 0$, während das untere Vorzeichen im Fall $qB_0 < 0$ gültig ist. Diese Fallunterscheidung ist notwendig, weil die in Gleichung (2.2) definierte Zyklotronfrequenz stets positiv ist. Mit Hilfe eines Exponentialansatzes findet man die allgemeine komplexe Lösung

$$u(t) = \rho_{+}e^{\mp i(\omega_{+}t + \varphi_{+})} + \rho_{-}e^{\mp i(\omega_{-}t + \varphi_{-})} \quad , \tag{2.11}$$

aus welcher die allgemeine **Lösung der Bewegungsgleichung** eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle

$$x(t) = \rho_{+} \cos(\omega_{+} t + \varphi_{+}) + \rho_{-} \cos(\omega_{-} t + \varphi_{-}) \quad , \qquad (2.12a)$$

$$y(t) = \mp \rho_+ \sin(\omega_+ t + \varphi_+) \mp \rho_- \sin(\omega_- t + \varphi_-) \quad , \qquad (2.12b)$$

$$z(t) = \rho_z \sin(\omega_z t + \varphi_z) \tag{2.12c}$$

mit den Frequenzen

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2} \right) \tag{2.13}$$

folgt. Dabei wird ω_+ als **reduzierte Zyklotronfrequenz** und ω_- als **Magnetronfrequenz** bezeichnet. Um erstere eindeutig von ω_c zu unterscheiden, wird ω_c auch *freie* Zyklotronfrequenz genannt. Weiterhin ist aus Gleichung (2.13) ersichtlich, dass eine harmonische Bewegung, bei der das geladene Teilchen gespeichert wird, nur unter der Bedingung

$$\omega_c^2 > 2\omega_z^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{|q|}{m} > \frac{2|U_0|}{d^2 B_0^2} \tag{2.14}$$

zustande kommt.

Die Bewegung stellt sich also als Superposition einer harmonischen **Axialbewegung** der Frequenz ω_z und einer Radialbewegung dar, welche sich ihrerseits aus zwei Kreisbewegungen um das Fallenzentrum zusammensetzt, der **Magnetronbewegung** mit der Frequenz ω_- und der **reduzier**-



Abbildung 2.4: Die Bewegung (schwarz) eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle lässt sich als Überlagerung einer harmonischen Schwingung (grün) entlang der z-Achse und zweier Kreisbewegungen in der x-y-Ebene, der Magnetronbewegung (rot) und der reduzierten Zyklotronbewegung (blau) darstellen (siehe Gleichungen (2.12a) bis (2.12c)). Die Projektion der Bewegung in die x-y-Ebene (violett) zeigt die Überlagerung der beiden Radialbewegungen und verdeutlicht die hier vorliegende, im Allgemeinen jedoch nicht gegebene Geschlossenheit der Bahn. Diese Besonderheit ist auf das zur besseren Übersicht ganzzahlig gewählte Verhältnis der charakteristischen Frequenzen zurückzuführen. Es beträgt $\omega_c : \omega_+ : \omega_z : \omega_- = 51 : 50 : 10 : 1$ und geht mit den Gleichungen (2.15) bis (2.17) konform. (Die durch Pfeilspitzen angedeutete Bewegungsrichtung entspricht dem Fall $qB_0 > 0.$)

ten Zyklotronbewegung mit der Frequenz ω_+ . Diese drei im Idealfall voneinander unabhängingen Bewegungsmoden heißen Eigenbewegungen. Der Umlaufsinn der radialen Eigenbewegungen wird dabei durch das Ladungsvorzeichen des Teilchens und die Polarität des Magnetfeldes festgelegt und ist stets für beide Moden identisch. Die Amplituden bzw. Radien ρ_z , ρ_+ , ρ_- und Phasen φ_z , φ_+ , φ_- werden durch die Anfangsbedingungen der Bewegung bestimmt. Ein Beispiel einer Teilchenbahn ist in Abbildung 2.4 gezeigt. Die Abhängigkeit der den Eigenbewegungen zugeordneten Eigenfrequenzen ω_z , ω_+ , ω_- und der freien Zyklotronfrequenz ω_c von den Speicherfeldern und der spezifischen Ladung q/m des Teilchens ist in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Die in diesem System nicht direkt beobachtbare freie Zyklotronfrequenz ω_c aus Gleichung (2.2) hängt nicht von U_0 ab, wodurch sich eine Massenmessung an einem gespeicherten Ion bekannten Ladungszustands auf eine Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz und der magnetischen Flussdichte zurückführen lässt. Zwischen den charakteristischen Frequenzen bestehen folgende Beziehungen:

$$\omega_c = \omega_+ + \omega_- \quad , \tag{2.15}$$

$$\omega_z^2 = 2\omega_+\omega_- \quad , \tag{2.16}$$

$$\omega_c^2 = \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_z^2 \quad . \tag{2.17}$$

Tabelle 2.1: Abhängigkeit der charakteristischen Frequenzen der Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle von den Speicherfeldern und der spezifischen Ladung des Teilchens mit den Bedingungen für eine dreidimensionale Speicherung

(freie) Zyklotronfrequenz	$\omega_c = \frac{ qB_0 }{m}$
Axialfrequenz	$\omega_z = \sqrt{rac{qU_0}{md^2}}$
reduzierte Zyklotronfrequenz	$\omega_{+} = \frac{1}{2} \left(\omega_{c} + \sqrt{\omega_{c}^{2} - 2\omega_{z}^{2}} \right)$
Magnetronfrequenz	$\omega_{-} = \frac{1}{2} \left(\omega_{c} - \sqrt{\omega_{c}^{2} - 2\omega_{z}^{2}} \right)$
Speicherbedingungen:	$qU_0 > 0, \frac{ q }{m} > \frac{2 U_0 }{d^2B_0^2}$

Die charakteristischen Frequenzen lassen sich der Größe nach ordnen:

$$\omega_{-} < \omega_{z} < \omega_{+} < \omega_{c} \quad \text{für} \quad \omega_{z} < \frac{2}{3}\omega_{c} \quad ,$$
 (2.18)

wobei die angefügte Bedingung in nahezu allen praktischen Fällen erfüllt ist, weil im umgekehrten Fall $\omega_z > \frac{2}{3}\omega_c$ das Verhältnis von ω_z und ω_c in die Nähe des Bereichs gebracht wird, in dem es die für dauerhafte Speicherung notwendige Bedingung (2.14) verletzt.

Entwickelt man den Ausdruck (2.13) für $\omega_z \ll \omega_c$, so zeigt sich die näherungsweise Massenunabhängigkeit der Magnetronfrequenz

$$\omega_{-} \approx \frac{U_0}{2d^2 B_0} \quad , \tag{2.19}$$

welche zusammen mit Gleichung (2.15) und $\omega_{-} \ll \omega_{+}$ die näherungsweise Gleichheit von reduzierter und freier Zyklotronfrequenz nach sich zieht:

$$\omega_+ \approx \omega_c \quad . \tag{2.20}$$

Um diese besonderen Eigenschaften der Radialfrequenzen und die Hierarchie der charakteristischen Frequenzen zu illustrieren, sind in Tabelle 2.2 beispielhaft typische charakteristische Frequenzen der Bewegung einfach geladener Ionen unterschiedlicher Masse in einer realistischen Penningfalle aufgelistet.

2.2 Reale Penningfallen

Wie bei der Diskussion der Elektrodengeometrie im vorhergehenden Abschnitt bereits erwähnt, weicht das in einer realen Penningfalle herrschende elektromagnetische Feld stets vom idealen Speicherfeld ab. Befinden sich zudem mehrere Ionen der gleichen oder gar verschiedener Spezies zur gleichen Zeit in der Falle, beeinflussen sich diese gegenseitig in ihrer Bewegung. Diese Abweichungen von den im vorhergehenden Abschnitt angenommenen Idealbedingungen beeinflussen insbesondere die Eigenfrequenzen der Ionenbewegung und beschränken daher unmittelbar das Auflösungsvermögen und die systematische Unsicherheit einer Massenmessung. Ein kurzer Überblick über die Mängel realer Penningfallen wird in den folgenden Unterabschnitten gegeben. **Tabelle 2.2:** Typische Frequenzen der Bewegung eines in einer Penningfalle gespeicherten einfach geladenen Ions der Massenzahl A. Die zwischen den Endkappen und der Ringelektrode angelegte Spannung beträgt $U_0 = 10$ V, die magnetische Flussdichte $B_0 = 7$ T, der Fallenparameter d = 5,09 mm. Die jeweiligen Ionenmassen sind durch ganzzahlige Vielfache der Neutronenmasse m_n angenähert: $m = A m_n$.

Ionen der Nuklide ⁸⁵Rb, ⁸⁷Rb, ¹³³Cs besitzen Massen, welche mit hoher Genauigkeit bekannt sind, und lassen sich außerdem wegen des geringen Ionisationspotentials der Alkalimetalle sehr effizient durch Oberflächenionisation erzeugen. Diese werden daher häufig als Referenzionen zur Kalibrierung der Flussdichte des Magnetfeldes verwendet. Das Nuklid ²⁴¹Am stellt einen Kandinaten für eine Präzisionsmassenmessung an TRIGA-TRAP dar.

A	$\nu_c/{\rm MHz}$	$\nu_+/{\rm MHz}$	$\nu_z/{\rm kHz}$	ν_{-}/kHz
1	$106,\!569$	$106,\!565$	967,07	4,388
85	$1,\!254$	$1,\!250$	104,89	4,403
87	1,225	1,221	$103,\!68$	4,404
133	0,801	0,797	83,86	4,412
241	0,442	0,438	62,29	$4,\!432$

2.2.1 Elektrische Feldfehler

Die endliche geometrische Ausdehnung der Fallenelektroden sowie die begrenzte Präzision ihrer Herstellung stören die ideale Harmonizität des elektrischen Quadrupolfeldes. Falls die zu speichernden Ionen nicht direkt im Fallenvolumen erzeugt werden, sind außerdem Öffnungen in den Endkappen für den Einfang und den Ausschuss der Ionen notwendig, welche zu zusätzlichen Anharmonizitäten führen. Hinzu kommt die für Anregungs- und Nachweisverfahren erforderliche Segmentierung der Elektroden.

In der Nähe des Fallenzentrums lässt sich die Abweichung vom idealen elektrischen Quadrupolpotential in sphärischen Polarkoordinaten (r, θ, ϕ) nach Legendre-Polynomen $P_k(\cdot)$ in $\cos \theta$ entwickeln, wenn man annimmt, dass die Axialsymmetrie der Anordnung trotz der Anharmonizitäten erhalten bleibt [Gab83]:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{2} U_0 \sum_{\substack{k=0 \\ \text{gerade}}}^{\infty} C_k \left(\frac{r}{d}\right)^k P_k(\cos \theta) \quad .$$
(2.21)

Die ungeraden Ordnungen verschwinden unter der Annahme von Spiegelsymmetrie unter der Transformation $z \to -z$. Der Term mit k = 0 ist ortsunabhängig konstant und somit bedeutungslos für das elektrische Feld. Der Term mit k = 2 modifiziert den Quadrupolanteil des Potentials und verursacht eine amplitudenunabhängige Verschiebung der Axialfrequenz:

$$\overline{\omega}_z^2 = \frac{qU_0}{md^2} (1+C_2) \quad . \tag{2.22}$$

Die radialen Eigenfrequenzen ω_+ und ω_- verschieben sich entsprechend ihrer Abhängigkeit von ω_z zwar ebenfalls, ihre Summe bleibt jedoch konstant: $\overline{\omega}_+ + \overline{\omega}_- = \omega_+ + \omega_- = \omega_c$. Der Term für k = 4 führt zu in hohem Maße unerwünschten amplitudenabhängigen Verschiebungen bei allen Eigenfrequenzen und macht den größten Anteil der Anharmonizität aus. Wenn sich mehr als ein Ion gleichzeitig in der Falle befindet, kommt noch eine statistische Unsicherheit hinzu, da niemals alle Teilchen die exakt gleiche Amplitude und somit verschiedene Eigenfrequenzen besitzen. Der Einfluss von Termen höherer Ordnung $k \geq 4$ ist deutlich geringer und kommt nur zum Tragen, wenn

der C_4 -Term bereits durch sorgfältig abgestimmte Korrekturelektroden, welche sich überlicherweise weit vom Fallenzentrum entfernt zwischen der Ringelektrode und den Enkappen bzw. hinter den Endkappen befinden, vermindert wird.

Zeitliche Schwankungen der anliegenden elektrischen Spannung U_0 wirken sich ebenfalls auf alle Eigenfrequenzen aus, erhalten jedoch wie der C_2 -Term die Summenfrequenz $\overline{\omega}_+ + \overline{\omega}_-$.

2.2.2 Magnetische Feldfehler

Das für eine Penningfalle benötigte starke Magnetfeld wird in der Regel von einem heliumgekühlten Elektromagneten mit supraleitender Zylinderspule erzeugt, welcher wie die Fallenelektroden eine endliche geometrische Ausdehnung besitzt und schon deshalb kein perfekt homogenes Feld liefern kann. Durch zusätzliche Korrekturspulen lässt sich jedoch in einem kleinen Raumgebiet um das Fallenzentrum eine hohe Homogenität erreichen [GT88].

Weiterhin befindet sich zwangsläufig eine Reihe von Materialien mit unterschiedlicher Magnetisierbarkeit im Feld, welche es zusätzlich verzerren. Dies gilt selbstverständlich in erster Line für Objekte, die sich im Inneren der Spule und in unmittelbarer Nähe der Falle befinden, allerdings können auch außerhalb der Spule befindliche magnetisierbare Objekte das Feld im Inneren deformieren. Durch die Verwendung von Materialen mit besonders geringer Magnetisierbarkeit wie sauerstofffreiem Kupfer für die Fallenelektroden und die Anpassung der Geometrie aller übrigen Komponenten zur Minimierung der Feldverzerrung lassen sich diese Effekte reduzieren.

Die Inhomogenitäten des Magnetfeldes lassen sich für kleine Abstände vom Fallenzentrum nach den Koordinaten ρ und z entwickeln. Dabei zeigt sich, dass nur die Beiträge gerader Ordnungen zu Frequenzverschiebungen führen, wohingegen sich Terme ungerader Ordnung über die Ionenbewegung herausmitteln [BG86]. Der Beitrag der kleinsten relevanten Multipolordnung lautet

$$\Delta B = B_0 \beta_2 \left(\left(z^2 - \frac{1}{2} \rho^2 \right) z - z \rho \right)$$
(2.23)

und verursacht eine amplitudenabhängige Verschiebung der Zyklotronfrequenz

$$\Delta\omega_c \approx \omega_c \beta_2 (\rho_z^2 - \rho_-^2) \quad , \tag{2.24}$$

welche im Gegensatz zu den durch elektrische Feldfehler ausgelösten Frequenzverschiebungen proportional zur ungestörten Frequenz ω_c ist.

Neben räumlichem Inhomogenitäten spielen auch zeitliche Fluktuationen der magnetischen Flussdichte eine Rolle. Druckschwankungen im Helium- und Stickstoffbehälter des Magneten verändern die Verdampfungsrate des Kühlmittels und führen zu Temperaturschwankungen, welche die Magnetisierbarkeit der umgebenden Materialen verändern [VDFS92]. Diese Schwankungen lassen sich durch eine aktive Druck- und Temperaturstabilisierung reduzieren [MJAB⁺08].

Die statistischen Fluktuationen sind von einer kontinuierlichen Verringerung der magnetischen Flussdichte überlagert, welche durch den sogenannten *Flux-Creep*-Effekt ausgelöst wird [And62]. Dabei springen Flusslinien des in der supraleitenden Spule zirkulierenden elektrischen Stroms thermisch aktiviert von einer Störstelle im Spulenmaterial zur nächsten, was zu einem Verlust von magnetischer Feldenergie führt [AK64]. Die langsame Minderung der magnetischen Flussdichte kann mit Hilfe von weiteren Korrekturspulen kompensiert werden, in welchen die Abnahme der magnetischen Flussdichte Ströme induziert, welche nach der Lenz'schen Regel ihrer Ursache entgegenwirken. Diese Korrekturspulen müssen regelmäßig entladen werden, um die auf sie wirkenden Kräfte zu begrenzen.

2.2.3 Fehljustage und Asymmetrie des elektrischen Potentials

Die Abweichung des elektrischen Potentials von der idealen Axialsymmetrie lässt sich in erster Ordnung durch das modifizierte Potential

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{U_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{1}{2} \left(x^2 + y^2 \right) - \frac{1}{2} \varepsilon \left(x^2 - y^2 \right) \right)$$
(2.25)

beschreiben [BG82]. Die Abweichung vom idealen Quadrupolpotential aus Gleichung (2.3) wird dabei durch den Elliptizitätsparameter ε bestimmt. Die Verkippung des Magnetfeldes gegenüber der Fallensymmetrieachse kann durch zwei Winkel angegeben werden, wobei der Magnetfeldvektor und die Symmetrieachse der Falle den Winkel θ aufspannen und der Winkel ϕ von der x-Achse und der die Symmetrieachse und den Magnetfeldvektor beinhaltenden Ebene eingeschlossen wird. Im Koordinatensystem des elektrischen Potentials aus Gleichung (2.25) lauten die Komponenten des homogenen Magnetfeldes:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_0 \sin \theta \cos \phi \\ B_0 \sin \theta \sin \phi \\ B_0 \cos \phi \end{pmatrix} \quad . \tag{2.26}$$

Aus der Lösung der Bewegungsgleichung eines geladenen Teilchens in diesen modifizierten Speicherfeldern folgt eine Gesamtbewegung mit den modifizierten Eigenfrequenzen $\overline{\omega}_+$, $\overline{\omega}_-$ und $\overline{\omega}_z$, welche die Relation

$$\overline{\omega}_{+}^{2} + \overline{\omega}_{-}^{2} + \overline{\omega}_{z}^{2} = \omega_{c}^{2} \tag{2.27}$$

erfüllen [BG82]. Die Beziehung (2.27) wird als **Brown-Gabrielse-Invarianztheorem** bezeichnet, weil sie bemerkenswerterweise gleichermaßen für die idealen Eigenfrequenzen wie auch für die verschobenen Eigenfrequenzen in einer nicht vollkommenen Penningfalle gilt, deren Magnetfeld gegenüber der Fallensymmetrieachse verkippt ist und deren elektrisches Potential von der idealen Quadrupolgestalt abweicht (siehe Gleichung (2.17)). Das Invarianztheorem liefert somit die Möglichkeit, in einer in der beschriebenen Weise unvollkommenen Penningfalle eine genaue Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ω_c durchzuführen, indem man die zu beobachtenden modifizierten Eigenfrequenzen misst.

Die Summenfrequenz $(\overline{\omega}_+ + \overline{\omega}_-)$ hingegen ist in dieser Situation verschoben und stimmt nicht mehr mit der reinen Zyklotronfrequenz ω_c überein. Für kleine Winkel θ und geringe Elliptizität ε ist diese Verschiebung näherungsweise massenunabhängig durch

$$(\overline{\omega}_{+} + \overline{\omega}_{-}) - \omega_{c} \approx \omega_{-} \left(\frac{9}{4}\theta^{2} - \frac{1}{2}\varepsilon^{2}\right)$$
(2.28)

gegeben [Gab09a, Gab09b].

2.2.4 Gegenseitige Ionenwechselwirkung

Befinden sich mehrere Ionen zur gleichen Zeit in der Falle, treten diese über die Coulomb-Kraft miteinander in Wechselwirkung. Der abstoßende Effekt der gemeinsamen Raumladung zwingt einige Ionen auf Bahnen mit größerem Radius, für welche sich die Fehler der Speicherfelder stärker auswirken. Die Eigenfrequenzen der Ionenbewegung werden hierdurch Verschiebungen und statistischen Verbreiterungen unterworfen, welche von Art und Anzahl der Ionen abhängen. Sind alle gespeicherten Ionen von der gleichen Spezies, so tritt lediglich eine mit wachsender Ionenzahl zunehmende Verbreiterung auf, während der Schwerpunkt der gemessenen Verteilung gleich bleibt. Je nachdem, wie die Ionen produziert und präpariert werden, sind isobare oder isomere Kontaminationen zu erwarten. Auch durch Elektronaustauschreaktionen mit dem Rest- bzw. Puffergas oder durch radioaktive Zerfälle können unerwünschte Ionen in die Falle gelangen. Jede Ionenspezies gibt bei einer Messung der freien Zyklotronfrequenz Anlass zu einem lokalen Maximum in der gemessenen Verteilung. Liegen die verschiedenen Maxima weit genug auseinander, um bei der vorliegenden Frequenzverbreiterung aufgelöst zu werden, so erscheinen die Zyklotronfrequenzen der verschiedenen Spezies zu kleineren Frequenzen hin verschoben [BKK⁺92]. Wenn sie dagegen nicht voneinander getrennt werden können, ist ein einzelnes Maximum am gemeinsamen Schwerpunkt zu beobachten.

Für Präzisionsmessungen ist es daher wichtig, die Falle frei von Kontaminationen zu halten. Falls dies nicht möglich ist, lassen sich die resultierenden Frequenzverschiebungen durch eine Zählratenanalyse korrigieren, bei welcher anhand der für verschiedene Anzahlen gleichzig gespeicherter Ionen gemessenen Frequenzen auf den Fall extrapoliert werden, dass sich nur ein einziges Ion in der Falle befindet [KBB⁺03].

2.3 Manipulation der Ionenbewegung

Um eine Penningfalle in einem Experiment zur Untersuchung der Eigenschaften geladener Teilchen zu nutzen, werden Werkzeuge benötigt, mit denen gezielter Einfluss auf die Bewegung der in der Falle gespeicherten Ionen genommen werden kann. Anregungen durch Radiofrequenzfelder und verschiedene Kühlmethoden ermöglichen es, unerwünschte Ionenspezies aus der Falle zu entfernen oder die Ionen der zu untersuchenden Spezies zu akkumulieren. Auch die im nächsten Kapitel dargelegten Verfahren zur experimentellen Bestimmung der Eigenfrequenzen bzw. der für Massenmessungen bedeutsamen freien Zyklotronfrequenz machen von den in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahren Gebrauch.

Die Energie eines geladenen Teilches in einer Penningfalle ist in Kenntnis der allgemeinen Lösung (2.12) der Bewegungsgleichung leicht zu berechnen:

$$E = E_{\rm kin} + E_{\rm pot}$$

$$= \frac{1}{2}m\,\dot{\vec{r}}^2 + q\,\Phi(\vec{r})$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}m\,\underbrace{\omega_z^2}_{E_z}\rho_z^2}_{E_z} + \underbrace{\frac{1}{2}m(\underbrace{\omega_+^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2}_{E_+})\rho_+^2}_{E_+} + \underbrace{\frac{1}{2}m(\underbrace{\omega_-^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2}_{E_-})\rho_-^2}_{E_-}.$$
(2.29)

Die Gesamtenergie des geladenen Teilchens entspricht der eines Systems von drei entkoppelten harmonischen Oszillatoren, welche den drei Eigenbewegungen zugeordnet sind, und hängt folglich quadratisch von den Bewegungsamplituden ρ_z , ρ_+ und ρ_- ab, mit der Besonderheit, dass der Anteil der Magnetronbewegung negativ zur Gesamtenergie beiträgt. Erfolgt die Bewegung ungestört, so ist die Energie des Teilchens zeitlich konstant. In einer realen Penningfalle kommt es jedoch zu Restgasstößen, welche der Ionenbewegung fortlaufend Energie entziehen. Während sich die Amplituden der Axialbewegung und der reduzierten Zyklotronbewegung dabei verringern, führt jede Störung der Magnetronbewegung zur Vergrößerung des Magnetronradius und macht die Bewegung instabil.



Abbildung 2.5: Das Energieniveauschema eines spinlosen quantenmechanischen geladenen Teilchens in einer Penningfalle entspricht dem von drei entkoppelten harmonischen Oszillatoren, wobei die Energie der Magnetronbewegung (rot) negativ beiträgt (siehe Gleichung (2.30)). Die Energieniveaus der einzelnen Bewegungsmoden sind äquidistant. Größere Quantenzahlen entsprechen jeweils größeren Bewegungsamplituden.

Auch die quantenmechanische Beschreibung der Bewegung eines spinlosen geladenen Teilchens in einer Penningfalle liefert für die Gesamtenergie einen Ausdruck, der äquivalent zu einem System von drei entkoppelten harmonischen Oszillatoren ist, deren Frequenzen hier sogar exakt den Eigenfrequenzen der Bewegung entsprechen [BG86]:

$$E = \hbar\omega_z \left(n_z + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_+ \left(n_+ + \frac{1}{2}\right) - \hbar\omega_- \left(n_- + \frac{1}{2}\right) \quad . \tag{2.30}$$

Die Quantenzahlen n_z , n_+ und n_- sind hierbei ganzzahlig und nichtnegativ, das zugehörige Energieniveauschema ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Die Energieniveaus eines spinbehafteten Teilchens spalten sich je nach Orientierung seines intrinsischen magnetischen Moments im Magnetfeld der Falle weiter auf. Bei Experimenten zur Präzisionsmassenmessung ist die Quantisierung wegen der vergleichsweise großen Bewegungsamplituden nicht von Bedeutung.

2.3.1 Anregung mit Radiofrequenzfeldern

Die Amplituden der Eigenbewegungen lassen sich gezielt manipulieren, indem man das in einer Penningfalle gespeicherte Teilchen einem elektromagnetischen Wechselfeld aussetzt, dessen Frequenz auf die Eigenfrequenzen der Ionenbewegung abgestimmt ist.

Dipolanregung

Mit Hilfe eines Dipolfeldes kann die Amplitude einer einzelnen Eigenbewegung verändern werden. Die Frequenz des Feldes muss dazu nahe an der Eigenfrequenz der zu beeinflussenden Eigenbewe-



Abbildung 2.6: Dipolanregungschemata in einer Penningfalle mit Endkappen und vierfach segmentierter Ringelektrode – Durch Anlegen einer Wechselspannung V(t) an gegenüberliegenden Elektroden bzw. Elektrodensegmenten entsteht in der Falle ein alternierendes Dipolfeld, welches bei geeigneter Phase und Frequenz die Amplitude bzw. Quantenzahl einer Eigenbewegung anwachsen lässt.

Zur Anregung der Axialbewegung (links) wird die Wechselspannung an den Endkappen angelegt. Um die radialen Eigenbewegungen anzuregen (rechts), werden gegegenüberliegende Segmente der Ringelektrode verwendet.

gung liegen, die Orientierung des Feldes muss zur Bewegungsrichtung passen. Für die Axialbewegung bedeutet dies, dass der Dipol parallel zur Fallensymmetrieachse ausgerichtet sein muss. Zur Anregung der radialen Eigenbewegungen ist jede zur Fallensymmetrieachse senkrechte Ausrichtung geeignet. Im Idealfall ist das Feld über den gesamten Bereich der Teilchenbewegung homogen.

Ein solches Feld wird gewöhnlich durch Anlegen einer Wechselspannung an gegenüberliegende Elektroden bzw. Elektrodensegmente erzeugt, wie in Abbildung 2.6 gezeigt. Benutzt man zwei Ringelektrodensegmente, welche in ihrem jeweiligen Mittelpunkt von der x-Achse durchstoßen werden, entsteht im Fallenzentrum näherungsweise das Feld

$$\vec{E} = \frac{V(t)}{a}\vec{e}_x = \frac{V_0}{a}\cos(\omega_d t + \phi_d)\vec{e}_x \quad ,$$
(2.31)

wobei a ein Maß für den effektiven Elektrodenabstand darstellt und ungefähr mit ρ_0 übereinstimmt.

Neben der Stärke des erregenden Feldes sind außerdem die Dauer und die relative Phase der Einwirkung für die erreichte Bewegungsamplitude entscheidend [BBH⁺03]. Je nach Phasenbeziehung und betroffener Eigenbewegung kann es dazu kommen, dass sich die Bewegungsamplitude unter dem Einfluss des Dipolfeldes zunächst verkleinert und erst anschließend wieder kontinuierlich größer wird. Sofern die Amplitude zu Beginn der Anregung jedoch hinreichend klein bzw. die Anregungszeit hinreichend groß ist, wächst die Bewegungsamplitude in guter Näherung linear mit der Anregungszeit.

In der Massenspektrometrie kommt die Dipolanregung als Bestandteil von verschiedenen Verfahren zur Ionenpräparation zum Einsatz. Eine Anregung der reduzierten Zyklotronbewegung kann verwendet werden, um die Bahn von Ionen einer unerwünschten Spezies drastisch aufzuweiten und somit aus der Falle zu entfernen. Dabei macht man sich die Massenabhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz ω_+ zunutze. Da die Magnetronfrequenz ω_- dagegen näherungsweise massenunabhängig ist, vergrößert eine Anregung der Magnetronbewegung gleichermaßen die Bewegungsamplituden aller gespeicherten Ionen jedweder Spezies.



Abbildung 2.7: Quadrupolanregungschema für die Radialbewegung in einer Penningfalle mit vierfach geteilter Ringelektrode – Wird eine Wechselspannung passender Frequenz so an die vier Segmente der Ringelektrode angelegt, dass an gegenüberliegenden Segmenten jeweils das gleiche Potential herrscht, kommt es zu einer Kopplung der radialen Eigenbewegungen, welche die periodische Konversion und Rekonversion von Magnetronanregung in Zyklotronanregung zur Folge hat (siehe Abbildung 2.8).

Quadrupolanregung

Ein zusätzlich zu dem für die Speicherung notwendigen elektrostatischen Quadrupolpotential angelegtes Quadrupolwechselfeld, dessen Frequenz der Summe zweier Eigenfrequenzen entspricht, wird verwendet, um die beiden entsprechenden Eigenbewegungen zu koppeln. Die Orientierung des Quadrupols hängt hierbei von den beteiligten Eigenbewegungen ab. Eine mögliche Elektrodenkonfiguration zur Kopplung der radialen Eigenbewegungen ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Die radialen Komponenten des zugehörgen elektrischen Feldes im Fallenzentrum lauten näherungsweise

$$E_x = \frac{2V(t)}{a^2}y = \frac{2V_0}{a^2}\cos(\omega_q t + \phi_q)y \quad , \tag{2.32a}$$

$$E_y = \frac{2V(t)}{a^2} x = \frac{2V_0}{a^2} \cos(\omega_q t + \phi_q) x \quad . \tag{2.32b}$$

Unter dem Einfluss dieses Feldes kommt es für $\omega_q = \omega_+ + \omega_- = \omega_c$ zu einer periodischen Umwandlung von Magnetronanregung in Zyklotronanregung und zurück. In Abbildung 2.8 ist diese Konversion der Radialbewegungen ausgehend von einer reinen Magnetronbewegung dargestellt. Die für eine vollstände Konversion benötigte Zeit beträgt [KBK⁺95]

$$T_k = \frac{\pi a^2}{2V_0} \frac{m}{q} (\omega_+ - \omega_-) \approx \frac{\pi a^2}{2V_0} B_0 \quad , \tag{2.33}$$

wobei die näherungsweise Massenunabhängigkeit aus $\omega_+ \gg \omega_-$ und $\omega_+ \approx \omega_c$ folgt. Nach der doppelten Konversionszeit wird der Ausgangszustand erreicht. Weicht die Anregungsfrequenz ω_q von der Summenfrequenz $\omega_+ + \omega_- = \omega_c$ ab, so geschieht die Konversion nicht vollständig. Dieser durch eine äußere Anregung hervorgerufene periodische Vorgang besitzt Ähnlichkeit mit der Rabi-Oszillation eines quantenmechanischen Zwei-Niveau-Systems.

Die Flugzeitresonanzmethode zur Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz macht von der Quadrupolanregung der Radialbewegungen Gebrauch. Eine weitere Anwendung findet dieses Verfahren bei der im folgenden Abschnitt behandelten massenselektiven Zentrierung eines Ionenensembles in einem Puffergas.



Abbildung 2.8: Radialkomponenten der Trajektorie eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle während der vollständigen Konversion einer reinen Magnetronbewegung in eine reine reduzierte Zyklotronbewegung – Der zeitliche Ablauf der Bewegung wird durch die Farbskala in Einheiten der Konversionszeit T_k wiedergegeben und ist zur besseren Übersicht auf zwei Diagramme verteilt dargestellt. Die Konversionszeit steht im Allgemeinen in keinem besonderen Verhältnis zur Magnetronoder Zyklotronperiode und beträgt hier ca. 2/3 der Magnetronumlaufzeit. Der gestrichelte Kreis kennzeichnet den ursprünglichen Magnetronradius, welcher bei vollständiger Konversion mit dem endgültigen Zyklotronradius identisch ist.

2.3.2 Kühlmethoden

Grundsätzlich bedeutet Kühlung die Verkleinerung des Phasenraumvolumens eines Teilchenensembles. Im Zusammenhang mit den in einer Penningfalle gespeicherten Teilchen soll unter Kühlung vor allem die Reduktion der Amplituden bzw. Quantenzahlen (siehe Abbildung 2.5) der Eigenbewegungen verstanden werden.

Die meisten Feldfehler einer realen Penningfalle wirken sich umso gravierender auf die Eigenfrequenzen der Ionenbewegung aus, je weiter sich die Ionen auf ihrer Bahn vom Fallenzentrum entfernen. Des Weiteren ist ein Ionenensemble leichter zu transportieren, wenn es eine schmale Orts- und Impulsverteilung besitzt.

Im folgenden Unterabschnitt wird das Verfahren der Kühlung mittels Puffergas näher erläutert. Andere in einer Penningfalle anwendbare Kühlmethoden sind das Widerstandskühlen, Laserkühlen (bzw. sympathetisches Kühlen) und Verdampfungskühlen [MGW05].

Puffergaskühlen

Bei den in einer Penningfalle auftretenden Ionengeschwindigkeiten wird die Dämpfung der Ionenbewegung im Wesentlichen durch Coulomb-Stöße des Ions mit Puffergasatomen verursacht, welche in der Nähe des Ions polarisiert werden. Ein Ion der Masse m und Geschwindigkeit \vec{v} erfährt hierdurch die Kraft

$$\vec{F} = -\delta \, m \, \vec{v} \quad , \tag{2.34}$$

wobei der Dämpfungskoeffizient

$$\delta = \frac{q}{m} \frac{1}{M_{ion}} \frac{p/p_n}{T/T_n} \tag{2.35}$$



Abbildung 2.9: Radialkomponenten der Trajektorie eines geladenen Teilchens in einer puffergasgefüllten Penningfalle – Der zeitliche Ablauf der Bewegung wird durch die Farbskala in Einheiten der Magnetronperiode T_{-} wiedergegeben. Bewegt sich das Teilchen frei, d. h. ohne äußere Anregung, durch das Puffergas (links), so nimmt der Zyklotronradius exponentiell ab, während der Magnetronradius exponentiell wächst. Unter dem Einfluss einer Quadrupolanregung der Frequenz $\omega_q = \omega_+ + \omega_- = \omega_c$ (rechts) lassen sich die Amplituden beider Eigenbewegungen reduzieren. Der gestrichelte Kreis kennzeichnet den ursprünglichen Magnetronradius.

proportional zum Quotienten aus Druck p und Temperatur T des Puffergases ist, welche in Einheiten ihrer Normalwerte p_n, T_n angegeben werden. Die reduzierte Ionenmobilität M_{ion} hängt von der Ionenspezies und der Art des Puffergases ab [MM73]. Diese Dämpfung entzieht den Eigenbewegungen fortwährend Energie und führt daher zur Abnahme der Amplituden der Axialbewegung und der reduzierten Zyklotronbewegung. Der Magnetronradius hingegen nimmt kontinuierlich zu, da die Energie der Magnetronbewegung mit wachsendem Magnetronradius kleiner wird [Kre08].

Die Magnetronbewegung lässt sich deshalb nicht direkt mit einem Puffergas kühlen. Man kann sich allerdings zunutze machen, dass die Zunahme des Magnetronradius wegen der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Dämpfungskraft deutlich langsamer erfolgt als die Abnahme des Radius der reduzierten Zyklotronbewegung, wie in Abbildung 2.9 (links) gezeigt. Die Aufweitung des Magnetronradius wird verhindert, indem man die Magnetronbewegung mit Hilfe einer Quadrupolanregung der Frequenz $\omega_q = \omega_+ + \omega_- = \omega_c$ an die reduzierte Zyklotronbewegung koppelt. Wegen der Massenabhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz ω_c lässt sich dieses Verfahren zur massenselektiven Zentrierung eines Ionenensembles verwenden. Nach ausreichend großer Aufweitung der Magnetronbahn unerwünschter Ionenspezies können diese beim Ausschuss aus der Falle durch eine Blende zurückgehalten werden; nur Ionen der gewünschten Masse werden zentriert. Die selektive Wirkung dieses Verfahrens kann durch eine dem Kühlprozess vorhergehende Magnetronanregung noch verstärkt werden. Als Puffergas wird in der Regel ein leichtes Edelgas wie Helium verwendet, da es sich wegen des hohen Ionisationspotentials nur schwer ionisieren lässt.

Kapitel 3

Zyklotronresonanzmethoden

Penningfallen-Massenspektrometrie gründet auf der Massenabhängigkeit der charakteristischen Frequenzen der Bewegung eines in einer Penningfalle gespeicherten Ions. Bei Kenntnis der Speicherfelder und des Ladungszustands des Ions lässt sich die Ionenmasse aus diesen Frequenzen berechnen (siehe Tabelle 2.1). Die Magnetronfrequenz ω_{-} ist dabei näherungsweise massenunabhängig (siehe Gleichung (2.19)). Die Axialfrequenz ω_z verhält sich umgekehrt proportional zur Quadratwurzel der Ionenmasse, während die freie Zyklotronfrequenz ω_c – und wegen $\omega_+ \approx \omega_c$ – auch die reduzierte Zyklotronfrequenz ω_+ zur Inversen der Ionenmasse proportional ist:

$$\omega_z \sim \frac{1}{\sqrt{m}}$$
 , $\omega_+ \sim \frac{1}{m}$, $\omega_c \sim \frac{1}{m}$. (3.1)

Die Zyklotronfrequenzen sind somit die am empfindlichsten von der Ionenmasse abhängigen und daher auch die am besten zur Massenbestimmung geeigneten Frequenzen.

Am einfachsten lässt sich die Ionenmasse aus der nicht direkt beobachtbaren freien Zyklotronfrequenz berechnen, welche außer von der spezifischen Ladung q/m nur von der magnetischen Flussdichte B_0 abhängt. Die **Flugzeitresonanzmethode** (engl.: *"time-of-flight ion-cyclotron resonance"*, TOF-ICR) ist ein Verfahren zur indirekten Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz und beruht auf der Zunahme der radialen kinetischen Energie des gespeicherten Ions unter dem Einfluss einer Quadrupolanregung der Summenfrequenz $\omega_+ + \omega_- = \omega_c$ [GKT80]. Sie ist das bei der Präzisionsmassenspektrometrie kurzlebiger Nuklide bisher ausschließlich angewendete Verfahren.

Die Fouriertransformations-Zyklotronresonanzmethode (engl.: "Fourier-transform ioncyclotron resonance", FT-ICR) dient der Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz über die vom Ion in den Fallenelektroden influenzierten oszillierenden Spiegelladungen [MHJ98] und wird vor allem in der analytischen Chemie eingesetzt [CM74].

Die freie Zyklotronfrequenz lässt sich außerdem mit Hilfe des Invarianztheorems (siehe Gleichung (2.27)) berechnen, wozu allerdings die Messung aller drei Eigenfrequenzen notwendig ist [Gab09a]. Üblicherweise werden dazu die Radialbewegungen an die axiale Bewegung gekoppelt, wodurch es zu gegenseitigen Wechselwirkungen der Eigenbewegungen kommt, die es erlauben, nur durch Beobachtung der Axialbewegung oder nur durch Beobachtung der Radialbewegung auf die übrigen Eigenfrequenzen zu schließen. Die Kopplung der Eigenbewegungen lässt sich z. B. durch eine absichtlich erzeugte Inhomogenität des Magnetfeldes [BG86], Anharmonizitäten des elektrostatischen Potentials [MBF⁺92] oder die Einstrahlung geeigneter Radiofrequenzfelder [CWBP90, VDS⁺04] erreichen. Die TOF-ICR-Methode und die FT-ICR-Methode werden in den beiden folgenden Abschnitten vorgestellt.

3.1 Flugzeitresonanzmethode (TOF-ICR)

Wenn eine der beiden radialen Eigenbewegungen eines in einer Penningfalle gespeicherten Ions eine im Vergleich zu den anderen Eigenbewegungen deutlich größere Bewegungsamplitude besitzt, führt das Ion näherungsweise eine reine Kreisbewegung aus. Ausgehend von der Stromdichte einer auf der Trajektorie $\vec{r}_0(t)$ bewegten Punktladung q

$$\vec{j}(\vec{r},t) = q \, \dot{\vec{r}}_0(t) \, \delta(\vec{r} - \vec{r}_0(t)) \tag{3.2}$$

und mit Hilfe des Ausdrucks für die δ -Funktion in sphärischen Polarkoordinaten (r, θ, ϕ) [Nol07]

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) = \frac{1}{r_0^2 \sin \theta_0} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) \delta(\phi - \phi_0)$$
(3.3)

kann man die mittlere Stromdichte des Ions berechnen. Sie lautet

$$\vec{j}(r,\theta,\phi) = -\frac{1}{r_0^2} \delta(r-r_0) \delta(\theta-\pi/2) \frac{|q| \operatorname{sgn}(B_0) \,\omega \, r_0}{2\pi} \vec{e}_{\phi} \quad , \tag{3.4}$$

wobei r_0 den Radius der Kreisbahn und ω die Kreisfrequenz des Ions bezeichnet. Die Richtung dieses Stroms hängt dabei nur von der Orientierung des Magnetfeldes $\operatorname{sgn}(B_0)$ ab. Das Ladungsvorzeichen spielt für den Strom keine Rolle, da sich bei einem Vorzeichenwechsel der Ladung auch die Bewegungsrichtung des Teilchens im Magnetfeld umkehrt. Die Stromdichte $j(\vec{r})$ führt zum magnetischen Moment

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int d^3 r \ \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) = -\frac{1}{2} |q| \operatorname{sgn}(B_0) \,\omega \, r_0^2 \, \vec{e}_z = -\frac{1}{2} m \omega^2 r_0^2 \frac{1}{B_0} \frac{\omega_c}{\omega} \vec{e}_z \quad , \tag{3.5}$$

welches dem Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}) = B_0 \vec{e_z}$ entgegengerichtet ist, wie sich am negativen Vorzeichen ablesen lässt. Wegen $\omega_+ \gg \omega_-$ besitzt ein Ion, welches eine reine reduzierte Zyklotronbewegung mit einem gewissen Zyklotronradius ausführt, ein erheblich größeres magnetisches Moment als ein Ion auf einer reinen Magnetronbahn vom gleichen Radius. Daher ist der Beitrag der Magnetronbewegung zum magnetischen Moment gegenüber dem Beitrag der reduzierten Zyklotronbewegung vernachlässigbar und man setzt $\omega = \omega_+$ und $r_0 = \rho_+$. Die mittlere radiale kinetische Energie eines in einer Penningfalle gespeicherten Ions kann aus der allgemeinen Lösung (2.12) der Bewegungsgleichung berechnet werden und wird ebenfalls vom Beitrag der reduzierten Zyklotronbewegung dominiert:

$$E_r = \frac{1}{2}m\omega_+^2\rho_+^2 + \frac{1}{2}m\omega_-^2\rho_-^2 \approx \frac{1}{2}m\omega_+^2\rho_+^2.$$
(3.6)

Unter Verwendung dieses Ausdrucks für die Radialenergie E_r und der Näherung $\omega_+ \approx \omega_c$ lässt sich das magnetische Moment aus Gleichung (3.5) in eine einfache Form bringen:

$$\vec{\mu} = -\frac{E_r}{B_0}\vec{e}_z \quad . \tag{3.7}$$

Die potentielle Energie eines magnetischen Moments $\vec{\mu}$ in einem Magnetfeld \vec{B} beträgt

$$E_{\rm pot}^{\rm (magn)} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad . \tag{3.8}$$

In einem ortsabhängigen Magnetfeld erfährt dieses Moment daher die Kraft

j

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} E_{\mathrm{pot}}^{(\mathrm{magn})} = \operatorname{grad}(\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$
 (3.9)



Abbildung 3.1: Prinzip der Flugzeitresonanzmethode – Ein axial aus einer Penningfalle ausgeschossenes Ion (gestrichelte Bahn) wird aufgrund der Wechselwirkung des magnetischen Moments seiner Radialbewegung mit dem Gradienten der magnetischen Flussdichte B(z) in Flugrichtung beschleunigt.

Da das magnetische Moment dem magnetischen Feld im vorliegenden Fall entgegengerichtet ist, wirkt diese Kraft demnach in Richtung der Abnahme der magnetischen Flussdichte.

Wird nun ein in einer Penningfalle gespeichertes Ion durch Absenkung des Endkappenpotentials in z-Richtung ausgeschossen, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, so durchquert es nach Verlassen der räumlich begrenzten homogenen Region des Magnetfeldes ein stetig schwächer werdendes Feld $\vec{B}(z) = B(z)\vec{e}_z$. Dabei erfährt das Ion eine von der Größe seiner anfänglichen radialen kinetischen Energie abhängige Beschleunigung in Flugrichtung, bevor es einen am Ende der Driftstrecke positionierten Detektor erreicht. Die für das Zurücklegen der Distanz von der Falle zum Detektor benötigte Zeit ist somit umso kürzer, je größer die radiale kinetische Energie des Ions vor dem Ausschuss aus der Falle war. Mittels Integration der inversen Geschwindigkeit, welche durch die Energie des Ions bestimmt ist, lässt sich folgender Ausdruck für die Flugzeit angeben [KBK+95]:

$$\text{TOF} = \int_{0}^{z_d} dz \, \sqrt{\frac{m}{2(E_0 - E_{\text{pot}}(z))}} = \int_{0}^{z_d} dz \, \sqrt{\frac{m}{2(E_0 - q \, \Phi(z) + \vec{\mu} \cdot \vec{B}(z))}} \quad . \tag{3.10}$$

Indem man die ortsabhängige magnetische Flussdichte B(z) mit Hilfe von Parabelsegmenten modelliert und auch die Änderung des elektrischen Potentials $\Phi(z)$ und die Anfangsenergie E_0 entsprechend berücksichtigt, kann die Flugzeit berechnet werden. Diese Abhängigkeit der Flugzeit von der Radialenergie macht man sich zur Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ω_c zunutze, indem man dem Ausschuss des Ions eine Reihe von Anregungen der radialen Eigenbewegungen vorrausgehen lässt (siehe Unterabschnitt 2.3.1).

Dazu wird ein Ion nach dem Einfang in der Falle zunächst durch resonante Dipolanregung auf einen großen Magnetronradius gebracht. Durch die darauf folgende Quadrupolanregung mit der Frequenz $\omega_q \approx \omega_+ + \omega_- = \omega_c$ werden die radialen Eigenbewegungen aneinander gekoppelt und die gegenphasige Oszillation von Magnetronradius und Zyklotronradius herbeigeführt. Da die mittlere radiale kinetische Energie E_r des Ions im Wesentlichen durch seine reduzierte Zyklotronbewegung bestimmt wird (siehe Gleichung (3.6)), oszilliert E_r dabei ebenfalls. Die Periode dieses Vorgangs ist durch das Doppelte der Konversionszeit T_k (siehe Gleichung (2.33)) gegeben, woraus folgt, dass



Abbildung 3.2: Die radiale kinetische Energie E_r eines in einer Penningfalle gespeicherten Ions weist nach einer Quadrupolanregung der Frequenz ω_q ein deutlich ausgeprägtes Maximum bei der freien Zyklotronfrequenz ω_c auf, dessen Breite mit wachsender Anregungsdauer T_q abnimmt. (Die Radialenergie ist auf ihren größten Wert $E_{r,\max}$ normiert.)

Beim zugehörigen Flugzeitspektrum tritt im Resonanzfall ein Minimum auf. Die Flugzeit (TOF) hängt von der konkreten experimentellen Anordnung (Länge der Driftstrecke, Gradient der magnetischen Flussdichte usw.) ab und beträgt typischerweise einige hundert Mikrosekunden.

die Radialenergie E_r immer dann ihren größtmöglichen Wert annimmt, wenn die Anregungsdauer T_q einem ungeraden Vielfachen von T_k entspricht. Erfolgt der Ausschuss des Ions zu einem solchen Zeitpunkt, ist daher die Verkürzung der Flugzeit bei einer gegebenen Anregungsfrequenz ω_q am ausgeprägtesten. Die Umwandlung von Magnetronanregung in Zyklotronanregung geschieht allerdings nur im Resonanzfall $\omega_q = \omega_c$ vollständig, so dass die Amplitude der sich periodisch ändernden Radialenergie in diesem Fall ein Maximum erreicht. Die Abhängkeit der Radialenergie von der Frequenzverstimmung ($\omega_q - \omega_c$) ist hierbei durch den Ausdruck [KBK⁺95]

$$E_r \sim \frac{\sin^2(\omega_b T_q)}{\omega_b^2} \tag{3.11}$$

gegeben, wobei in die Schwebungsfrequen
z ω_b neben der Verstimmung auch die Konversionszeit
 T_k mit eingeht:

$$\omega_b = \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_q - \omega_c)^2 + (\pi/T_k)^2} \quad . \tag{3.12}$$

In Abbildung 3.2 (links) ist dieser Zusammenhang grafisch dargestellt. Dabei wird stets von einem rechteckförmigen Anregungsprofil, d. h. einer Anregung mit über die gesamte Anregungsdauer konstanter Amplitude, ausgegangen. Andere Anregungsprofile, wie z. B. ein aus zwei durch eine definierte Wartezeit getrennten kurzen Pulsen bestehendes Ramsey-Schema, sind jedoch ebenfalls möglich und können zu anderen Resonanzkurven für die radiale kinetische Energie führen, welche bei gleicher Gesamtdauer eine geringere Breite besitzen und somit die Auflösung der Frequenzmessung erhöhen [GBB+07]. Die Resonanzkurve der Radialenergie lässt sich in ein zugehöriges Flugzeitspektrum übersetzen, welches bei der Resonanzfrequenz ω_c ein Minimum aufweist und auf der rechten Seite von Abbildung 3.2 zu sehen ist.

Wiederholt man die Prozedur, bestehend aus Ioneneinfang, Dipolanregung, Quadrupolanregung, Ausschuss aus der Falle und Nachweis am Ende einer Driftstrecke, für schrittweise geänderte Anregungsfrequenzen ω_q unter ansonsten identischen Bedingungen, lassen sich Stützpunkte aufzeichnen, an welche man ein theoretisch berechnetes Flugzeitspektrum anpassen und so die gesuchte Resonanzfrequenz ω_c bestimmen kann.

Bei jedem Schritt wird dies mehrfach mit jeweils einem einzigen Ion oder einer geringen Zahl von Ionen wiederholt und dabei die mittlere Flugzeit der gemessenen Verteilung bestimmt, um die sta-



Abbildung 3.3: Der Kontrast (siehe Gleichung (3.14)) quantifiziert, wie gut die resonant angeregten Ionen bezüglich ihrer Flugzeitverteilung von den nicht resonant angeregten Ionen getrennt werden können, und ist eine wichtige Größe zur Beurteilung der Qualität einer gemessenen Flugzeitresonanzverteilung.

tistische Unsicherheit zu reduzieren. Nach jedem Ausschuss muss die Falle mit neuen Ionen geladen werden, da der Nachweis am Ende der Driftstrecke destruktiv erfolgt und einmal ausgeschossene Ionen somit verloren sind.

Zur Optimierung der experimentellen Paramter, wie z. B. des elektrischen Potentials der Driftröhren $\Phi(z)$ und der Anregungsdauer T_q , orientiert man sich an der relativen Flugzeitverkürzung der resonant angeregten Ionen, welche als **Flugzeiteffekt** bezeichnet wird:

$$Flugzeiteffekt = \frac{t_0 - t_{res}}{t_0} \quad . \tag{3.13}$$

Hierbei bezeichnet $t_{\rm res}$ die mittlere Flugzeit der resonant angeregten Ionen und t_0 die mittlere Flugzeit der Ionen außerhalb der Resonanz. Eine aussagekräftigere Kenngröße, die neben den mittleren Flugzeiten auch die zugehörigen Breiten $\sigma_{\rm res}$ und σ_0 der Flugzeitverteilungen einbezieht, ist der Kontrast [Rau07]

$$C = \frac{t_0 - t_{\rm res}}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_{\rm res}^2}} \quad , \tag{3.14}$$

dessen Bedeutung durch Abbildung 3.3 illustriert wird. Je größer der Kontrast, desto genauer kann die Zyklotronfrequenz aus einer gemssenen Flugzeitresonanzverteilung mit einer gegebenen Anzahl von Ionen bestimmt werden.

Um nun die Masse m der Ionenspezies, deren freie Zyklotronfrequenz ω_c bestimmt wurde, bzw. die zugehörige Atommasse $m^{(a)}$ mit hoher Genauigkeit zu berechnen, muss auch die Stärke des Magnetfeldes am Ort der Falle genau bekannt sein. Dies erreicht man durch zeitnahe Messung der Zyklotronfrequenz $\omega_{c,ref}$ einer zweiten Spezies von Ionen, sogenannter **Referenzionen**, deren atomare Masse $m_{ref}^{(a)}$ zuvor bei einer anderen Messung sehr genau bestimmt wurde. Zur Unterdrückung des systematischen Fehlers, welcher vom Drift der magnetischen Feldstärke in der Zeit zwischen der Referenzmessung und der eigentlichen Massenmessung verursacht wird, sollte die Referenzmessung jeweils kurz vor und kurz nach der Massenmessung erfolgen, so dass per Interpolation auf die Zyklotronfrequenz des Referenzions zum Zeitpunkt der Massenmessung geschlossen werden kann. Die Referenzmasse sollte außerdem möglichst nahe an der zu bestimmenden Masse liegen, um systematische Effekte aufgrund sich stark unterscheidener Zyklotronradien und -frequenzen gering zu halten [KBB⁺03]. Für einfach geladene Ionen und unter Vernachlässigung der ersten Ionisierungsenergie erhält man die Beziehung

$$m^{(a)} = \frac{\omega_{c,\text{ref}}}{\omega_{c}} (m_{\text{ref}}^{(a)} - m_{e}) + m_{e}$$
(3.15)

mit der Elektronenmasse $m_{\rm e}$. Ist ein von der Unsicherheit der Massenreferenz unabhängiges Ergebnis gewünscht, begnügt man sich mit der Angabe des Frequenzverhältnisses

$$r = \frac{\omega_{c,\text{ref}}}{\omega_c} \quad . \tag{3.16}$$

Isotopenreine Kohlenstoffclusterionen aus 12 C sind als Massenreferenz besonders gut geeignet, da ihre Masse abgesehen vom Beitrag der molekularen Bindungsenergie stets einem ganzzahligen Vielfachen der atomaren Masseneinheit u entspricht. Sie lassen sich in nahezu jeder beliebigen Clustergröße erzeugen, so dass stets ein passendes Kohlenstoffclusterion verfügbar ist, dessen Masse um höchstens 6 u von der zu messenden Masse abweicht. Eine ausführliche Diskussion der Flugzeitresonanzmethode mit Kohlenstoffclusterionen als Massenreferenz findet man in [BBH+02, KBB+03].

3.2 Fouriertransformations-Zyklotronresonanzmethode (FT-ICR)

Eine elektrische Ladung, welche sich in der Nähe eines elektrischen Leiters befindet, influenziert auf der Oberfläche des Leiters über die Coulomb-Kraft eine Spiegelladung von entgegengesetztem Vorzeichen. Im Falle einer bewegten Ladung treten im Leiter elektrische Ströme auf, deren Stärke von der Ladung, ihrer Geschwindigkeit und der geometrischen Anordnung des Leiters abhängt [Sho38]. Ein in einer Penningfalle gespeichertes Ion stellt eine periodisch bewegte Punktladung dar und ruft daher zwischen leitend verbundenen Elektroden bzw. Elektrodensegmenten einen zeitabhängigen Strom hervor, aus welchem sich Informationen über die Bewegungsfrequenzen und -amplituden des Ions gewinnen lassen. Hierzu wird die spektrale Leistungsdichte des Stroms gemessen, weshalb diese Methode auch als "bolometrischer" Nachweis bezeichnet wurde [DW68]. Bald nach der Erfindung dieses Nachweisverfahrens ging man dazu über, das Leistungsspektrum per diskreter Fouriertransformation aus dem zuvor digitalisierten Stromsignal zu berechnen, anstatt es mit Hilfe eines durchstimmbaren frequenzselektiven Detektors zu vermessen. Hierdurch lässt sich die für die Messung benötigte Zeit erheblich reduzieren [CM74].

Ein einfaches Modell zur Berechnung des von der Radialbewegung eines in einer Penningfalle gespeicherten Ions generierten Stroms geht von einer Punktladung aus, welche sich zwischen zwei unendlich ausgedehnten, leitend verbundenen, parallelen leitenden Platten auf einer Kreisbahn bewegt, deren Bahnebene senkrecht auf den leitenden Platten steht [Com78]. Dieser rotierende elektrische Monopol kann als Superposition eines rotierenden elektrischen Dipols und eines Paars von rotierenden elektrischen Monopolen aufgefasst werden, wie in Abbildung 3.4 gezeigt. Wegen der Symmetrie der Anordnung influenziert das Monopolpaar zu jeder Zeit auf beiden Platten die gleiche Spiegelladung und trägt daher nicht zum zwischen den Platten fließenden Strom bei. Der Dipol ist in Abbildung 3.5 gesondert dargestellt. Die beiden ihn bildenden Punktladungen besitzen den Verbindungsvektor $2\vec{r}$ und das resultierende elektrische Dipolmoment lautet daher

$$\vec{p} = \frac{1}{2}q\,2\vec{r} = q\vec{r}$$
 . (3.17)

Die elektrische Polarisation des von den leitenden Platten eingeschlossen Volumens V beträgt folglich

$$\vec{P} = \frac{1}{V}\vec{p} = \frac{q}{V}\vec{r} \quad . \tag{3.18}$$


Abbildung 3.4: Ein sich auf einer Kreisbahn bewegendes geladenes Teilchen stellt einen rotierenden elektrischen Monopol a) dar, der sich in die Überlagerung eines rotierenden Dipols b) und zweier rotierender Monopole c) zerlegen lässt.



Abbildung 3.5: Ein zwischen zwei leitend verbundenen parallelen leitenden Platten befindlicher elektrischer Dipol influenziert auf den Platten die Oberflächenladungsdichte σ bzw. $-\sigma$, deren Betrag von der Orientierung des Dipols und dem Plattenabstand d abhängt. Die Rotation des Dipols führt daher zu einem zeitabhängigen elektrischen Strom I.

Auf den Platten wird die Oberflächenladungsdichte

$$\sigma = -\vec{P} \cdot \hat{n} = -\frac{q}{V}\vec{r} \cdot \hat{n} = -\frac{q}{V}r\cos\theta = -\frac{qr}{V}\cos(\omega t)$$
(3.19)

bzw. $-\sigma$ influenziert. Hierbei bezeichnet \hat{n} den Normalenvektor des polarisierten Volumens an der oberen Platte und θ den von den Vektoren \hat{n} und \vec{r} aufgespannten Winkel, dessen Zeitabhängigkeit bei einer Rotation des Dipols mit der Winkelgeschwindigkeit ω durch $\theta = \omega t$ gegeben ist. Das negative Vorzeichen in Gleichung (3.19) trägt dem Umstand Rechnung, dass die influenzierte Spiegelladung die scheinbar am Rand des polarisierten Volumens auftretende Ladung gerade kompensiert. Die gesamte auf der oberen Platte influenzierte Ladung beträgt

$$Q(t) = \sigma A = -\frac{qrA}{V}\cos(\omega t) = -\frac{qr}{d}\cos(\omega t) \quad , \tag{3.20}$$

wobei A die Fläche und d = V/A den Abstand der beiden Platten bezeichnet. Für den zwischen den Platten auftretenden Strom ergibt sich durch Differentiation nach der Zeit

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}Q(t) = \frac{qr\omega}{d}\sin(\omega t) \quad . \tag{3.21}$$

Das Modell des zwischen parallelen leitenden Platten rotierenden Monopols sagt somit einen sinusförmigen Wechselstrom voraus, dessen Amplitude mit dem Betrag der gespeicherten Ladung qund dem Bahnradius r wächst und umgekehrt proportional zum Plattenabstand d ist. Wegen der Abhängigkeit der Amplitude von der Kreisfrequenz ω wird das Stromsignal I(t) außerdem stets vom Beitrag der reduzierten Zyklotronbewegung dominiert. Dieses Ergebnis gilt nicht nur für ein einzelnes Ion, sondern auch für ein Ionenensemble, sofern die Bewegung der Ionen kohärent, d. h. phasengleich, erfolgt. Tragen alle Ionen die gleiche Ladung q, so ist der Strom aus Gleichung (3.21) in diesem Fall einfach mit der Ionenzahl N zu multiplizieren. Bei völlig inkohärenter Bewegung und ausreichend großer Ionenzahl skaliert der Strom lediglich mit \sqrt{N} .

Die Annäherung der gegenüberliegenden Segmente der Ringelektrode durch parallele Ebenen liefert sowohl bei kubischen FT-ICR-Zellen, welche häufig in der analytischen Chemie eingesetzt werden [Com81], als auch bei hyperbolischen und zylindrischen Penningfallen eine zufriedenstellende Näherung für den zu erwartenden Strom. Der Ausdruck aus Gleichung (3.21) ist dabei lediglich um einen Geometriefaktor zu ergänzen, welcher sich mit d zu einem effektiven Elektrodenabstand D zusammenfassen lässt [Sta98]. Darüberhinaus gehende Betrachtungen ermöglichen es, die vorliegende Elektrodenkonfiguration und den Einfluss aller drei Eigenbewegungen umfassend zu berücksichtigen. Dabei zeigt sich, dass das Stromsignal im Allgemeinen durch eine komplizierte Funktion der Position des Ions in der Falle gegeben ist, welche zu verschiedenen Seitenbändern im Signal führt. Für kubische bzw. rechteckige FT-ICR-Zellen findet man die entsprechenden Berechnungen in [Dun84] und [RHG86]. Auch für zylindrische [GSM91] und unsegmentierte hyperbolische Fallen [RLHG87] lassen sich analytische Lösungen für das Stromsignal angeben. Es sollte außerdem erwähnt werden, dass die Detektion der durch die Ionenbewegung influenzierten Spiegelladungen nicht zwangsläufig dipolar, d. h. an einem Paar gegenüberliegender Ringelektrodensegmente, erfolgen muss. Ein quadrupolares Detektionsschema, welches vier Ringelektrodensegmente umfasst, ermöglicht die Beobachtung von Summen- und Differenzfrequenzen wie $\omega_+ + \omega_-$ und $\omega_+ - \omega_-$ [SBJK89].

Um das Stromsignal I(t), welches im Falle eines einzelnen gespeicherten Ions eine typische Amplitude von wenigen Femtoampere besitzt, zu detektieren, ist es notwendig, es in ein möglichst rauscharmes Spannungssignal umzuwandeln, welches anschließend verstärkt and analysiert werden kann. Dies lässt sich am einfachsten bewerkstelligen, indem man die zwischen den Elektrodensegmenten abfallende Spannung U(t) direkt abgreift, wie in Abbildung 3.6 dargestellt. Man bezeichnet dieses Verfahren als breitbandigen FT-ICR-Nachweis, weil es die simultane Messung von mehreren verschiedenen Frequenzen in einem großen Frequenzbereich erlaubt. Demgegenüber eignet sich der schmalbandige FT-ICR-Nachweis wegen seines speziell abgestimmten Schwingkreises, mit welchem sich die Sensitivität des Nachweises erheblich steigern lässt, nur für Messungen in einem sehr kleinen Frequenzintervall. Die Prinzipien dieser beiden Methoden werden in den folgenden Unterabschnitten erörtert.

3.2.1 Breitbandiger FT-ICR-Nachweis

Aufgrund der linearen Abhängigkeit der bei gegebenem Strom über einem Widerstand abfallenden Spannung von der Größe des Widerstands scheint die Amplitude des Spannungssignals zunächst nur vom Eingangswiderstand des Verstärkers abzuhängen. Allerdings ist beim vorliegenden näherungsweise sinusförmigen Wechselstromsignal auch der Beitrag der unvermeidbaren parasitären Kapazitäten, zu welchen die Kapazität der Falle, die Eingangskapazität des Verstärkers sowie die Kapazität der Verbindungskabel gehören, zur frequenzabhängigen Impedanz¹ zu berücksichtigen.

¹Die **Impedanz** Z (auch "komplexer Wechselstromwiderstand") ist als Quotient aus der komplexen Wechselstrom definiert: $Z = \underline{U}(t)/\underline{I}(t)$. Ihr Betrag |Z| wird **Scheinwiderstand** genannt. Weiterhin bezeichnet man ihren Realteil bisweilen als Wirkwiderstand, ihren Imaginärteil als Blindwiderstand [Dem06].



Abbildung 3.6: Prinzip des breitbandigen FT-ICR-Nachweises – Der von einem in einer Penningfalle gespeicherten Ion influenzierte Spiegelstrom I(t) verursacht einen Spannungsabfall U(t) zwischen gegenüberliegenden Ringelektrodensegmenten, welcher anschließend verstärkt und auf seine Frequenzanteile hin untersucht wird. Der grau eingezeichnete Widerstand R repräsentiert dabei den ohmschen Eingangswiderstand des Verstärkers, die ebenfalls grau eingezeichnete Kapazität C die parasitären Kapazitäten des aus Falle, Verbindungskabeln und Verstärker bestehenden Nachweiskreises.

Die Impedanz einer Kapazität C beträgt

$$Z_C = \frac{1}{\mathrm{i}\omega C} \quad , \tag{3.22}$$

woraus für die Parallelschaltung mit einem ohmschen Widerstand (siehe Abbildung 3.6) die Gesamtimpedanz

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C} \qquad \Rightarrow \qquad Z = \frac{R}{1 + i\omega CR} \tag{3.23}$$

mit dem Betrag

$$|Z| = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}$$
(3.24)

folgt. Da der ohmsche Eingangswiderstand bei verfügbaren Verstärkern und den interessierenden Frequenzen für gewöhnlich deutlich größer ist als der Scheinwiderstand der parasitären Kapazitäten,

$$R \gg \frac{1}{\omega C} \quad , \tag{3.25}$$

hängt der Scheinwiderstand des Nachweiskreises fast nur vom kapazitiven Beitrag ab:

$$|Z| \approx \frac{1}{\omega C} \quad . \tag{3.26}$$

Die effektive Stromstärke des Wechselstromsignals aus Gleichung (3.21) lautet

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathrm{d}t \ I^2(t)} = \frac{qr\omega}{\sqrt{2}D} \quad , \tag{3.27}$$

woraus sich für den Effektivwert des zugehörigen Spannungssignals der Ausdruck

$$U_{\rm eff} = |Z| I_{\rm eff} = \frac{qr}{\sqrt{2}DC} \tag{3.28}$$



Abbildung 3.7: Zeitlicher Verlauf (links) und Amplitudenverteilung (rechts) der Spannung von Gauß'schem Rauschen – Die Standardabweichung der normalverteilten Spannung beträgt U_n .

ergibt. Demnach ist die Amplitude des resultierenden Spannungssignals frequenzunabhängig, obwohl die effektive Stromstärke I_{eff} proportional zur Frequenz ω ist.

Letztendlich kommt es für die Sensitivität des Nachweises nicht auf die absolute Signalamplitude, sondern auf das **Signal-Rausch-Verhältnis** (engl.: *"signal-to-noise ratio"*, S/N) an, welches als der Quotient aus der mittleren Leistung des Nutzsignals P_s und der mittleren Rauschleistung P_n definiert ist und auch durch die zugehörigen Effektivwerte² ausgedrückt werden kann:

$$S/N = \frac{P_s}{P_n} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{U_n^2} = \frac{I_{\text{eff}}^2}{I_n^2}$$
 (3.29)

Dieses dimensionslose Verhältnis wird auch als **Störabstand** bezeichnet und häufig logarithmisch in Dezibel angegeben:

$$S/N|_{dB} = 10 \, \lg\left(\frac{P_s}{P_n}\right) dB \quad . \tag{3.30}$$

Um die Rauschleistung zu berechnen, benötigt man ein allgemeines Modell für das Rauschverhalten eines Verstärkers, welches im Folgenden vorgestellt wird. Zuvor sind einige Grundlagen des Rauschens in elektronischen Schaltkreisen zu diskutieren.

Rauschen in elektronischen Schaltkreisen

In jedem elektronischen Schaltkreis existiert ein unerwünschter Untergrund aus stochastischen Spannungs- und Stromschwankungen, der verhindert, dass beliebig kleine Signale einfach durch eine genügend große Verstärkung detektierbar gemacht werden können. Diese Schwankungen werden als elektronisches Rauschen bezeichnet und sind auf eine Vielzahl verschiedener physikalischer Ursachen zurückzuführen. Eine Einführung zu diesem Thema findet man in [Spi05]. Eine wichtige Zielsetzung beim Entwurf von elektronischen Schaltkreisen ist die Identifizierung und Quantifizierung möglicher Rauschquellen, um diese so weit wie möglich zu reduzieren und auf diese Weise das Signal-Rausch-Verhältnis zu vergrößern. Da der Spannungs- bzw. Stromverlauf des Rauschens im Zeitbereich zufällig ist, lässt sich elektronisches Rauschen nur durch die statistische Verteilung der vorkommenden Amplituden und Frequenzen charakterisieren.

Aus theoretischen Betrachtungen und aus Messungen ergibt sich, dass die meisten Rauscharten eine Gauß'sche Amplitudenverteilung gemäß Abbildung 3.7 besitzen [HAM09]. Die Standardabweichung der Verteilung entspricht dabei dem Effektivwert der Rauschspannung U_n und liegt unter üblichen Bedingungen in der Größenordnung von Mikrovolt [Ste02].

²Da es ohnehin nicht sinnvoll ist, den momentanen Wert einer Rauschspannung oder eines Rauschstroms anzugeben, werden die zugehörigen Effektivwerte einfach mit U_n bzw. I_n statt $U_{n,eff}$ bzw. $I_{n,eff}$ bezeichnet.



Abbildung 3.8: Effektive Leerlaufspannung U_n und effektiver Kurzschlussstrom I_n eines thermisch rauschenden Widerstands R

Die Frequenzcharakteristik wird grundsätzlich durch eine spektrale Leistungsdichte $dP_n/d\nu$ beschrieben, da sich die Rauschleistungen unkorrelierter Rauschquellen linear addieren. Zur besseren Vergleichbarkeit mit dem Nutzsignal wird jedoch meist die spektrale Dichte der zugehörigen effektiven Spannung

$$\frac{\mathrm{d}U_n}{\sqrt{\mathrm{d}\nu}} =: e_n \tag{3.31}$$

oder die spektrale Dichte des zugehörigen effektiven Stroms

$$\frac{\mathrm{d}I_n}{\sqrt{\mathrm{d}\nu}} =: i_n \tag{3.32}$$

angegeben. Weil die Effektivwerte quadratisch von der elektrischen Leistung abhängen, erhalten die zugehörigen spektralen Dichten e_n und i_n die Einheiten V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ bzw. A/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Zur Berechnung der gesamten effektiven Rauschspannung U_n bzw. des gesamten effektiven Rauschstroms I_n sind demnach die Quadrate der entsprechenden spektralen Dichten über den relevanten Frequenzbereich zu integrieren:

$$U_n = \sqrt{\int_0^\infty d\nu \ e_n^2} \quad , \qquad I_n = \sqrt{\int_0^\infty d\nu \ i_n^2} \quad .$$
 (3.33)

Ebenso ist darauf zu achten, dass sich die effektiven Spannungen und Ströme verschiedener unkorrelierter Rauschquellen bzw. deren spektrale Dichten im Gegensatz zu den Rauschleistungen quadratisch addieren.

In den folgenden Absätzen werden verschiedene Arten von Rauschen insbesondere im Hinblick auf ihre Frequenzcharakteristik besprochen.

Thermisches Rauschen An jedem Wirkwiderstand kommt es infolge der Brown'schen Bewegung der Ladungsträger zu zufälligen Spannungsschwankungen, die selbst dann auftreten, wenn kein Strom durch den Widerstand fließt, wie in Abbildung 3.8 (links) gezeigt. Schließt man die Enden des Widerstands mit einem Leiter kurz, so fließt ein Rauschstrom durch den Leiter und im Widerstand wird die Rauschleistung P_n dissipiert (siehe Abbildung 3.8 (rechts)). Dieses Rauschphänomen wurde schon 1928 von Johnson experimentell untersucht und von Nyquist theoretisch begründet [Joh28, Nyq28]. Seine spektrale Leistungsdichte ist in Abbildung 3.9 gezeigt. Sie ist über einen großen Frequenzbereich konstant und beträgt dort

$$\frac{\mathrm{d}P_n}{\mathrm{d}\nu} = 4k_\mathrm{B}T \quad , \tag{3.34}$$

wobei T die absolute Temperatur des Widerstands und $k_{\rm B}$ die Boltzmann-Konstante bezeichnet. In Analogie zu weißem Licht, bei dem alle Wellenlängen mit der gleichen Intensität vertreten sind, wird Rauschen mit konstanter spektraler Leistungsdichte auch weißes Rauschen genannt. Bei Frequenzen in der Größenordnung von Teraherz setzt ein exponentieller Abfall der Leistungsdichte



Abbildung 3.9: Spektrale Leistungsdichte des thermischen Rauschens



Abbildung 3.10: Ein thermisch rauschender Widerstand a) kann ersatzweise durch eine Reihenschaltung aus einem idealen rauschfreien Widerstand mit einer Rauschspannungsquelle b) oder durch eine Parallelschaltung mit einer Rauschstromquelle c) beschrieben werden.

ein, welcher von Quanteneffekten verursacht wird. Dieser Abfall bei hohen Frequenzen stellt sicher, dass die Rauschleistung, wenn man sie durch Integration ihrer spektralen Dichte über alle Frequenzen berechnet, nicht unphysikalisch divergiert. Aus dem Ausdruck für die in einem Widerstand R dissipierte Leistung

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$
 (3.35)

folgt für die spektralen Dichten der effektiven Spannung und des effektiven Stroms:

$$e_n = \sqrt{4k_{\rm B}TR}$$
 , $i_n = \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T}{R}}$. (3.36)

Integration über ein Frequenzintervall $\Delta \nu$ liefert (siehe Gleichung (3.33))

$$U_n = \sqrt{4k_{\rm B}TR\Delta\nu} \quad , \qquad I_n = \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T\Delta\nu}{R}} \quad .$$
 (3.37)

Daher lässt sich ein realer thermisch rauschender Widerstand als gleich großer idealer rauschfreier Widerstand darstellen, welcher mit einer Rauschspannungsquelle in Reihe oder mit einer Rauschstromquelle parallel geschaltet ist, wie in Abbildung 3.10 gezeigt. Um die maximale Leistung zu bestimmen, die ein rauschender Widerstand R an einen Lastwiderstand R_L abgeben kann, betrachtet man die in Abbildung 3.11 dargestellte Schaltung. Der rauschende Widerstand R wird dabei durch sein Reihenersatzschaltbild (siehe Abbildung 3.10 b)) repräsentiert, der Lastwiderstand R_L zunächst als ideal rauschfrei betrachtet. Die im Lastwiderstand dissipierte Rauschleistung beträgt

$$P_L = U_L I_{\text{eff}} = R_L I_{\text{eff}}^2 = \frac{R_L}{(R+R_L)^2} U_n^2 = \frac{R_L R}{(R+R_L)^2} 4k_{\text{B}} T \Delta \nu$$
(3.38)

und nimmt im Falle von Leistungsanpassung $(R_L = R)$ ihr Maximum

$$P_{L,\max} = k_{\rm B} T \Delta \nu \tag{3.39}$$



Abbildung 3.11: Schaltbild zur Bestimmung der verfügbaren Rauschleistung des Widerstands R – Der Lastwiderstand R_L sei ideal rauschfrei.

an. Die maximal verfügbare Rauschleistung ist demnach unabhängig von der Größe des rauschenden Widerstands und beträgt ein Viertel der Kurzschlussrauschleistung:

$$P_n = 4k_{\rm B}T\Delta\nu \quad . \tag{3.40}$$

Nochmals der gleiche Betrag an Leistung $k_{\rm B}T\Delta\nu$ wird im rauschenden Widerstand selbst dissipiert, Leistungsanpassung vorausgesetzt. Betrachtet man nun auch den Lastwiderstand als real rauschbehaftet, ergibt sich eine symmetrische Situation, in der jeder der beiden Widerstände im jeweils anderen und in sich selbst die Leistung $k_{\rm B}T\Delta\nu$ disspiert. In der Summe ergeben diese Rauschleistungen wieder die Kurzschlussrauschleistung eines einzelnen Widerstände, Dies wird plausibel, wenn man bedenkt, dass die beiden in Reihe geschalteten Widerstände, als eine Einheit vom Gesamtwiderstand 2R aufgefasst, im Kurzschluss arbeiten und dass die Kurzschlussrauschleistung widerstandsunabhängig ist.

Schrotrauschen: Immer dann, wenn ein elektrischer Strom fließt und dabei eine Potentialschwelle überwinden muss, tritt Schrotrauschen auf. Die Ursache dieses Rauschens ist in der Ladungsquantelung zu finden [Sch26]. In einem Leiter oder einem gewöhnlichen ohmschen Widerstand wie z. B. einem Drahtwiderstand bewegen sich die Elektronen gleichmäßig, da jede lokale Fluktuation der Elektronenzahldichte relativ zur stationären positiven Ladung der Atome des Mediums ein elektrisches Feld erzeugt, welches die Störung ausgleicht. Daher tritt in diesem Fall kein Schrotrauschen auf. Um eine Potentialschwelle zu überwinden, benötigen die Elektronen jedoch eine gewisse kinetische Energie. Da nicht alle Elektronen die gleiche Energie besitzen, kommt es an der Potentialschwelle zu statistischen Schwankungen des Elektronenstroms, die sich als makroskopische Stromschwankungen um einen Mittelwert bemerkbar machen. Typische Beispiele für von Schrotrauschen betroffene Ströme sind Sperr-, Bias-, und Leckströme in Halbleiterbauelementen sowie der Anodenstrom von Elektronenröhren. Dagegen sind Ströme in Durchlassrichtung nahezu frei von Schrotrauschen [HAM09]. Die spektrale Dichte des Rauschstroms lautet

$$i_n = \sqrt{2eI_0} \quad , \tag{3.41}$$

wobei I_0 den mittleren Strom und e die Elementarladung bezeichnet. Wie das thermische Rauschen besitzt das Schrotrauschen eine konstante spektrale Dichte und stellt daher ein weißes Rauschen dar. Da der verursachende Strom I_0 in vielen Fällen stark temperaturabhängig ist (z. B. als Biasoder Sperrstrom), geht oft auch das Schrotrauschen mit abnehmender Temperatur zurück, obwohl es selbst laut Gleichung (3.41) nicht direkt von der Temperatur abhängt.



Abbildung 3.12: Spektrale Leistungsdichte des 1/f-Rauschens über einem Untergrund von weißem Rauschen der spektralen Leistungsdichte $P_{n,w}$ – Bei der Grenzfrequenz ν_g sind die Leistungsdichten des 1/f-Rauschens und des weißen Rauschens gleich groß.

1/f-Rauschen: Neben weißem Rauschen lässt sich in vielen elektronischen Schaltkreisen ein bei tiefen Frequenzen auftretendes Rauschen mit einer charakteristischen zur inversen Frequenz proportionalen spektralen Leistungsdichte beobachten (siehe Abbildung 3.12). Diesem Merkmal entsprechend wird dieses Rauschen als 1/f-Rauschen oder rosa Rauschen bezeichnet. Im Gegensatz zu weißem Rauschen besitzt 1/f-Rauschen nicht die gleiche Leistung pro absolutem Frequenzintervall, sondern pro Oktave. Dementsprechend halbiert sich die spektrale Leistungsdichte bei einer Frequenzverdopplung, was in logarithmischer Darstellung einem Abfall von 3 dB pro Oktave bzw. 10 db pro Dekade entspricht. Dieser charakteristische Verlauf der spektralen Leistungsdichte kann offenbar nur für einen beschränkten Teil des Frequenzspektrums gelten, da das Integral über alle Frequenzen ansonsten insbesondere an der Grenze zu tiefen Frequenzen, wo scheinbar beliebig hohe Leistungsdichten auftreten, divergieren würde. Mit wachsender Frequenz tritt 1/f-Rauschen gegenüber dem stets vorhandenen thermischen weißen Rauschen in der Hintergrund und wird schließlich vernachlässigbar. Diejenige Frequenz, bei welcher der Beitrag des 1/f-Rauschens zum Gesamtrauschen dem Anteil des weißen Rauschens entspricht, wird hierbei als Grenzfrequenz ν_q bezeichnet. Fluktuationen, deren spektrale Leistungsdichte näherungsweise einer 1/f-Charakteristik folgt, sind in vielen verschiedenartigen physikalischen Systemen zu beobachten [DH81]. Es tritt immer dann auf, wenn bestimmte Ereignisse bei doppelter Geschwindigkeit bzw. doppelter Frequenz nur halb so oft vorkommen. Daher ist 1/f-Rauschen trotz seiner universellen Charakteristik nicht auf eine einzige physikalische Ursache zurückzuführen. Dementsprechend kann die Grenzfrequenz ν_q von Fall zu Fall verschiedene Abhängigkeiten von den inneren und äußeren Eigenschaften des rauschenden Mediums (wie z. B. Temperatur, Ladungsträgerdichte oder mittlerer anliegender Spannung) besitzen. Die mikroskopischen Ursachen von 1/f-Rauschen verbleiben Gegenstand aktueller Forschungen der Festkörperphysik.

Weitere Rauschquellen: Es existieren noch viele weitere physikalische Ursachen für Rauschen in elektronischen Schaltkreisen. So tritt bei Kohleschichtwiderständen ein zusätzliches mit der Stromstärke zunehmendes Rauschen auf, welches mit kleinen Potentialunterschieden zwischen den Widerstandsschichten zusammenhängt und eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Schrotrauschen hat. Bei Metallschichtwiderständen ist dieser Effekt deutlich geringer. Bei Zener-Dioden und bei oberhalb ihrer Sperrspannung betriebenen p-n-Übergängen kommt es zu stark temperaturabhängigem Lawinenrauschen. Das Funkelrauschen besitzt eine spektrale Leistungsdichte, die einer $1/f^2$ -Charakteristik folgt und tritt infolge von spontanen Änderungen der Oberflächenstruktur von Glühkathoden in Elektrodenröhren auf. Popkornrauschen in der Form unregelmäßiger niederfrequenzer Impulse wird meist auf zufällige sprunghafte Veränderungen der Ladungsträgerdichte an Störstellen oder Verunreinigungen im Halbleitermaterial zurückgeführt. Bei Spulen und Transformatoren tritt infolge von diskontinuierlichen Änderungen der Magnetisierung von ferromagnetischen Materialen sogenanntes Barkhausen-Rauschen auf.

Rauschen von Verstärkern

Ein idealer rauschfreier Verstärker, der zudem eine frequenzunabhängige Leistungsübertragungsfunktion A besitzt, verstärkt, wenn er mit einem rauschbehafteten Eingangssignal gespeist wird, den Nutzanteil P_s und den Rauschanteil P_n der Eingangsleistung gleichermaßen. Das Signal-Rausch-Verhältnis des Ausgangssignals (S/N)_{aus} entspricht daher genau dem Signal-Rausch-Verhältnis des Eingangssignals (S/N)_{ein}:

$$(S/N)_{aus} = \frac{AP_s}{AP_n} = \frac{P_s}{P_n} = (S/N)_{ein} \quad . \tag{3.42}$$

Ein realer Verstärker besitzt allerdings stets ein gewisses Eigenrauschen $P_{n,\text{amp}}$, welches zum verstärkten Rauschen des Eingangssignals hinzukommt [Ste02]. Das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang eines realen Verstärkers beträgt somit

$$(S/N)_{aus} = \frac{AP_s}{AP_n + P_{n,amp}} < (S/N)_{ein} \quad . \tag{3.43}$$

Den Quotienten der Signal-Rausch-Verhältnisse von Eingangs- und Ausgangssignal

$$F = \frac{(S/N)_{ein}}{(S/N)_{aus}} = 1 + \frac{P_{n,amp}}{AP_n}$$
(3.44)

bezeichnet man als **Rauschfaktor**. Er wird, wie das Signal-Rausch-Verhältnis selbst, häufig in Dezibel angegeben:

$$F|_{\rm dB} = 10 \, \lg F \, \mathrm{dB}$$
 . (3.45)

Ein idealer rauschfreier Verstärker besitzt somit einen Rauschfaktor von 1 bzw. 0 db. Für die Eingangsrauschleistung P_n wird dabei von einer thermischem Rauschquelle der Temperatur 290 K ausgegangen, die leistungsangepasst mit dem Verstärkereingang verbunden ist, so dass sich

$$P_n = k_{\rm B} T \Delta \nu \tag{3.46}$$

ergibt (siehe Gleichung (3.39)). Die Annahme der Leistungsanpassung beruht darauf, dass in Hochfrequenzkommunikationsnetzen ohnehin stets der Eingangswiderstand eines Empfängers dem Ausgangswiderstand des Senders angepasst sein muss, um unerwünschte Reflexionen zu vermeiden. Selbiges gilt übrigens auch für die Wellenwiderstände der Verbindungskabel.

Das Rauschverhalten einer Kaskade aus m Verstärkern mit den Rauschfaktoren F_1 bis F_m und den Leistungsverstärkungen A_1 bis A_m wird duch die Friis'sche Formel beschrieben [Fri44]:

$$F_{1\dots m} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} + \frac{F_3 - 1}{A_1 A_2} + \dots + \frac{F_m - 1}{A_1 \dots A_{m-1}} \quad .$$
(3.47)

Der Rauschfaktor des ersten Verstärkers der Kaskade wirkt sich demnach am stärksten aus, wohingegen die Rauschfaktoren aller nachfolgenden Verstärker jeweils um die Leistungsverstärkung aller vorgehenden Stufen reduziert werden. Dies bedeutet, dass das Eigenrauschen aller nachfolgenden



Abbildung 3.13: Die intrinsischen Rauschquellen eines Verstärkers können durch eine Rauschspannungsquelle e_n und eine Rauschstromquelle i_n am Verstärkereingang modelliert werden. Der Ausgangswiderstand R der eingangsseitig angeschlossenen Signalquelle U_s trägt mit dem zusätzlichen thermischen Rauschen $e_{n,t}$ bei.

Verstärker gegenüber dem Eigenrauschen des ersten Verstärkers vernachlässigt werden kann, sofern der erste Verstärker eine ausreichend große Leistungsverstärkung besitzt. Das Rauschverhalten der gesamten Kaskade wird vom Eigenrauschen des ersten Verstärkers dominiert, welcher demzufolge so rauscharm wie möglich zu konzipieren ist.

Das intrinsische Rauschverhalten eines Verstärkers lässt sich ganz allgemein durch eine Rauschspannungsquelle und eine Rauschstromquelle am Eingang des nun als ideal rauschfrei betrachteten Verstärkers darstellen [Spi05]. Hierbei bietet es sich an, anstatt des Gesamtrauschens des ganzen Frequenzspektrums nur die spektralen Dichten zu betrachten, da es so möglich ist, Signalquellen mit frequenzabhängigem Ausgangswiderstand zu berücksichtigen. Typische Größenordnungen der spektralen Dichten sind nV/\sqrt{Hz} bzw. fA/\sqrt{Hz} bis pA/\sqrt{Hz} . Abbildung 3.13 zeigt das zugehörige Ersatzschaltbild, bei dem eine Signalquelle U_s mit einem thermisch rauschenden Ausgangswiderstand, bestehend aus der Rauschspannungsquelle $e_{n,t}$ und dem Widerstand R, am Eingang des Verstärkers angeschlossen ist. Ausgehend von einem Verstärker mit unendlich hohem Eingangswiderstand fließt der Rauschstrom i_n durch den Ausgangswiderstand der Signalquelle und generiert dort die Rauschspannung $R i_n$. Die drei unkorrelierten Rauschspannungen addieren sich quadratisch zum Spannungsrauschen am Verstärkereingang

$$e_{n,\text{ein}}^2 = e_{n,t}^2 + e_n^2 + (R\,i_n)^2 \quad , \tag{3.48}$$

woraus für das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang

$$(S/N)_{aus} = \frac{(A_v U_s)^2}{(A_v e_{n,ein} \Delta \nu)^2} = \frac{U_s^2}{(4k_B T R + e_n^2 + (R i_n)^2) \,\Delta \nu^2}$$
(3.49)

folgt (siehe Gleichung (3.29)). Dabei bezeichnet A_v die Spannungsverstärkung des Verstärkers und $\Delta \nu$ die Breite des relevanten Frequenzbandes, welches so gewählt sei, dass die spektralen Dichten e_n und i_n als konstant betrachtet werden können. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist demnach unabhängig von der Verstärkung. Es lässt sich außerdem zeigen, dass auch ein nur endlich großer Eingangswiderstand des Verstärkers sich in diesem Beispiel nicht auf das Signal-Rausch-Verhältnis auswirkt [Spi05].

Signal-Rausch-Verhältnis beim breitbandigen FT-ICR-Nachweis

Mit dem aus dem Modell des zwischen parallelen leitenden Platten rotierenden Monopols abgeleiteten Effektivwert für das Spannungssignal beim breitbandigen FT-ICR-Nachweis (siehe Gleichung (3.28)) ergibt sich für das Signal-Rausch-Verhältnis aus Gleichung (3.49):

$$S/N = \frac{2\pi^2 q^2 r^2 \omega^2}{D^2} \frac{1}{(4k_B T \omega C + e_n^2 \omega^2 C^2 + i_n^2)\Delta\omega^2} \quad , \tag{3.50}$$

wobei der Ausgangswiderstand der Signalquelle R durch den vom kapazitiven Beitrag dominierten Scheinwiderstand |Z| aus Gleichung (3.26) ersetzt wurde.

Es ist zu erkennen, dass die Reduktion der parasitären Kapazitäten des Nachweiskreises sich nicht nur, wie aus Gleichung (3.28) ersichtlich, in einer Erhöhung der absoluten Signalamplitude, sondern auch in einer Erhöhung des Signal-Rausch-Verhältnisses bemerkbar macht. Die Kapazität der Falle lässt sich durch die Verkleinerung des Fallenvolumens reduzieren, wodurch auch der effektive Elektrodenabstand D kleiner wird. Die Verkleinerung der gesamten Falle ist allerdings problematisch, da hierdurch zwangsläufig die Harmonizität des elektrischen Potentials herabgesetzt wird. Auch die Zahl der gleichzeitig speicherbaren Ionen ist bei einer kleineren Falle wegen der größeren Raumladungsdichte geringer und die auf gegenseitige Ionenwechselwirkung zurückzuführenden Frequenzverschiebungen nehmen zu. Um die Kapazität der zwischen den Fallenelektroden und dem Verstärker verlaufenden Leitungen zu minimieren, sollte man diese möglichst kurz halten, indem man den Verstärker so nah wie möglich an die Falle heranbringt. Hinsichtlich des Verstärkers ist es wichtig, ein Modell mit einem großen Eigangswiderstand und einer im Vergleich zu den parasitären Kapazitäten kleinen Eingangskapazität zu wählen. Auch indem man den Verstärker zusammen mit der Falle auf eine tiefe Temperatur bringt, lässt sich der Rauschuntergrund reduzieren und dadurch die Sensitivität des Nachweises in gewissem Umfang steigern. Die einfachste Möglichkeit zur Vergrößerung des Spannungssignals ist jedoch die Erhöhung der Ionenzahl und die Anregung auf große Zyklotronradien, wobei zu beachten ist, dass diese beiden Parameter schließlich auch durch die Ausdehnung des Fallenvolumens begrenzt werden. Typischerweise sind mindestens ca. 100 in der Falle gespeicherte einfach geladene Ionen der gleichen Spezies notwendig, um ihr Signal über dem Rauschuntergrund bei Raumtemperatur zu detektieren [MHJ98].

Es existieren noch andere Quellen unerwünschter Untergrundsignale, wie z. B. das Rauschen der Spannungsquellen, welche die Fallenelektroden versorgen, oder äußere Signale, die von anderen in der Nähe der Fallenapparatur befindlichen Geräten ausgesendet werden und über Kabelverbindungen in das Nachweissystem einkoppeln. Durch geeignete Filter, elektromagnetische Abschirmungen, die Vermeidung von Masseschleifen und weitere Maßnahmen lässt sich deren Einfluss reduzieren.

Da wegen der großen Zahl der gleichzeitig gespeicherten Ionen und deren großen Bewegungsradien die gegenseitige Ionenwechselwirkung zunimmt und sich die Unvollkommenheiten der Speicherfelder stärker auf die Eigenfrequenzen auswirken, eignet sich der breitbandige FT-ICR-Nachweis nicht für Präzisionsmessungen. Er kann jedoch zur zerstörungsfreien Identifikation des Falleninhalts verwendet werden und ermöglicht es so, die Anwesenheit von Ionen unerwünschter Spezies zu erkennen, um diese anschließend gezielt aus der Falle zu entfernen. Des Weiteren wird der Breitbandnachweis auch bei den in der analytischen Chemie verwendeten FT-ICR-Zellen eingesetzt [CM74].

3.2.2 Schmalbandiger FT-ICR-Nachweis

Die Beschränkung des Scheinwiderstands |Z| durch die parasitären Kapazitäten lässt sich aufheben, indem man ihre Impedanz Z_C mit Hilfe einer geeigneten parallelgeschalteten Induktivität kompensiert. Eine reale Spule wird in der Regel durch die Serienschaltung einer idealen Induktivität L_s mit



Abbildung 3.14: Ersatzschaltbilder einer realen Induktivität – Unter der Vorraussetzung einer hohen Spulengüte sind Reihenschaltung (links) und Parallelschaltung (rechts) mit der Umrechnungsvorschrift (3.54) näherungsweise äquivalent.

einem ohmschen Widerstand R_s repräsentiert, um die in einer Spule auftretenden Verlustprozesse zu berücksichtigen. Da im Folgenden die Beschreibung des Nachweisprinzips durch einen reinen Parallelkreis angestrebt wird, ist es zweckmäßig, zunächst die reale Induktivität durch eine äquivalente Parallelschaltung auszudrücken (siehe Abbildung 3.14). Die Impedanz einer Induktivität Lbeträgt

$$Z_L = \mathrm{i}\omega L \quad , \tag{3.51}$$

woraus sich für die Serien- bzw. Parallelschaltung mit einem ohmschen Widerstand die Impedanzen

$$Z_s = R_s + Z_{L_s} = R_s + \mathrm{i}\omega L_s \tag{3.52a}$$

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{Z_{L_p}} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{i\omega L_p}$$
(3.52b)

ergeben. Den Quotienten aus Blind- und Wirkwiderstand der Spule

$$Q_L = \frac{\omega L_s}{R_s} \tag{3.53}$$

bezeichnet man als ihre **Güte**. Aus der Forderung $Z_s \stackrel{!}{=} Z_p$ folgt für hohe Güten $Q_L \gg 1$ die Umrechnungsvorschrift

$$L_p = L_s =: L \quad , \tag{3.54a}$$

$$R_p = Q_L \,\omega L \quad . \tag{3.54b}$$

Zusammen mit den parasitären Kapazitäten bildet eine reale Induktivität den in Abbildung 3.15 dargestellten Parallelschwingkreis, dessen Impedanz durch

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \qquad \Rightarrow \qquad Z(\omega) = \left(\frac{1}{R_p} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right)^{-1} \tag{3.55}$$

gegeben ist. Offenbar heben sich der kapazitive und der induktive Beitrag zur Impedanz bei der Resonanzfrequenz³

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.56}$$

gegenseitig auf. Die Impedanz ist bei dieser Frequenz reell und der Schwingkreis verhält sich wie ein rein ohmscher Widerstand, der mit der Spulengüte wächst:

$$Z(\omega_0) = |Z(\omega_0)| = R_p = Q_L \omega_0 L = \frac{Q_L}{\omega_0 C} \quad .$$
(3.57)

 $^{^{3}}$ Tatsächlich ist die Resonanzfrequenz wegen der die Dämpfung betreffenden Näherungen, welche in die Gleichungen (3.54) einfließen, geringfügig kleiner.



Abbildung 3.15: Realer Parallelschwingkreis mit Resonanzkurve – Der Scheinwiderstand $|Z(\omega)|$ erreicht bei der Resonanzfrequenz ω_0 ein Maximum, welches umso stärker ausgeprägt ist, je höher die Güte der Spule.

Für die Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstands ergibt sich mit Gleichung (3.54b) der Ausdruck

$$|Z(\omega)| = \frac{Q_L \omega L}{\sqrt{1 + Q_L^2 \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1\right)^2}} \quad , \tag{3.58}$$

dessen Graph in Abbildung 3.15 dargestellt ist. In der Näherung, dass der äquivalente Parallelwiderstand R_p in der Umgebung des Maximums als frequenzunabhängig betrachtet werden kann, folgt aus der Taylor-Entwicklung erster Ordnung der Wurzel im Nenner in Gleichung (3.58) für die volle Breite der Resonanzkurve bis zum Abfall auf $\frac{1}{\sqrt{2}}|Z(\omega_0)|$:

$$\Delta \omega = \frac{\omega_0}{Q_L} \quad . \tag{3.59}$$

Die Resonanzkurve wird somit umso schmaler, je höher die Güte die Spule ist. Mit Hilfe von supraleitenden Spulen lassen sich sehr hohe Güten und folglich sehr schmale Resonanzen erreichen. Daher werden die parasitären Kapazitäten meist durch eine zusätzliche regelbare Kapazität ergänzt, die es ermöglicht, die Resonanzfrequenz in einem begrenzten Frequenzbereich zu verschieben.

Das Prinzip des schmalbandingen FT-ICR-Nachweises ist in Abbildung 3.16 gezeigt. Der durch die parallelgeschaltete Induktivität entstehende Schwingkreis besitzt bei der Resonanzfrequenz ω_0 einen großen Widerstand und sorgt, sofern die Frequenz des durch die Ionenbewegung influenzierten Wechselstromsignals in einem kleinen Bereich um die Resonanzfrequenz liegt, für eine über der Spule abfallende Spannung, die sich verstärken und analysieren lässt. Alle außerhalb dieses schmalen Frequenzbandes liegenden Frequenzanteile des Wechselstromsignals werden unterdrückt.

Der entscheidende Vorteil des abgestimmten Nachweisschwingkreises gegenüber dem breitbandigen Nachweis wird bei der Betrachtung des Signal-Rausch-Verhältnisses deutlich. Mit der effektiven Stromstärke aus Gleichung (3.27) folgt mit Gleichung (3.57) für den Effektivwert des Spannungssignals im Resonanzfall $\omega = \omega_0$

$$U_{\text{eff}} = |Z(\omega_0)| I_{\text{eff}} = \frac{qr}{\sqrt{2}D} \frac{Q_L}{C} \quad . \tag{3.60}$$



Abbildung 3.16: Prinzip des schmalbandigen FT-ICR-Nachweises – Der von der Induktivität L und den parasitären Kapazitäten C (grau) gebildete Parallelschwingkreis besitzt bei seiner Resonanzfrequenz einen großen Scheinwiderstand, welcher bei einem durch die Bewegung des in der Penningfalle gespeicherten Ions influenzierten Strom zu einem Spannungsabfall führt, welcher induktiv auf einen Verstärker übertragen und auf seine Frequenzanteile hin untersucht wird. Der grau eingezeichnete Widerstand R_p stellt dabei den äquivalenten Parallelwiderstand der Spule dar.

Für das Signal-Rausch-Verhältnis ergibt sich nach Gleichung (3.49)

$$S/N = \frac{2\pi^2 q^2 r^2 \omega^2}{D^2} \frac{Q_L^2}{(4k_B T \omega_0 C/Q_L + e_n^2 \omega_0^2 C^2/Q_L^2 + i_n^2)\Delta\omega^2} \quad .$$
(3.61)

Der Widerstand R in Gleichung (3.49) ist an dieser Stelle durch den Resonanzwiderstand $|Z(\omega_o)|$ aus Gleichung (3.57) zu ersetzen. Die Abhängigkeit von der gespeicherten Ladung q, dem Bewegungsradius r, dem effektiven Elektrodenabstand D und den parasitären Kapazitäten C ist bereits vom breitbandigen Nachweis bekannt. Auch die Möglichkeit, den thermischen Rauschuntergrund durch Absenken der Temperatur des Nachweisschwingkreises zu reduzieren, wurde bereits erwähnt. Besonderes Augenmerk ist hier auf den Einfluss der Spulengüte Q_L zu richten, deren Erhöhung in erheblichem Maß zur Vergrößerung des Signal-Rausch-Verhältnisses beiträgt. Auf diese Weise lässt sich die Sensitivität des Nachweises so weit steigern, dass sogar ein einziges in der Falle gespeichertes Ion noch detektierbar ist. Die betrachtete Bandbreite $\Delta \omega$ entspricht im Idealfall genau der Breite des Ionensignals, welche außer vom Fourier-Limit (siehe Gleichung (3.72)) hauptsächlich durch die Inhomogenität des Magnetfeldes bestimmt wird.

3.2.3 Experimentelles Verfahren einer FT-ICR-Massenmessung

Vor einer FT-ICR-Messung sind die in der Falle gespeicherten Ionen zunächst zu präparieren, indem sie mit Hilfe einer Dipolanregung auf den gewünschten Zyklotronradius gebracht werden. Diese Anregung dient außerdem der Herstellung einer kohärenten Bewegung, bei der alle Ionen der gleichen Spezies die gleiche Phase besitzen. Die für die Anregung zu wählende Bandbreite ist durch die Bandbreite des Nachweises gegeben. Beim schmalbandigen FT-ICR-Nachweis kommt ein so genannter *Burst*, ein Wellenzug einer festen Frequenz mit einer definierten Anzahl von Perioden, zum Einsatz, dessen Bandbreite durch die Anregungsdauer bestimmt wird. Ein schneller Frequenzdurchlauf (engl.: *"chirp"* oder *"sweep"*) sorgt für eine Anregung in einem großen Frequenzbereich. Bei der SWIFT-Anregung (engl.: *"stored waveform inverse Fourier-transform"*) wird das zeitliche Anregungssignal per inverser Fouriertransformation aus einem an die speziellen Anforderungen der Messung angepassten Anregungsspektrum berechnet, welches gleichzeitig auch zur Entfernung unerwünschter Ionenspezies aus der Falle dienen kann [GM96]. Auf die Dipolanregung folgt die Aufnahme des influenzierten Ionensignals, welches fortan als **Transient** bezeichnet wird. Die Aufnahmedauer des Transienten wird dabei durch die Speicherbzw. Kohärenzzeit der Ionen beschränkt. Zur Erhöhung des Signal-Rausch-Verhältnisses durch Mittelung über mehrere Transienten kann die aus Dipolanregung und Signalaufnahme bestehende Prozedur mehrfach mit dem gleichen Falleninhalt wiederholt werden, wobei allerdings auf die Einhaltung einer festen Phasenbeziehung zwischen Anregung und Messen zu achten ist. Nach der Digitalisierung des Transienten und der Berechnung des zugehörigen Leistungsspektrums können durch Anpassung von Resonanzkurven die reduzierten Zyklotronfrequenzen der gespeicherten Ionenspezies bestimmt werden.

Zur Berechnung der Ionenmassen mit hoher Genauigkeit müssen sowohl die Stärke des Magnetfeldes als auch die Stärke des elektrostatisches Quadrupolpotentials mit Hilfe von Referenzionen kalibriert werden. Dazu bietet es sich an, die Parameter

$$a := |qB_0| \quad , \qquad b := \frac{qU_0}{2d^2}$$
 (3.62)

zu definieren, mit deren Hilfe sich die reduzierte Zyklotronfrequenz (siehe Tabelle 2.1) folgendermaßen darstellen und nach der Ionenmasse auflösen lässt [GM95]:

$$\omega_{+} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} a + \sqrt{\frac{1}{m^{2}} a^{2} - \frac{4}{m} b} \right)$$
(3.63)

$$\Rightarrow \quad m = \frac{a\,\omega_+ - b}{\omega_+^2} \quad . \tag{3.64}$$

Nachdem die Parameter a und b durch Messungen an mindestens zwei verschiedenen Spezies von Referenzionen wohlbekannter Masse bestimmt wurden,

$$a = \frac{m_1 \omega_1^2 - m_2 \omega_2^2}{\omega_1 - \omega_2} \quad , \qquad b = \frac{\omega_1 \omega_2 (m_1 \omega_1 - m_2 \omega_2)}{\omega_1 - \omega_2} \quad , \tag{3.65}$$

kann die zu bestimmende Masse anhand von Gleichung (3.64) aus der gemessenen reduzierten Zyklotronfrequenz berechnet werden. m_1 und m_2 bezeichnen hierbei die bereits bekannten Massen, ω_1 und ω_2 die gemessenen reduzierten Zyklotronfrequenzen der beiden Referenzionen. Genau wie bei der Flugzeitmassenspektrometrie sollten die Referenzmessungen möglichst zeitnah und mit Ionenspezies einer Masse erfolgen, die nicht zu stark von der zu messenden Masse differieren.

3.2.4 Signalverarbeitung

Zur Bestimmung der im Ionensignal enthaltenen Frequenzen per diskreter Fouriertransformation muss das Signal im Zeitbereich zuerst digitalisiert werden. Das Abtasttheorem besagt, dass die Abtastfrequenz dabei mindestens doppelt so groß wie die größte im Signal enthaltene Frequenz sein muss, um das ursprüngliche Signal ohne Informationsverlust aus dem resultierenden zeitdiskreten Signal rekonstruieren zu können [Sha49]. Anteile von Frequenzen, die größer als die halbe Abtastfrequenz sind, erscheinen bei der Rekonstruktion fälschlicherweise bei einer geringeren Frequenz (engl.: *"aliasing"*), weshalb die Bandbreite des Signals vor der Digitalisierung durch einen Bandpassfilter beschränkt werden sollte. Da typische Zyklotronfrequenzen einfach geladener Ionen leicht mehrere Megahertz betragen können (siehe Tabelle 2.2), ergeben sich hieraus sehr hohe Abtastfrequenzen, die mit entsprechend hohen Datenraten verbunden sind. Es gibt allerdings die Möglichkeit, das Ionensignal, welches im Folgenden mit g(t) bezeichnet wird, vor der Digitalisierung durch multiplikative Mischung mit dem Signal h(t) eines sogenannten lokalen Oszillators einer festen Frequenz ω_h in einen anderen Frequenzbereich umzusetzen, um die Datenrate zu reduzieren. Um dies nachzuvollziehen, ist die (kontinuierliche) Fouriertransformierte⁴ des Produktsignals zu berechnen. Die Fouriertransformierte des Lokaloszillatorsignals $h(t) = h_0 \cos(\omega_h t)$ lässt sich leicht berechnen und lautet

$$H(\omega) = h_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\delta(\omega + \omega_h) + \delta(\omega - \omega_h) \right) \quad . \tag{3.66}$$

Durch Anwendung des Faltungstheorems erhält man mit den Vereinbarungen

$$\mathcal{F}[g(\cdot)](\omega) =: G(\omega) \quad \text{und} \quad \mathcal{F}[h(\cdot)](\omega) =: H(\omega)$$
(3.67)

folgenden Ausdruck für die im Produktsignal enthaltenen Frequenzen:

$$\mathcal{F}[g(\cdot)h(\cdot)](\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}G(\omega) * H(\omega)$$
(3.68)

$$= \frac{h_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\gamma \ G(\omega - \gamma) \left(\delta(\gamma + \omega_h) + \delta(\gamma - \omega_h)\right)$$
(3.69)

$$=\frac{h_0}{2}\left(G(\omega+\omega_h)+G(\omega-\omega_h)\right) \quad . \tag{3.70}$$

Demzufolge erscheint das ursprüngliche Ionensignal h(t) nach der Mischung mit dem Signal des lokalen Oszillators an zwei verschiedenen zu höheren und zu tieferen Frequenzen um ω_h verschobenen Stellen des Frequenzbereichs. Das Prinzip der Frequenzumsetzung wird durch Abbildung 3.17 veranschaulicht.

Wenn man nun das zu höheren Frequenzen verschobene Signal mit Hilfe eines Tiefpassfilters unterdrückt und nur das zu tieferen Frequenzen verschobene Signal digitalisiert, welches noch die gleichen Informationen enthält wie das ursprügliche, ist das Datenaufkommen deutlich geringer als bei der Digitalisierung des hochfrequenten Ursprungssignals, so dass auch der Aufwand für die nachfolgende von einem Computer durchgeführte diskrete Fouriertransformation erheblich reduziert wird [Bri97].

3.3 Vergleich der Zyklotronresonanzmethoden

Im Hinblick auf ihre Anwendung für Präzisionsmassenmessungen an Radionukliden weisen die beiden Nachweismethoden TOF-ICR und FT-ICR verschiedene Vor- und Nachteile auf.

Die statistische Unsicherheit einer Zyklotronresonanzmessung verkleinert sich entsprechend

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{3.71}$$

mit wachsender Zahl der Messzyklen N. Beim TOF-ICR-Nachweis entspricht N der Anzahl der zur Aufnahme der Flugzeitresonanzverteilung verwendeten Ionen, beim FT-ICR-Nachweis der Anzahl der aufgezeichneten Transienten. Bei der Flugzeitresonanzmethode werden zur Aufnahme eines ein-

⁴Für die Fouriertransformation und ihre Inverse wird hier die Konvention $\mathcal{F}[g(\cdot)](\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \ g(t) \ e^{-2\pi i \ \omega t}$, $\mathcal{F}^{-1}[G(\cdot)](t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \ G(\omega) \ e^{2\pi i \ \omega t}$ verwendet.



Abbildung 3.17: Zum Prinzip der Frequenzumsetzung – a) Das Signal mit der spektralen Verteilung $\tilde{G}(\omega)$ wird zunächst auf ein endliches Frequenzband (gestrichelter Kasten) beschränkt. Es resultiert das Signal $G(\omega)$, welches dann, wie in b) gezeigt, mit Hilfe des Lokaloszillatorsignals $H(\omega)$ zu höheren und zu tieferen Frequenzen verschoben wird c).

zigen Flugzeitspektrums, welches typischerweise ca. 40 Stützpunkte umfasst, einige hundert Ionen der zu vermessenden Spezies benötigt, um eine relative statistische Unsicherheit von höchstens 10^{-7} zu erreichen, da der Nachweis am Ende der Driftstrecke destruktiv erfolgt. Für eine schmalbandige FT-ICR-Messung wird zur Aufnahme von beliebig vielen Transienten im Grunde nur ein einziges Ion benötigt, weil der Falleninhalt bei der Messung erhalten bleibt, sofern es nicht zu Restgasstößen oder radioaktivem Zerfall kommt. Daraus folgt, dass sich die Flugzeitresonanzmethode im Gegensatz zum FT-ICR-Nachweis nicht für Massenmessungen an Nukliden mit sehr niedriger Produktionsrate eignet, weil sich die Aufnahmedauer wegen des Drifts der magnetischen Flussdichte in der Falle nicht beliebig ausdehnen lässt. Ferner ist bei Messungen an einem einzigen einfach geladenen Ion auch die Wechselwirkung mit der eigenen Spiegelladung minimal, welche bei einer mit einer großen Zahl von Ionen gefüllten Falle bzw. bei hochgeladenen Ionen zu geringfügigen Frequenzverschiebungen führen kann [XGM93].

Beim TOF-ICR-Nachweis werden die einzelnen Ionen jeweils nur für eine kurze Zeit in der Falle gespeichert, so dass sich eine kurze Halbwertszeit des zu vermessenden Nuklids hier eine weniger bedeutende Einschränkung darstellt als beim FT-ICR-Nachweis. Das kurzlebigste Nuklid, dessen Masse per TOF-ICR-Nachweis bisher gemessen wurde, ist ¹¹Li mit einer Halbwertszeit von 8.8 ms [SBB⁺08].

Der wesentliche Nachteil des schmalbandigen FT-ICR-Nachweises ist durch den Schwingkreis gegeben, der stets an die zu messende Frequenz angepasst werden muss. Die Einführung einer variablen Kapazität ermöglicht es zwar, die Resonanzfrequenz in gewissem Umfang zu verschieben, geht jedoch auf Kosten des Signal-Rausch-Verhältnisses (siehe Gleichung (3.61)). So ist es für Messungen in verschiedenen Massenbereichen unabdingbar, Spulen verschiedener Induktivitäten bereitzuhalten. Weil diese supraleitenden Spulen üblicherweise mit flüssigem Helium oder einem Pulsrohrkühler gekühlt werden müssen, sind sie in der Regel schwer zugänglich, weswegen ihr Austausch nur mit einigem Aufwand möglich ist.

Hinsichtlich des theoretisch erreichbaren Auflösungsvermögens unterscheiden sich die beiden Zyklotronresonanzmethoden nicht. Die untere Schranke für die Halbwertsbreite der Resonanz ist in beiden Fällen durch das Fourier-Limit

$$\Delta \nu > \frac{1}{T} \tag{3.72}$$

gegeben, das von der Zeitdauer T des Messprozesses abhängt. Beim TOF-ICR-Nachweis entspricht T der Anregungsdauer des die beiden Radialbewegungen koppelnden Quadrupolfeldes, beim FT-ICR-Nachweis der Aufnahmedauer des Transienten. Wegen des Fourier-Limits wird das Auflösungsvermögen letztendlich durch die Halbwertszeit des betrachteten Nuklids beschränkt.

Teil II

Experimenteller Aufbau

Kapitel 4

Das Penningfallen-Massenspektrometer TRIGA-TRAP

Am Forschungsreaktor TRIGA Mainz wird derzeit das TRIGA-SPEC-Project [KKB⁺08] vorangetrieben, welches sich aus dem Aufbau für kollineare Laserspektroskopie TRIGA-LASER und dem Penningfallen-Massenspektrometer TRIGA-TRAP zusammensetzt. Hier werden in Zukunft Grundzustandseigenschaften wie Kernmassen, Ladungsradien und Kernmomente neutronenreicher Spaltprodukte und von Actinoiden untersucht. Der Reaktor vom Typ TRIGA Mark II (*Training, Research, Isotopes, General Atomics*) wird vom Institut für Kernchemie der Johannes Gutenberg-Universität Mainz betrieben und besitzt eine thermische Dauerleistung von 100 kW [EK00]. Die besonderen Brennstäbe, welche neben dem Kernbrennstoff Uran mit einem Anreicherungsgrad von 20% ²³⁵U auch Zirkon-Hydrid als Moderator enthalten, ermöglichen außer dem kontinuierlichen auch einen gepulsten Betrieb. Dabei steigt die thermische Leistung für die Dauer von ca. 30 ms auf 250 MW, woraufhin die Kettenreaktion automatisch zum Erliegen kommt, da der in den Brennstäben enthaltene Wasserstoff seine Moderationsfähigkeit verliert.

Abbildung 4.1 und Abbildung 4.2 zeigen eine schematische Übersicht sowie den aktuellen Stand des TRIGA-SPEC-Aufbaus. Eine Beschreibung des TRIGA-TRAP-Experiments wird im Folgenden gegeben, nachdem zuvor kurz auf die Online-Sektion zur Erzeugung, Extraktion, Ionisierung und Vorselektion der Spaltprodukte eingegangen wurde.

4.1 Die Online-Sektion

In Strahlrohr B des Reaktors wird eine von Heliumgas durchströmte Targetkammer eingebracht, die ein Target aus einigen hundert Mikrogramm der spaltbaren Isotope ²⁴⁹Cf, ²³⁵U oder ²³⁹Pu enthält. Durch Bestrahlung des Targets mit den im Reaktor erzeugten thermischen Neutronen kommt es zu induzierten Kernspaltungen, deren Produkte im Gas der Targetkammer bei einem Druck von 2,7 bar thermalisieren. Die Spaltprodukte bleiben an $0,1-1\,\mu$ m großen Kohlenstoffpartikeln haften, denen das die Kammer durchströmende Helium als Trägergas dient, und werden anschließend von dem Aerosol durch eine dünne Kapillare aus der Kammer zur Ionenquelle transportiert [Eib09]. Dort werden die Aerosolpartikel mit Hilfe einer Skimmer-Einrichtung vom Trägergas getrennt und in das Plasma einer Elektronzyklotronresonanz-Ionenquelle (EZR-Ionenquelle) eingeschossen [Smo09]. Die



Abbildung 4.1: Schematische Aufsicht des TRIGA-SPEC-Aufbaus – Die Online-Sektion sowie TRIGA-SPEC werden im Text genauer beschrieben [KKB⁺08]. Auf den TRIGA-LASER-Aufbau für kollineare Laserspektroskopie wird hier nicht näher eingegangen.



Abbildung 4.2: Aktueller Stand des TRIGA-SPEC-Aufbaus – Der Massenseparator, der RFQ-Kühler und -Buncher, der Strahlverteiler sowie die Apparaturen zur Extraktion der Spaltprodukte aus dem Reaktor fehlen.

Kohlenstoffpartikel werden aufgebrochen und setzen die Spaltprodukte frei, welche danach ionisiert werden. Die Ionen werden elektrostatisch auf eine Energie von 30–60 keV beschleunigt und in einem 90°-Sektor-Magnet massensepariert [Bey09]. Der sich anschließende mit Helium als Puffergas gefüllte Radiofrequenzquadrupol (RFQ) [LBG⁺09] dient einerseits der Kühlung des Ionenstrahls und kann dank der Segmentierung seiner Elektrodenstäbe außerdem dazu verwendet werden, die Ionen über einen gewissen Zeitraum in einer Potentialmulde zu akkumulieren und danach als Paket (engl.: "bunch") mit einer verringerten Emittanz freizusetzen [HDK⁺01]. Durch die Kühlung und die Bündelung zu Paketen lässt sich die Effizienz, mit welcher die Ionen in einer Penningfalle eingefangen werden können, gegenüber dem Einfang aus einem kontinuierlichen Strahl heraus deutlich steigern, da das Laden der Falle typischweise in wenigen zehn Mikrosekunden erfolgen muss. Der nachfolgende Strahlverteiler leitet die Ionen entweder zum TRIGA-TRAP- oder zum TRIGA-LASER-Experiment weiter. Die gekühlten und zu Paketen gebündelten Ionen besitzen nun immer noch eine Energie von 30-60 keV. Um die Ionen im vergleichsweise schwachen Fallenpotential einzufangen, muss ihre Energie auf einige Elektronenvolt reduziert werden. Daher kommt zwischen dem Strahlverteiler und dem TRIGA-TRAP-Aufbau eine Driftröhre zum Einsatz, deren Potential mittels eines schnellen Transistor-Schalters von 30–60 kV auf ca. 100 V abgesenkt wird, während ein Ionenpaket die Driftröhre durchfliegt. Der verbleibende Energieüberschuss wird beim Ioneneinfang in der Falle durch einen angepassten Einfangpuls abgebaut.

Die von der Erzeugung der Spaltprodukte bis zur Ankunft der Ionen beim Experiment vergehende Zeit beträgt insgesamt weniger als eine Sekunde, wobei der Transport der Aerosole von der Targetkammer bis zur EZR-Ionenquelle mit 0,390(90) s einen Großteil der Zeit in Anspruch nimmt [EBB⁺09].

4.2 Aufbau des TRIGA-TRAP-Experiments

Ziel des TRIGA-TRAP-Experiments sind direkte Massenmessungen an neutronenreichen instabilen Spaltprodukten, die vom Mainzer TRIGA-Reaktor erzeugt werden, sowie an Actinoiden wie z. B 235 U, 252 Cf oder 241 Am, welche in einer Laserablations-Ionenquelle ionisiert werden können. Eine zylindrische Penningfalle dient der Selektion und Präparation der zu vermessenden Ionen mittels massenselektivem Puffergaskühlen (siehe Unterabschnitt 2.3.2). Die Massenmessung erfolgt durch Bestimmung der Zyklotronfrequenz der Ionen im starken Magnetfeld einer zweiten hyperbolischen Penningfalle (siehe Kapitel 3). Die Ergebnisse der Massenmessungen liefern Daten in Bereichen der Nuklidkarte, in denen bisher nur wenige direkte Massenmessungen durchgeführt wurden. Hierbei reichen die neutronenreichen Spaltprodukte aus dem Reaktor im Bereich der Massenzahlen A = 77-100 sehr nah an den vermuteten r-Prozess-Pfad der Elementsynthese heran, während die genauen Massen der Actinoide für das Verständnis ihrer Kernstruktur relevant sind. Im Gegensatz zur im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Online-Sektion ist TRIGA-TRAP selbst bereits weitgehend funktionsbereit und erste Massenmessungen an Gadoliniumoxid-Ionen verschiedener Isotope sowie an 241 Am¹⁶O⁺-Ionen sind bereits erfolgt.

4.2.1 Die Offline-Ionenquellen

Der TRIGA-TRAP-Aufbau beinhaltet zwei Offline-Ionenquellen, welche Referenzionen zum Testen und zur Kalibrierung der Apparatur sowie die Actinoidionen bereitstellen. In der von R. Kirchner entworfenen **Oberflächen-Ionenquelle** [KBHK81] werden die zu ionisierenden Atome zunächst aus einer Zeolithkeramik heraus verdampft, bevor sie durch Kontakt mit der Innenwand eines durch Elektronenbeschuss geheizten Wolframröhrchens aufgrund der hohen Austrittsarbeit des Materials ionisiert werden. Dieser Ionisationsprozess eignet sich insbesondere für Stoffe mit niedrigem Ionisationspotential wie Alkalimetalle. Bei TRIGA-TRAP liefert die Oberflächen-Ionenquelle einen kontinuierlichen Strahl aus Rubidium- oder Caesiumionen mit einem Strom in der Größenordnung von einigen Nanoampere. Somit stehen an TRIGA-TRAP einfach geladene Ionen der Isotope ⁸⁵Rb, ⁸⁷Rb und ¹³³Cs, deren Massen mit einer Unsicherheit von $\frac{\delta m}{m} \approx 10^{-10}$ bekannt sind [BPR⁺99], als Referenzionen zu Verfügung. Ionenquellen dieses Typs sind außerdem äußerst robust, zuverlässig und wartungsarm.

Bei der zweiten Offline-Ionenquelle handelt es sich um eine Laserablations-Ionenquelle [Smo08, SBE⁺09], bei der aus einem Glaskohlenstofftarget mit einer fullerenartigen Mikrostruktur (Sigradur[®]) ionisierte Kohlenstoffcluster freigesetzt werden, die wegen der Definition der atomaren Masseneinheit durch die Masse eines ¹²C-Atoms die ideale Massenreferenz darstellen [BBH⁺02]. Des Weiteren können mittels vergleichender Messungen an Clustern verschiedener Größe mögliche systematische Effekte der Apparatur, wie z. B. massenabhängige Frequenzverschiebungen, untersucht werden [KBB⁺03]. Die nichtresonante Laserstrahlung stammt dabei aus einem gepulsten und frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser mit einer Wellenlänge von 532 nm, einer Pulslänge von 3–5 ns und einer maximalen Pulsenenergie von 50 mJ bei einer Repetitionsrate von 1–15 Hz. Die Laserablations-Ionenquelle lässt sich mit geeigneten Targets außerdem zur Erzeugung von Actinoidionen oder Ionen anderer Spezies von Interesse verwenden.

4.2.2 Der Magnet

Beide Penningfallen des TRIGA-TRAP-Experiments befinden sich in der Bohrung des selben von "Magnex Scientific" hergestellten Magneten vom Typ 7.0T/160/AS. Baugleiche Magneten werden auch bei den Penningfallenexperimenten SHIPTRAP [RBA⁺06], JYFLTRAP [KKE⁺04] und MLL-TRAP [KBH⁺08] eingesetzt. Die supraleitenden Spulen werden durch einen mit flüssigem Helium gefüllten Kryostaten gekühlt, der von einem mit flüssigem Stickstoff gekühlten Strahlungsschild umgeben ist, um die Verdampfungsrate des Heliums gering zu halten. Die zentrale Bohrung mit einem Durchmesser von 160 mm bleibt dabei auf Raumtemperatur. In einem ca. 25 cm langen Abschnitt in der Mitte der Bohrung beträgt die magnetische Flussdichte etwa 7 T [Rep08]. Der Magnet besitzt Korrekturspulen, welche die Feldinhomogenität an den Orten der Fallen minimieren, so dass sie dort weniger als $\frac{\Delta B}{B} = 10^{-6}$ beträgt. Die auf den Flux-Creep-Effekt [And62] zurückzuführende langsame Abnahme der magnetischen Flussdichte wird durch weitere Korrekturspulen kompensiert (siehe Unterabschnitt 2.2.2), wodurch am Ort der Präzisionsfalle eine zeitliche Feldstabilität von $\frac{\Delta B}{B} \frac{1}{\Delta t} = 1,31(4) 10^{-9}/h$ erreicht wird, wie anhand von Zyklotronresonanzmessungen an C_{20}^+ -Ionen ermittelt wurde.

4.2.3 Die Penningfallen

Die beiden Penningfallen wurden im Rahmen der Dissertation von Christine Weber entwickelt und stellen das Herzstück des TRIGA-TRAP-Experiments dar [Web04]. Abbildung 4.3 zeigt in einer Seitenansicht die Anordnung der Fallen im Magneten. Sie sind in einen Turm aus zahlreichen zylindrischen Driftröhren und einigen anderen ionenoptischen Elementen integriert und werden durch einen mit flüssigem Stickstoff gefüllten Kryostaten, der den freien Durchmesser innerhalb



Abbildung 4.3: Technische Zeichnung des Fallenaufbaus und der Nachweisregion (Seitenansicht, teilsweise nur schematisch)



Abbildung 4.4: Schnittzeichnung der zylindrischen Reinigungsfalle – Die zwischen den Elektroden liegenden Isolatoren sind grau dargestellt.



Abbildung 4.5: Schnittzeichnung der hyperbolischen Präzisionsfalle – Der Abstand der Ringelektrode vom Fallenzentrum beträgt $\rho_0 = 6,38$ mm, der Abstand der Endkappen zum Fallenzentrum $z_0 = 5,5$ mm. Die Löcher in den Endkappen und den Endkappenkorrekturelektroden besitzen einen Durchmesser von 1,8 mm. Isolierende Elemente sind grau dargestellt.

der Bohrung von 160 mm auf 60 mm reduziert, auf eine Temperatur von 77 K gekühlt. Die Zentren der beiden Fallen sind dabei 20 cm voneinander entfernt. Die zylindrische **Reinigungsfalle** ist in Abbildung 4.4 dargestellt, die hyperbolische **Präzisionsfalle** in Abbildung 4.5.

In der Reinigungfalle findet bei einem Druck von etwa 10^{-5} mbar massenselektives Kühlen mit Helium als Puffergas statt, wobei ein typisches Auflösungsvermögen von 10^5 erreicht wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Reinigungsfalle mit einem breitbandigen FT-ICR-Nachweissystem ausgerüstet, welches zur zerstörungsfreien Identifikation der im Falleninhalt vorherrschenden Ionenspezies verwendet werden soll, um Kontaminationen anschließend gezielt per Dipolanregung ihrer reduzierten Zyklotronbewegung aus der Falle zu entfernen. Nach der Präparation werden die verbleibenden Ionen von der Reinigungsfalle zur Präzisionsfalle transportiert, wo die eigentliche Massenmessung per Flugzeitresonanzmethode oder schmalbandigem FT-ICR-Nachweis erfolgt. Beim Transfer passieren die Ionen den 50 mm langen und 1,5 mm durchmessenden Kanal einer **Pumpsperre**. Der Kanal stellt eine differenzielle Pumpstrecke dar, die das Puffergas in der Reinigungsfalle zurückhält und eine Reduktion des Drucks in der Präzisionsfalle um einen Faktor von



Abbildung 4.6: Schematische Aufsicht der segmentierten Ringelektrode – Die Ringelektroden beider Fallen sind nach dem gleichen Schema segmentiert. Die kleinen Segmente (rot) werden zur Anregung, die großen (grün) zum Nachweis der Radialbewegung mittels der influenzierten Spiegeladungen verwendet.

ca. 1000 gegenüber dem Druck in der Reinigungsfalle herbeiführt [NBB+08]. Ein möglichst geringer Druck in der Präzisionsfalle ist erstrebenswert, weil Stöße der gespeicherten Ionen mit Restgasatomen zu einer unerwünschten Dämpfung der Ionenbewegung führen, welche die Speicherzeit der Ionen und so letztendlich die Genauigkeit der Messung beeinträchtigt [Kre08]. Die Pumpsperre dient zugleich als Blende, die für die Massenselektivität des Puffergaskühlens in der Reinigungsfalle sorgt, indem sie nur zentrierte Ionen passieren lässt. Die Präzisionsfalle ist hyperbolisch ausgeführt, weil ein FT-ICR-Nachweis mit hoher Sensitivität einen vergleichsweise großen Radius der Ionenbewegung voraussetzt und nur in hyperbolischen Fallen das elektrische Potential in einem großen Teil des Fallenvolumens harmonisch ist. Weiterhin ist das Verhältnis des inneren Radius der Ringelektrode ρ_0 und des Abstands der Endkappen $2z_0$ gerade so gewählt, dass die an den Korrekturelektroden anliegenden Spannungen keinen Einfluss auf das harmonische Potential im Fallenzentrum und somit die Bewegungsfrequenzen der gespeicherten Ionen haben ($\rho_0 = 1,16z_0$) [Gab83]. Ferner wurde die Form der Außenseiten der Präzisionsfallenelektroden auf eine möglichst geringe Verzerrung des homogenen Magnetfeldes im Falleninneren hin optimiert [Web04]. In der Präzsisionsfalle wird abhängig von der vermessenen Spezies eine Genauigkeit von 10^{-6} - 10^{-8} erwartet.

Beide Fallen sind aus jeweils sieben Elektroden aufgebaut: zwei Endkappen, zwei Endkappenkorrekturelektroden, zwei Ringkorrekturelektroden und einer Ringelektrode. Die Ringelektroden sind dabei in jeweils vier Segmente unterteilt, von denen zwei einen Winkel von jeweils 40° und die übrigen zwei einen Winkel von jeweils 140° einschließen, wie in Abbildung 4.6 gezeigt. Die kleinen Segmente werden zur Anregung der radialen Ionenbewegung benutzt (siehe Unterabschnitt 2.3.1), während die großen für den FT-ICR-Nachweis reserviert sind. Dabei setzt diese spezielle Segmentierung den für die Signalamplitude relevanten effektiven Elektrodenabstand der Nachweiselektroden herab (siehe Abschnitt 3.2). An dieser Stelle sollte außerdem erwähnt werden, dass die Einstrahlung einer Quadrupolanregung auch mit nur zwei statt vier sich gegenüberliegenden Elektrodensegmenten ohne weiteres möglich ist. Des Weiteren sind bei der Präzisionsfalle die Endkappen und bei der Reinigungsfalle die Ringkorrekturelektroden in jeweils zwei gleiche Hälften geteilt, um die zukünftige Verwendung spezieller Anregungs- und Detektionsschemata, die auch die axiale Ionenbewegung mit einbeziehen, zu ermöglichen.

Um Feldinhomogenitäten aufgrund der Magnetisierung des Elektrodenmaterials so klein wie möglich zu halten, sind die Elektroden aus sauerstofffreiem OFHC-Kupfer (engl.: "oxygen-free high conductivity") mit einer Reinheit von 99,99% gefertigt, welches eine sehr geringe magnetische Suszeptibilität besitzt und nahezu frei von ausgasenden Verunreinigungen ist, die zur Erhöhung des

	konventioneller MCP-Detektor in Chevron-Konfiguration	ortsauflösender MCP-Detektor RoentDek DLD40	CEM-Detektor mit Konversionsdynode DeTech 402A-H
typ. Verstärkung	$5\cdot 10^7$	$> 10^{7}$	$5 \cdot 10^7$
Nachweiseffizienz	ca. 30%	30 – 40%	> 90%
Dunkelzählrate	$2/(\mathrm{cm}^2\mathrm{s})$	$0.8/(\mathrm{cm}^2\mathrm{s})$	$< 0.05/({\rm cm}^2{\rm s})$
Pulsbreite (ca.)	$2\mathrm{ns}$	$9\mathrm{ns}$	$25\mathrm{ns}$
Pulsanstiegszeit (ca.)	$0,5\mathrm{ns}$	$1,5\mathrm{ns}$	$5\mathrm{ns}$
max. Zählrate (ca.)	$10^8/s$	$10^6/s$	$10^6/s$

Tabelle 4.1: Vergleich der Charakteristika verschiedener auf dem Prinzip der Sekundärelektronenvervielfachung beruhender Detektormodelle

Restgasdrucks beitragen können. Die Elektroden sind außerdem vergoldet, um eine Oxidation der Oberfläche zu verhindern. Eine vor dem Vergolden aufgetragene Silberschicht hindert die Goldatome daran, in das Kupfer hineinzudiffundieren. Zur Fixierung und elektrischen Isolation der Elektroden der Reinigungfalle kommen Ringe aus Aluminiumoxid (Al_2O_3) zum Einsatz. Die einzelnen Segmente der geteilten Ringelektrode und der Endkappen sind mit Saphirkugeln gegeneinander isoliert. Bei der Präzisionsfalle sind alle elektrisch isolierenden Elemente aus Saphir hergestellt.

4.2.4 Die Nachweissysteme

Wie in Abschnitt 3.3 erläutert, besitzen die Flugzeitresonanzmethode (TOF-ICR) und das schmalbandige FT-ICR-Nachweisverfahren unterschiedliche Stärken und Schwächen. Eine FT-ICR-Messung kann im Idealfall an einem einzigen Ion der zu untersuchenden Spezies mit hoher Genauigkeit vorgenommen werden, weshalb dieses Verfahren kaum durch niedrige Ionenproduktionsraten eingeschränkt wird. Dagegen sind für eine TOF-ICR-Messung mit akzeptabler statistischer Unsicherheit einige hundert Ionen notwendig. Dafür ist das TOF-ICR-Verfahren nicht von einem an die Ionenspezies angepassten Nachweisschwingkreis abhängig und außerdem auch bei Spezies mit kürzerer Halbwertszeit anwendbar [SBB⁺08]. TRIGA-TRAP ist das weltweit einzige Penningfallen-Massenspektrometer, an welchem beide Nachweismethoden implementiert sind. Unabhängig vom gewählten Nachweisverfahren werden die aus einer der Quellen stammenden Ionen zunächst in der Reinigungfalle separiert und gekühlt.

Die für die Flugzeitresonanzmethode erforderliche Anregung der radialen Ionenbewegung erfolgt anschließend in der Präzisionsfalle. Nach dem Ausschuss verlassen die Ionen den homogenen Bereich des Magnetfeldes, während sie eine über einen Meter langen Driftstrecke zurücklegen. Zum für die Flugzeitmessung notwendigen Nachweis am Ende der Driftstrecke stehen ein ortsauflösender Mikrokanalplatten- oder MCP-Detektor (engl.: "micro-channel plate") [Eit08, EBC⁺09] und ein Kanalelektronen- oder CEM-Detektor¹ (engl.: "channel electron multiplier") [YBF⁺06] zur Verfügung (siehe Abbildung 4.3). Beide Detektortypen basieren auf dem Prinzip der Stromverstärkung durch Sekundärelektrodenvervielfachung an der Innenwand eines unter Hochspannung stehenden Kanals mit hohem Widerstand und geringer Austrittsarbeit, unterscheiden sich jedoch insbesondere hinsichtlich ihrer Nachweiseffizienz, Dunkelzählrate und Zeitauflösung [Fer07]. Die Charakteristika der verschiedenen Detektortypen sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

¹Der Markenname "Channeltron[®]" der am weitesten verbreiteten Modelle wird häufig synonym verwendet.

Der ortsauflösende MCP-Detektor vom Typ DLD40 der Firma "RoentDek" besteht wie die meisten konventionellen MCP-Detektoren aus zwei übereinanderliegenden Mikrokanalplatten, deren Kanäle um ca. 7° gegenüber der Oberflächennormalen geneigt sind. Die Kanäle der oberen Mikrokanalplatte weisen dabei eine andere Orientierung als die Kanäle der unteren Mikrokanalplatte auf, wodurch verhindert wird, dass einfallende Teilchen die Platten wechselwirkungsfrei passieren. Diese Anordnung wird häufig als *Chevron*-Konfiguration oder *V-Stack* bezeichnet. Das Besondere an diesem ortsauflösenden MPC-Detektor ist die in Form von gewundenen Verzögerungsdrähten ausgeführte Anode, die es ermöglicht, per Signallaufzeitanalyse den Ort des Auftreffens eines Ions auf der Detektoroberfläche auf ca. 70 μ m genau zu bestimmen. Die aktive Fläche des Detektors besitzt hierbei einen Durchmesser von über 40 mm. Für mittelschwere Ionen mit geringer kinetischer Energie wird eine Nachweiseffizienz von 30–40% bei einer maximalen Zählrate von ca. 10⁶/s erreicht.

Der **CEM-Detektor** des Modells 402A-H von "DeTech" besitzt einen einzigen gebogenen Kanal, dessen Eingang sich außerhalb der Ionenstrahlachse befindet, um die Detektion von dem Ionenstrahl überlagerten Neutralteilchen und Photonen zu vermeiden. Die zu detektierenden positiv geladenen Ionen werden dazu auf eine dem Eingang des Kanals gegenüberliegende Konversionsdynode gelenkt, welche sich auf hohem negativem Potential befindet. Erst die dabei aus der Dynodenoberfläche herausgeschlagenen Elektronen werden durch den CEM-Detektor nachgewiesen. Die Verwendung einer Konversionsdynode beseitigt außerdem die Massenabhängigkeit der Signalamplitude des Detektors. Mit dieser Anordnung lässt sich eine Nachweiseffizienz von über 90% bei einer gleichzeitig extrem geringen Dunkelzählrate erreichen. Die maximale Zählrate ist dabei jedoch um ein bis zwei Größenordnungen kleiner als bei einem MCP-Detektor.

Die Gesamteffizienz des TRIGA-TRAP-Experiments ist durch das Produkt der Effizienzen aller auf dem Weg der Nuklide von der Erzeugung im Reaktor bis zum Nachweis stattfindenen Prozesse gegeben. Für die Extraktion aus der Targetkammer beträgt die Effizienz 50–70% [EBB⁺09]. Die Ionisationseffizienz der EZR-Ionenquelle konnte bisher noch nicht bestimmt werden, jedoch werden bei ähnlichen Einrichtungen Effizienzen von ca. 1% erreicht [DBC⁺06]. Die meisten die Quelle erreichenden Kohlenstoffcluster durchqueren das Plasma aufgrund ihrer hohen Geschwindigkeit, ohne ionisiert zu werden. Die Effizienz des Ionentransports von der Ionenquelle bis zu den Penningfallen beträgt schätzungsweise 80%, wodurch sich zusammen mit der Nachweiseffizienz des CEM-Detektors von über 90% für Flugzeitmessungen eine Gesamteffizienz von weniger als 0,5% ergibt. Bei der Verwendung des FT-ICR-Nachweises liegt in etwa die gleiche Effizienz wie beim TOF-ICR-Nachweis vor.

Wie bereits im vorhergehenden Unterabschnitt erwähnt, sind beide Fallen des TRIGA-TRAP-Experiments mit einem FT-ICR-Nachweissystem ausgestattet. Das schmalbandige an der Präzisionsfalle installierte System für Präzisionsmassenmessungen wurde im Rahmen der Diplomarbeit von Jens Ketelaer entwickelt [Ket06]. Um Einzelionensensitivität zu erreichen, ist ein Nachweisschwingkreis mit einer supraleitenden Spule von extrem hoher Güte erforderlich. Ein über der Nachweisregion angebrachter mit flüssigem Helium gefüllter Kryostat sorgt für die notwendige Kühlung. Genau wie der Heliumkryostat ist auch dieser von einem mit flüssigem Stickstoff gefüllten Strahlungsschild umgeben, der gleichzeitig der Kühlung der beiden Fallen dient. In Abschnitt 3.2 wurde festgestellt, dass die Kühlung des gesamten Nachweiskreises sowohl beim schmalbandigen als auch beim breitbandigen Nachweis das Signal-Rausch-Verhältnis vergrößert. Die Entwicklung des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems wurde von Julia Repp begonnen [Rep08] und im Rahmen dieser Arbeit fortgesetzt. Der Aufbau dieses Systems wird im folgenden Kapitel diskutiert.

Kapitel 5

Das breitbandige FT-ICR-Nachweissystem

Wie in Unterabschnitt 4.2.3 des vorhergehenden Kapitels erläutert, beinhaltet das Penningfallen-Massenspektrometer TRIGA-TRAP neben der hyperbolischen Präzisionsfalle, welche für die Präzisionsmassenmessungen per TOF- oder schmalbandigem FT-ICR-Nachweis verwendet wird, eine zylindrische Reinigungfalle (siehe Abbildung 4.4). Mittels massenselektivem Puffergaskühlen werden aus dem von den Ionenquellen stammenden Ionenensemble, welches Ionen diverser Spezies enthält, die Ionen der zu vermessenden Spezies ausgewählt und ihre Bewegungsamplituden reduziert (siehe Unterabschnitt 2.3.2). Hierbei wird vor dem Einstrahlen der die beiden radialen Eigenbewegungen koppelnden Quadrupolanregung zuerst eine Dipolanregung mit der annähernd massenunabhängigen Magnetronfrequenz eingestrahlt, um alle gespeicherten Ionen gleichsam auf Magnetronbahnen mit 1–2 mm großem Radius zu bringen. Zusätzlich dazu können individuelle unerwünschte Spezies durch resonante Dipolanregung ihrer reduzierten Zyklotronbewegung gezielt entfernt werden. Dies ist insbesondere für isobare Kontaminationen relevant, da ein sehr hohes von der Quadrupolanregungsdauer abhängigen Auflösungsvermögen des massenselektiven Puffergaskühlens bisweilen mit einer verringerten Transmissionsrate einhergeht. Im Gegensatz zum massenselektiven Puffergaskühlen müssen die vorliegenden Kontaminationen zur Anwendung des Verfahrens der resonanten Dipolanregung im Einzelnen bekannt sein.

Ohne ein Nachweissystem in der Reinigungsfalle stellt die Aufnahme sogenannter **Kühlresonanzen** die einzige Möglichkeit dar, Informationen über die Zusammensetzung des Falleninhalts zu erhalten. Dabei werden die Ionen nach erfolgtem massenselektiven Puffergaskühlen durch den Pumpsperrenkanal ausgeschossen, anschließend jedoch nicht wie sonst in der Präzisionsfalle eingefangen. Stattdessen erreichen die Ionen nach dem Durchqueren der in diesem Kontext funktionslosen Präzisionsfalle und dem Zurücklegen der Driftstrecke den sonst für Flugzeitresonanzmessungen verwendeten Detektor und werden dort nachgewiesen (siehe Abbildung 4.3). Indem man diese Prozedur für schrittweise geänderte Frequenzen der Quadrupolanregung im Bereich der freien Zyklotronfrequenz einer in der Falle vermuteten Spezies wiederholt, lässt sich eine näherungsweise Gauß-förmige Resonanzkurve für die Zahl der jeweils am Detektor nachgewiesenen Ionen aufzeichnen, aus deren Ausprägung sich auf die relative Häufigkeit der betrachteten Spezies schließen lässt. Ein Beispiel einer Kühlresonanz ist in Abbildung 5.1 gezeigt. Bei dieser Methode sind zur Untersuchung des Falleninhalts hinsichtlich einer einzigen Spezies etwa 20 Schritte und 100 Ionen nötig. Auf diese Weise wird je nach Massenbereich, in dem relevante Kontaminationen vermutet werden, ein wesentlicher Teil der für die gesamte Massenmessung benötigten Zeit für die Identifikation unerwünschter



Abbildung 5.1: Kühlresonanz von Kohlenstoffclusterionen der Spezies C_{20} – Die aufgetragenen Daten wurden bei fünf separaten, aufeinanderfolgenden Messzyklen mit einer Quadrupolanregungsdauer von 150 ms pro Frequenzschritt akkumuliert.

Spezies verwendet. Hinzu kommt, dass bei der Aufnahme einer oder gar mehrerer Kühlresonanzen natürlich nicht die Zusammensetzung nur genau einer Fallenladung bestimmt wird, weil sich jede Resonanz aus Einzelmessungen an vielen möglicherweise verschiedenen Falleninhalten zusammensetzt.

Aus diesem Grund ist an der Reinigungfalle ein breitbandiges FT-ICR-Nachweissystem vorgesehen, mit welchem die relativen Häufigkeiten aller Spezies, deren Zyklotronfrequenzen sich in einem bis zu 95 kHz breiten Frequenzband befinden, mit einem Auflösungsvermögen von 10^5 bis 10^6 bei einer Messzeit von etwa einer Sekunde in einer einzigen nichtdestruktiven Messung bestimmt werden können. Im Bereich der Massenzahl A = 100 entspricht ein Frequenzintervall von 95 kHz einer Spanne von etwa acht atomaren Masseneinheiten, so dass passende Kohlenstoffclusterionen als Massenreferenz in jede Messung einbezogen werden können. Die Beschränkung auf ein 95 kHz breites Frequenzband betrifft dabei nur die einzelne Messung und ist durch die maximale Abtastrate des Datenerfassungssystems gegeben. Grundsätzlich ist dem breitbandigen FT-ICR-Nachweissystem der gesamte für TRIGA-TRAP relevante Frequenzbereich von 0,4-2 MHz zugänglich. Auf die Grundlagen des FT-ICR-Nachweises wurde in Abschnitt 3.2 eingegangen.

Bei ersten Versuchen, durch Anbindung von rauscharmen Verstärkern an die großen Segmente der Ringelektrode einen breitbandigen FT-ICR-Nachweis zu realisieren, zeigte sich, dass hier nicht das thermische Eigenrauschen des Nachweiskreises, sondern von außen in das System einkoppelnde Untergrundsignale die gravierendsten Störeinflüsse darstellen [Rep08]. Die Verstärker befanden sich bei diesem Aufbau außerhalb der Vakuumapparatur und waren mit den Elektrodensegmenten durch etwa 2 Meter lange Kabel verbunden, die zum größten Teil ungeschirmt und eindrahtig innerhalb der Vakuumapparatur verliefen. Da sich offenliegende, durch die hochohmigen Eingänge von Verstärkern abgeschlossene Kabel wie Antennen verhalten und dementsprechend dazu neigen, äußere Signale einzufangen, wurde der im Rahmen der vorliegenden Arbeit angestrebte und in Abbildung 5.2 schematisch dargestellte Aufbau des breitbandingen FT-ICR-Nachweissystems vorgeschlagen, mit dem Ziel das Potential für störende Einkopplungen und gleichzeitig die parasitäre Kapazität des Nachweiskreises deutlich zu reduzieren.

Daher wird das von den gespeicherten Ionen in den großen Segmenten der Ringelektrode influenzierte Signal in einen direkt an der Falle angebrachten kryogenen Vorverstärker mit sehr ho-



Abbildung 5.2: Schematischer Aufbau des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems – Beim Vergleich mit Abbildung 3.6 fällt auf, dass das Ionensignal hier nicht symmetrisch als Spannungsdifferenz zwischen zwei gegenüberliegenden Elektrodensegmenten sondern als Spannung eines einzelnen Elektrodensegments gegen Masse abgegriffen wird. Lässt man von außen in das System einkoppelnde Untergrundsignal außer acht, sind beide Situationen hinsichtlich der Signalamplitude und des Signal-Rausch-Verhältnisses nichtsdestotrotz äquivalent.

hem Eingangswiderstand, kleiner Eingangskapazität, einem im Frequenzbereich etwa von 1 kHz bis 5 MHz frequenzunabhängigen Spannungsverstärkungfaktor von ca. 7 bis 8 bei hochohmiger Last und sehr geringem Eigenrauschen von weniger als $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ gespeist. Die Eigenschaften des Vorverstärkers bestimmen maßgeblich das mit dem gesamten System erreichbare Signal-Rausch-Verhältnis. Ursprünglich wurde dieser Verstärker von Sven Sturm für den Einsatz bei einer Temperatur von 4 K am Experiment zur Messung des magnetischen Moments des gebundenen Elektrons in wasserstoffähnlichem Calcium [SSB+09] entwickelt. Der erste Schritt des experimentellen Teils der vorliegenden Arbeit bestand darin, die äußeren Abmessungen der Leiterplatte sowie die Anordnung der Bauelemente des Verstärkers an die gegebenen Platzverhältnisse für den Einsatz bei TRIGA-TRAP anzupassen. Der Aufbau des kryogenen Vorverstärkers wird in Abschnitt 5.1 im Detail erläutert, seine Anbindung an die Ringelektrodensegmente der Reinigungsfalle in Abschnitt 5.2.

Auf den kryogenen Vorverstärker folgt als zweite Verstärkerstufe bei Raumtemperatur ein Verstärker vom Typ SA-220F5 des Herstellers "NF Corporation". Dieses Modell besitzt im Frequenzintervall von 1 kHz bis 10 MHz einen näherungsweise konstanten Spannungsverstärkungsfaktor von 200 bei einem extrem geringen Spannungsrauschen von weniger als $0.5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ und einem Stromrauschen von weniger als $200 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, wie man sowohl seinem Datenblatt als auch den in [Rep08] dokumentierten Tests entnehmen kann. Der Eingangswiderstand des Verstärkers beträgt 1 M\Omega , seine Eingangskapazität ca. 57 pF, sein Ausgangswiderstand 50 Ω .

Im letzten Schritt der analogen Signalverarbeitung wird das verstärkte Ionensignal durch Mischung mit einem lokalen Oszillatorsignal und anschließender Filterung in den der Datenerfassungskarte NI-PCI-4551 von "National Instruments" zugänglichen Frequenzbereich von maximal 102,4 kHz umgesetzt (siehe Unterabschnitt 3.2.4). Mittels eines mit dieser Karte ausgestatteten PC wird das analoge Ionensignal digitalisiert. Die unmittelbar folgende schnelle diskrete Fouriertransformation (engl.: *"fast Fourier-transform"*, FFT) wird mittels eines Computerprogramms durchgeführt.



Abbildung 5.3: Energetische Lage typischer Elektronendonatoren im Niveauschema von Silicium und Galliumarsenid – Alle Bandlücken sind in meV ausgedrückt und gelten für eine Temperatur von 300 K [Mad04]. Beim Übergang zu tiefen Temperaturen kommt es mitunter zu Niveauverschiebungen.

5.1 Der kryogene Vorverstärker

Vor der Diskussion des Vorverstärkers selbst sind einige Anmerkungen zu den verwendeten Transistoren zu machen. Da die elektrischen Eigenschaften von Halbleitern einer starken Temperaturabhängigkeit unterworfen sind, stellt die Betriebstauglichkeit bei kryogenen Temperaturen eine besondere Anforderung an einen Transistor dar. Die Leitfähigkeit σ eines Materials ist allgemein durch das Produkt aus Elementarladung e, Ladungsträgermobilität μ und Ladungsträgerdichte *n* gegeben:

$$\sigma = e \,\mu \, n \quad . \tag{5.1}$$

Bei tiefen Temperaturen lässt sich die Majoritätsladungsträgerdichte durch

$$n = \sqrt{N_c (N_d - N_a)/2} \exp(-E_d/2k_{\rm B}T)$$
(5.2)

ausdrücken [Lee89], wobei N_d , N_a und N_c die Dichten von Donatoren, Akzeptoren und Leitungselektronen aus dem Valenzband bezeichnen. Man beachte, dass die Energielücke E_d zwischen Leitungsband und Donatorniveau exponentiell in die Majoritätsladungsträgerdichte eingeht und mit wachsender Dotierungsdichte kleiner wird. Die Ionisierungsenergie von zur Dotierung von Silicium üblichen Elektronendonatoren beträgt etwa 40–50 meV. Daher kommt es in einem n-dotierten Siliciumhalbleiter bei Temperaturen von weniger als 100 K zum beinahe vollständigen "Ausfrieren" der Ladungsträger, wodurch die Leitfähigkeit so stark zurückgeht, dass herkömmliche Siliciumtransistoren bei diesen Temperaturen ihre Funktionstüchtigkeit verlieren. Im Verbindungshalbleiter Galliumarsenid (GaAs) sind die Ionisierungsenergien geeigneter Donatoratome mit ca. 6 meV deutlich kleiner, so dass auch bei Temperaturen von weniger als 4 K eine für den Betrieb ausreichende Leitfähigkeit erhalten bleibt. Abbildung 5.3 zeigt eine Gegenüberstellung der Donator-Ionisierungsenergien in Silicium und Galliumarsenid [Mad04].

Ein weiteres Merkmal, in dem sich Galliumarsenid von Silicium unterscheidet, ist die deutlich höhere Elektronenmobilität, welche Galliumarsenid für Anwendungen in der Hochfrequenz- und



Abbildung 5.4: Schematischer Aufbau eines n-Kanal-MeSFET

Mikrowellentechnik bei Frequenzen von bis zu vielen Gigahertz besonders geeignet macht. Von dieser Eigenschaft kann das breitbandige FT-ICR-Nachweissystem allerdings nicht profitieren, da sein Arbeitsbereich bei wesentlich kleineren Frequenzen von etwa einem Megahertz liegt. Eine sehr hohe Elektronenmobilität wirkt sich im Gegenteil sogar nachteilig aus, weil sie zu kleineren Zeitkonstanten der das 1/f-Rauschen verursachenden Prozesse und somit zu einer höheren Grenzfrequenz und verstärktem Rauschen bei tiefen Frequenzen führt [Lee89]. Als weitere kryotaugliche Optionen kommen exotische Materialien wie z.B. Silicium oder Silicum-Germanium mit extrem hoher Dotierungsdichte in Frage, die jedoch wegen fehlender Anwendungsgebiete kaum verfügbar sind.

Aus den genannten Gründen kommen beim kryogenen Vorverstärker Metall-Halbleiter-Feldeffekttransistoren (engl.: "metal semiconductor field effect transistors", MeSFET) aus Galliumarsenid zum Einsatz. Wie jeder Feldeffekttransistor (FET) besitzt ein MeSFET drei Anschlüsse, die als Source (engl. für "Quelle"), Gate (engl. für "Tor") und Drain (engl. für "Senke") bezeichnet werden und funktionell den Anschlüssen Emitter, Basis und Kollektor beim Bipolartransistor entsprechen. Dabei wird der bei einer gegebenen Spannung von Drain zu Source durch den FET fließende Strom mittels der zwischen Gate und Source anliegenden Spannung gesteuert. Bei einem MeSFET handelt es sich um einen speziellen Typ eines Feldeffekttransistors, bei dem das Gate durch einen Metall-Halbleiter-Übergang realisiert ist, der eine sehr geringe Kapazität besitzt. Der schematische Aufbau eines n-Kanal-MeSFET ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Als Grundlage dient ein als Substrat bezeichneter schwach p-dotierter GaAs-Einkristall, der mit einer schwach n-dotierten Oberflächenschicht versehen ist. Zwei zusätzliche stark n-dotierte Gebiete (n⁺) stellen die Verbindung zum Source- bzw. Drain-Anschluss her, während das Gate als dünne Metallschicht in dem Bereich zwischen Source und Drain auf die schwach n-dotierte Oberfläche aufgebracht ist. Hierbei ist das Metall so gewählt, dass es eine größere Austrittsarbeit als das Halbleitermaterial besitzt, so dasss sich am Metall-Halbleiter-Übergang des Gate eine als Schottky-Barriere bezeichnete Sperrschicht ausbildet, weil die an der Halbleiteroberfläche vorhandenen Elektronen ins Metall abfließen und eine an Ladungsträgern verarmte Randzone zurücklassen. Im spannungslosen Zustand ist diese Sperrschicht so klein, dass sie den Stromfluss durch das unter dem Gate liegende n-dotierte Gebiet nicht beeinflusst. MeSFET sind daher selbstleitend. Durch eine negative Spannung am Gate-Anschluss lässt sich die Schottky-Barriere allerdings weiter ausdehnen, so dass die Leitfähigkeit des unter dem Gate liegenden n-Kanals abnimmt. Ausgehend von einem Arbeitspunkt bei einer moderaten negativen Spannung von etwa einem Volt wächst der durch den Transistor fließende Strom in einem gewissen Bereich annähernd linear mit der zwischen Gate und Source anliegenden Spannung.

Der kryogene Vorverstärker setzt sich aus insgesamt drei solcher n-Kanal-MeSFET zusammen. Sein Schaltbild ist in Abbildung 5.5 gezeigt. Der Eingangstransistor T1 in Source-Schaltung¹ bestimmt seine wesentlichen äußeren Eigenschaften wie Eingangswiderstand, Eingangskapazität,

¹Die Transistorgrundschaltungen werden nach dem auf konstantem Potential gehaltenen Anschluss benannt.



Abbildung 5.5: Schaltbild des kryogenen Vorverstärkers – Alle für den Betrieb des Vorverstärkers wesentlichen Komponenten befinden sich in den rot gestrichelten Kästen. Die blau gestrichelten Kästen beinhalten lediglich Tiefpassfilter zur Glättung der Versorgungsspannungen. Die in Grün eingezeichneten Widerstände besitzen einen Kennwert von $10 M\Omega$ und dienen lediglich dazu, die Transistoren vor Beschädigung zu schützen, indem sie die die Gate-Anschlüsse auf einem definierten Potential halten, wenn diese gerade nicht mit einer Spannungsquelle verbunden sind. Die gesamte Schaltung arbeitet bei einer Temperatur von 77 K.


Abbildung 5.6: n-Kanal-MeSFET in Source-Schaltung als invertierender Verstärker – Der Hauptweg des Drain-Stroms ist rot markiert. Die parsitäre Kapazität zwischen Gate und Drain des Transistors ist in Grau dargestellt.

Spannungsverstärkung und Eigenrauschen. Es handelt sich um einen Transistor des Typs NE25139 von "NEC". Für die beiden folgenden Stufen des Vorverstärkers wird der Typ 3SK124 vom gleichen Hersteller verwendet. Die Kapazität C_1 entkoppelt den Gleichstromanteil des Eingangssignals vom Gate-Anschluss. Durch eine an Gate1-Bias angelegte negative Spannung wird der Arbeitspunkt des Transistors festgelegt. Der Widerstand R_1 verhindert dabei die Nivellierung des Wechselstromanteils des Eingangssignals. Zusammen mit einem zweiten Transistor T2 in Gate-Schaltung bildet T1 eine sogenannte **Kaskode**. Der Zweck dieser speziellen Schaltung liegt in der Vermeidung einer durch den Miller-Effekt erhöhten effektiven Eingangskapazität von T1.

Zum Verständnis der Funktionsweise einer Kaskode betrachtet man zunächst einen einfachen durch einen einzelnen n-Kanal-MeSFET in Source-Schaltung realisierten invertierenden Verstärker, wie er in Abbildung 5.6 dargestellt ist. Die Funktion der Kapazität C_1 und des Widerstands R_1 wurde oben bereits erklärt. Der Drain-Anschluss des Transistors ist über den Drain-Widerstand R_2 mit einer positiven Versorgungsspannung verbunden. Der Drain-Strom fließt durch diesen Widerstand in den Transistor, anschließend vom Source-Anschluss zur Masse und ruft dabei am Drain-Widerstand einen Spannungsabfall hervor, der sich proportional zur Stromstärke verhält und daher mit der Gate-Source-Spannung wächst. Dahingegen verhält sich die Drain-Spannung, die gleichzeitig die Ausgangsspannung des Verstärkers darstellt, der Spannungsteilerregel entsprechend gerade umgekehrt, weshalb diese Schaltung als invertierender Verstärker bezeichnet wird. Wenn A_v die negative Spannungsverstärkung dieser Schaltung bezeichnet,

$$U_a = A_v U_e = -|A_v| U_e \quad , (5.3)$$

lautet die Spannungsdifferenz zwischen Gate und Drain:

$$U = U_e - U_a = (1 + |A_v|)U_e \quad . \tag{5.4}$$

Nun besitzt der Gate-Anschluss eines Feldeffekttransistors stets eine gewisse intrinsisch parasitäre Kapazität C_{GD} gegen Drain, die eine endliche Impedanz $Z = 1/(i\omega C_{\text{GD}})$ darstellt und zulässt, dass

durch das Gate ein kleiner Strom

$$I_e = \frac{U}{Z} = i\omega C_{\rm GD} (1 + |A_v|) U_e \tag{5.5}$$

fließt. Für die effektive Eingangsimpedan
z \mathbb{Z}_e des Transistors folgt daraus:

$$Z_{e} = \frac{U_{e}}{I_{e}} = \frac{1}{i\omega C_{\rm GD}(1+|A_{v}|)} = \frac{1}{i\omega C_{M}}$$
(5.6)

mit der Miller-Kapazität

$$C_M := C_{\rm GD}(1 + |A_v|) \quad . \tag{5.7}$$

Die intrische parasitäre Kapazität zwischen Gate und Drain erscheint in dieser Schaltung somit als Miller-Kapazität um den Faktor $(1+|A_v|)$ vergrößert und setzt dementsprechend die Eingangskapazität des Verstärkers herauf. Um diesen für das breitbandige FT-ICR-Nachweissystem höchst nachteiligen Effekt zu vermeiden, ersetzt man den Drain-Widerstand von T1 durch die Gate-Schaltung mit Transistor T2 (siehe Abbildung 5.5). Eine Gate-Schaltung besitzt einen sehr kleinen Eingangswiderstand, so dass die Drain-Spannung von T1 nahezu konstant auf einem kleinen Wert gehalten wird und sich nur der Drain-Strom in Abhängigkeit von der Gate-Source-Spannung verändert. Auf diese Weise wird am Eingangstransistor T1 ein großer Spannungsabfall zwischen Gate und Drain verhindert. Der vom nun hinter T2 liegenden Drain-Widerstand hervorgerufene Spannungsabfall tritt stattdessen zwischen Source und Drain von T2 auf, wo er sich wegen der erheblich kleineren parasitären Kapazität $C_{\rm SD}$ nicht negativ auswirkt. Die Kaskode besitzt folglich eine im Vergleich zu einer einfachen Source-Schaltung wesentlich geringere Eingangskapazität.

Sowohl eine Source-Schaltung als auch eine Kaskode besitzt jedoch einen sehr großen Ausgangswiderstand, was bedeutet, dass ihr Ausgang kaum mit einem Verbraucher, in diesem konkreten Fall der Raumtemperaturverstärkerstufe, belastet werden kann. Abhilfe schafft hier ein dritter Transistor T3 in Drain-Schaltung, die sich durch einen hohen Eingangswiderstand und einen relativ kleinen Ausgangswiderstand auszeichnet. Eine Drain-Schaltung besitzt einen Spannungsverstärkungsfaktor von etwa 1, und stellt deshalb lediglich einen Impedanzwandler dar. Weil die Source-Spannung annähernd der Gate-Spannung folgt, wird diese Schaltung auch als **Source-Folger** bezeichnet. Der Widerstand R_3 legt hier den Arbeitspunkt von T3 fest. Der Spannungsabfall über R_4 definiert das Ausgangssignal. Ausführliche Beschreibungen der Funktionsweise von Halbleiterbauelementen und der aus ihnen aufgebauten Schaltungen findet man in [HH89] und [TSG09].

Kaskode und Source-Folger bilden zusammen einen Verstärker mit hohem Eingangswiderstand, kleiner Eingangskapazität und moderatem Ausgangswiderstand. Die Spannungsverstärkung ist von der Steilheit der Kennlinie des Eingangstransistors abhängig und lässt sich erhöhen, indem man an dieser Stelle mehrere Transistoren in Parallelschaltung einsetzt. Da das Spannungsrauschen des Verstärkereingangs sich in etwa umgekehrt proportional zur Wurzel der zur Verfügung stehenden Gate-Fläche verhält, verbessert sich dabei auch das Rauschverhalten des Verstärkers. Gleichzeitig nimmt allerdings die Eingangskapazität ungefähr proportional zur Gate-Fläche zu. Wenn man berücksichtigt, dass zur Eingangskapazität des kryogenen Vorverstärkers noch die parasitären Kapazitäten der Fallenelektroden und der Verbindungskabel hinzukommen, ergibt sich so eine optimale Anzahl an parallelen Transistoren zur Minimierung des Signal-Rausch-Verhältnisses des gesamten Nachweissystems (siehe Gleichung (3.50)). Für den Einsatz am breitbandigen FT-ICR-Nachweissystem wurde die Anzahl auf 2 festgelegt, da sich dies bei dem Experiment, für welches der Vorverstärker zum Einsatz an einer Falle mit vergleichbarer Kapazität ursprünglich entwickelt wurde, bewährt hat. Mit der Anzahl der Eingangstransistoren wächst außerdem auch die im Vorverstärker dissipierte Leistung, so dass er sich schneller erwärmt. Obwohl die vom Vorverstärker abgegebene Wärme beim Betrieb bei einer Temperatur von 77 K einen weit weniger kritischen Faktor darstellt als bei T = 4 K und bei TRIGA-TRAP ein großes Stickstoffreservoir vorhanden ist, sollte man stets bemüht sein, diese möglichst gering zu halten, weil auch geringe Temperaturschwankungen zur Verschiebungen der Transistorkennlinien führen und den stabilen Betrieb des kryogenen Vorverstärkers erschweren.

5.2 Anbindung an die Reinigungsfalle

Auch während der Detektion influenzierter Spiegelströme müssen die für den breitbandigen FT-ICR-Nachweis verwendeten Segmente der Ringelektrode stets mit einer Gleichspannung versorgt werden, um ein harmonisches Fallenpotential und somit die Funktion der Falle zu gewährleisten. Gleichzeitig muss der Wechselstromanteil des Ionensignals natürlich von der Gleichspannungsquelle entkoppelt bleiben, damit ein FT-ICR-Nachweis überhaupt möglich ist. Dies wird mit der in Abbildung 5.7 dargestellten Schaltung erreicht. Die zentrale Rolle spielt dabei der Widerstand R_0 , welcher zusammen mit einem Tiefpassfilter zur Glättung der Ringelektrodenspannung auf der gleichen Leiterplatte wie der kryogene Vorverstärker Platz findet. Der Widerstand $R_0 = 500 \,\mathrm{k\Omega}$ sorgt dafür, dass die beiden durch ihn miteinander verbundenen Fallenelektroden auf großen Zeitskalen auf gleichem Potential gehalten werden, und stellt gleichzeitig sicher, dass sich der Scheinwiderstand zwischen den Fallenelektroden für Wechselströme mit im relevanten Bereich von $0.4-2 \,\mathrm{MHz}$ liegenden Frequenzen nicht wesentlich verringert, wie durch eine einfache Rechnung gezeigt werden kann. Dazu berechnet man den Betrag der Impedanz nach Gleichung (3.24) für $R = 500 \,\mathrm{k\Omega}$, die kleinste relevante Frequenz $\omega = 2\pi \cdot 0.4$ MHz und die äußert klein abgeschätze Kapazität $C = 10 \,\mathrm{pF}$ und erhält mit $|Z| = 39663 \Omega$ einen nur unwesentlich kleineren Wert als für den Fall mit unendlich hohem ohmschen Widerstand (siehe Gleichung (3.26)), der $|Z| = 39739 \Omega$ liefert. Für höhere Frequenzen und größere Kapazitäten wird der Beitrag von R_0 zum Scheinwiderstand noch geringer. Die Versorgungsspannung wird mit Hilfe von zwei Tiefpassfiltern mit sehr niedriger Grenzfrequenz von weniger als 100 Hz, einem bei Raumtemperatur und dem zweiten kryogenen auf der Vorverstärkerplatine, weitestgehend von hochfrequenten Wechselspannungsanteilen befreit, die den FT-ICR-Nachweis stören könnten.

Um die parasitäre Kapazität des Nachweiskreises so klein wie möglich zu halten, sind die Kabelwege von den Ringelektrodensegmenten zum kryogenen Vorverstärker zu minimieren. Daher wurde er am Fallenturm direkt über der Reinigungsfalle angebracht. Um die Leiterplatte, auf welche der Vorverstärker aufgelötet ist, in Position zu halten, wurden die beiden in Abbildung 5.8 dargestellten Ringe aus sauerstofffreiem OFHC-Kupfer hergestellt. Diese Ringe dienen neben der mechanischen Fixierung auch der Herstellung der Masseverbindung des kryogenen Vorverstärkers und verbinden ihn auch thermisch mit dem Fallenturm, so dass er zusammen mit den beiden Fallen auf T = 77 K abgekühlt wird. Abbildung 5.9 zeigt den an der Falle installierten Vorverstärker. Das Ausgangssignal des Vorverstärkers wird über ein etwa 1 Meter langes kryogeeignetes Koaxialkabel, dessen Außenleiter nicht von der Masse der Vakuumappartur isoliert ist, zusammen mit den zur Versorgung des Verstärkers benötigten Betriebsspannungen zu einer Vakkumdurchführung geführt, auf deren Luftseite der Raumtemperaturverstärker angeschlossen ist.



Abbildung 5.7: Schaltbild der Anbindung des kryogenen Vorverstärkers an die Ringelektrodensegmente der Reinigungsfalle – Die blau gestrichelten Kästen markieren die beiden Tiefpassfilter zur Glättung der Versorgungsspannung der Ringelektrodensegmente. Eine in für negative Ringelektrodenspannungen in Sperrrichtung geschaltete Zener-Diode soll den kryogenen Vorverstärker vor Beschädigung durch eine versehentlich zu hoch angelegte Versorgungsspannung schützen.



Abbildung 5.8: Die hier noch nicht bestückte Vorverstärkerplatine wird von zwei aus sauerstofffreiem OFHC-Kupfer hergestellten Ringen gehalten, die mit Aussparungen für die kurzen Kanten der Platine und Bohrungen für die Haltestäbe des Fallenturms versehen sind. Zusätzliche Fixierschrauben sollen eine gute elektrische und thermische Anbindung des Vorverstärkers an die Halteringe sicherstellen.



Abbildung 5.9: Der Vorverstärker an der Reinigungsfalle

Teil III

Messungen und Ergebnisse

Kapitel 6

Test des kryogenen Vorverstärkers

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Messungen präsentiert, die den Aufbau und die Inbetriebnahme des beim breitbandigen FT-ICR-Nachweissystem eingesetzten kryogenen Vorverstärkers begleiteten. Die an den Vorverstärker gestellten Anforderungen wurden in Unterabschnitt 3.2.1 abgeleitet und sind im Folgenden noch einmal zusammengefasst:

- Die Verstärkung sollte so groß sein, dass alle unerwünschten Untergrundsignale, die in den übrigen Komponenten des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems auftreten, keine wesentlichen Beiträge zur Minderung des Signal-Rausch-Verhältnisses leisten (siehe Gleichung (3.47)). Da der Raumtemperaturverstärker NF SA-220F5 einen sehr hohen Verstärkungsfaktor¹ von G = 200 besitzt, sind von den auf diese zweite Verstärkerstufe folgenden Komponenten des Systems keine nennenswerten Beiträge zum Gesamtrauschen zu erwarten. Daher sind hier vor allem das Eigenrauschen des Raumtemperaturverstärkers und auf dem Kabelweg vom kryogenen Vorverstärker zum Raumtemperaturverstärker einkoppelnde Störsignale zu berücksichtigen (siehe Abbildung 5.2).
- Da das Signal-Rausch-Verhältnis eines Ionensignals sich umgekehrt proportional zum Quadrat der parasitären Kapazität des Nachweiskreises verhält (siehe Gleichung (3.50)), sollte die Eingangskapazität des Vorverstärkers so klein sein, dass sie die gesamte parasitäre Kapazität des sich aus Falle, Verbindungskabeln und Verstärker zusammensetzenden Nachweiskreises nicht dominiert.
- Der ohmsche **Eingangswiderstand** sollte so groß sein, dass sein Beitrag zur Impedanz des Nachweiskreises im Vergleich zum Beitrag der parasitären Kapazität vernachlässigbar ist (siehe Gleichung (3.26)). Nur unter dieser Vorraussetzung ist die Amplitude des durch die Ionenbewegung in den großen Ringelektrodensegmenten influenzierten Signals frequenzunabhängig (siehe Gleichung (3.28)).
- Der Vorverstärker sollte ein möglichst geringes Eigenrauschen aufweisen, da das Signal-Rausch-Verhältnis des Nachweises empfindlich von diesem abhängt (siehe Gleichung (3.50)). Die Rauscheigenschaften des Vorverstärkers legen eine obere Schranke für die Sensitivität des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems fest.

Bei Rauschmesssungen an als besonders rauscharm konzipierten Geräten ist ein besonderes Augenmerk auf die Rauscheigenschaften der dabei verwendeten Messgeräte zu richten. Daher wurde

¹Hier und im Folgenden ist unter der Verstärkung stets die Spannungsverstärkung zu verstehen.



Abbildung 6.1: Schaltbild zur Messung des Eigenrauschens des Spektrumanalysators



Abbildung 6.2: Eigenrauschen des Spektrumanalysators Agilent N1996A-506 – Links ist das volle Frequenzintervall der Messung (bis 10 MHz) gezeigt. Der für den breitbandigen FT-ICR-Nachweis relevante Bereich des Frequenzspektrums (bis 2 MHz) ist rechts noch einmal vergrößert dargestellt. Diese Anordnung wird im Folgenden noch häufiger verwendet. Die spektrale Dichte des weißen Rauschens beträgt ca. $25 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$.

zu allererst das Eigenrauschen des bei allen Rauschmessungen eingesetzten Spektrumanalysators N1996A-506 von "Agilent Technologies" bestimmt. Um zu verhindern, dass bei einer Eigenrauschmessung äußere Signale über den offenen Eingang ins Gerät einkoppeln, schließt man diesen üblicherweise mit einem 50- Ω -Widerstand ab, wie in Abbildung 6.1 gezeigt. Bei der Rauschmessung wurde, wie auch bei allen folgenden Messungen mit dem Spektrumanalysator, das Frequenzintervall von 0,1–10 MHz gewählt, welches den für das breitbandige FT-ICR-Nachweissystem relevanten Frequenzbereich von 0,4–2 MHz einschließt. Das Ergebnis dieser Eigenrauschmessung ist in Abbildung 6.2 zu sehen. Man erkennt weißes Rauschen mit einer spektralen Dichte von ca. $25 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, 1/f-Rauschen mit einer Grenzfrequenz² von ca. 1 MHz und etwa gleichmäßig über das Spektrum verteilte Spitzen von bis zu $100 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Diesen Werten gegenüber ist das nach Gleichung (3.36) für eine Temperatur von $300 \,\mathrm{K}$ berechnete thermische Rauschen des 50- Ω -Abschlusswiderstands von $0.9 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ vernachlässigbar. Dies bedeuetet gleichzeitig, dass sich der Spektrumanalysator allein nicht für Rauschmessungen am kryogenen Vorverstärker eignet, weil von diesem ein Eigenrauschen von weniger als $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ erwartet wird und bei einem Verstärkungsfaktor von ca. 7 das resultierende Ausgangsrauschen mit ungefähr $7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ deutlich unter dem Eigenrauschen des Spektrumanalysators liegt. Zwar lassen sich die Ergebnisse solcher Messungen unter Berücksichtung der quadratischen Aufsummierung unkorrelierter Rauschspannungen rechnerisch um das zuvor ver-

 $^{^2 {\}rm Zur}$ Definition der Grenzfrequenz von 1/f-Rauschen: siehe Abbildung 3.12.



Abbildung 6.3: Schaltbild zur Messung des Eigenrauschens des Raumtemperaturverstärkers



Abbildung 6.4: Eigenrauschen des Raumtemperaturverstärkers NF SA-220F5 – Die spektrale Dichte des weißen Rauschens beträgt ca. $0.3\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$

messene Eigenrauschen des Spektrumanalysators korrigieren, doch ist die relative Genauigkeit der Ergebnisse bei einem derartigen Missverhältnis von Messwert und Korrektur stark eingeschränkt.

Daher wurde bei den Rauschmessungen am Vorverstärker der auch als zweite Verstärkerstufe des breitbandingen FT-ICR-Nachweissystems vorgesehene Raumtemperaturverstärker NF SA-220F5 als Eingangsverstärker des Spektrumanalysators eingesetzt. Dessen hohe Verstärkung von G = 200 sorgt dafür, dass ein Ausgangsrauschen des kryogenen Vorverstärkers von 7 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ auf $1.4 \,\mu V/\sqrt{Hz}$ am Eingang des Spektrumanalysators verstärkt wird, während sein geringes Eigenrauschen von weniger als $0.5 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ den Wert von $7 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ nur geringfügig vergrößert. Nichtsdestotrotz sollte auch das vom Raumtemperaturverstärker eingeführte Eigenrauschen in die Korrektur einbezogen werden, weshalb es mittels des in Abbildung 6.3 dargestellten Aufbaus bestimmt wurde. Während der Eigenrauschmessung am Raumtemperaturverstärker wurde sein Eingang nicht mit einem 50-Ω-Widerstand abgeschlossen, sondern offen gelassen, weil bei einem erwarteten Eigenrauschen von nur $0.5 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ durch das thermische Rauschen eines 50- Ω -Widerstands das Ergebnis deutlich verfälscht worden wäre. Dieser Messung ging allerdings noch die Prüfung der allgemeinen Funktionstüchtigkeit durch Verifikation des Verstärkungsfaktors G = 200 bei einer Frequenz von 100 kHz voraus. Der Aufbau hierfür entsprach dem in Abbildung 6.7 zur Bestimmung der Verstärkung des Vorverstärkers gezeigten. Der Frequenzgang des Raumtemperaturverstärkers wurde nicht bestimmt, da dies bereits in [Rep08] durchgeführt wurde und im betrachteten Frequenzintervall ein durchgehend konstanter Verstärkungsfaktor gegeben ist. Das in Abbildung 6.4 gezeigte Spektrum ist bereits um das Eigenrauschen des Spektrumanalysators korriert. Dazu wurde die spektrale Dichte gemäß

$$e_{\text{tot}} = \sqrt{e_v^2 G^2 + e_{\text{ana}}^2} \qquad \Rightarrow \qquad e_v = \sqrt{\left(e_{\text{tot}}^2 - e_{\text{ana}}^2\right)/G^2}$$
(6.1)

für jeden Messpunkt des Spektrums berechnet. e_{tot} bezeichnet hierbei die gesamte am Spektrumanalysator anliegende Rauschdichte, e_{ana} das Eigenrauschen des Spektrumanalysators (siehe Abbildung 6.2) und e_v das Rauschen des Raumtemperaturverstärkers. Die spektrale Dichte des thermischen Rauschens beträgt ca. $0.3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, die Grenzfrequenz des 1/f-Rausches ca. 700 kHz. Dass die über das Spektrum verteilten Spitzen eine sehr ähnliche Verteilung besitzen wie die im in Abbildung 6.2 gezeigten Eigenrauschspektrum des Spektrumanalysators selbst, ist nicht überrauschend, da es sich hierbei in Wahrheit um die gleichen nicht vollständig korrigierten äußeren Einkopplungen handeln muss. Daraus folgt auch, dass über den tatsächlichen Beitrag des Raumtemperaturverstärkers zum 1/f-Rauschen kaum eine Aussage möglich ist. Das Eigenrauschen des Spektrumanalysators ist dafür in diesem Frequenzbereich zu groß.

6.1 Verstärkung und Frequenzgang

Vor der Installation des Vorverstärkers an der Reinigungsfalle wurden seine wichtigsten charakteristischen Eigenschaften bei Raumtemperatur und einer Temperatur von 77K bestimmt. Die Versorgungsspannungen des Vorverstärkers wurden dabei von einem linearen Labornetzgerät VLP-2403pro von "Voltcraft" bereitgestellt. Des Weiteren kamen ein Funktionsgenerator des Typs SRS DS345 von "Stanford Research Systems" und ein Oszilloskop TDS2024B von "Tektronix" zum Einsatz.

Während es für die Raumtemperaturmessungen ausreichend war, den Vorverstärker zum Schutz vor externen Störsignalen in einem einfachen Aluminiumgehäuse unterzubringen, musste für die Messungen bei $T = 77 \,\mathrm{K}$ ein größerer Aufwand betrieben werden. Zu diesem Zweck wurde der in Abbildung 6.5 skizzierte Teststand aufgebaut. Der Vorverstärker befand sich für die kryogenen Tests in einem evakuierten Messingzylinder, welcher in einem großen mit flüssigem Stickstoff gefüllten Dewar-Gefäß versenkt wurde. Die zur Versorgung des Vorverstärkers notwendigen Kabel sowie die Kabel für Ein- und Ausgangssignal verliefen durch ein Edelstahlrohr bis zu einer Vakuumdurchführung. Für die Gleichspannungsversorgung wurden die gleichen teflonisolierten eindrahtigen Kupferkabel verwendet, die auch im Vakuumaufbau des TRIGA-TRAP-Experiments vielerorts zu finden sind. Die Übertragung der Signale findet hingegen durch spezielle, für den Kryobereich geeignete Koaxialkabel ohne äußeren Isolator statt. Zur Vermeidung von Kondensation und Eisbildung musste der Testaufbau nach der Entnahme aus dem Dewar-Gefäß stets zunächst erwärmt werden, bevor er belüftet werden konnte. Abbildung 6.6 zeigt den Teststand außerhalb des Dewar-Gefäßes mit dem geöffneten Messingzylinder. Messing besitzt ein hohe Wärmeleitfähigkeit und lässt sich mechanisch leicht verarbeiten und wurde deshalb als Material für den Testbehälter gewählt. Die geringere Wärmeleitfähigkeit des Edelstahlrohrs sorgt für eine gewisse thermische Isolation des sich auf Raumtemperatur befindlichen oberen Teils des Testaufbaus mit den elektrischen Durchführungen und verhindert so, dass diese an der Luft vereisen.



Abbildung 6.5: Schematischer Aufbau des 77-K-Teststands – Das evakuierte Volumen ist blau umrahmt. Die grün markierten Isolatoren entkoppeln den im Teststand befindlichen Vorverstärker elektrisch vom Dewar-Gefäß und der Vakuumpumpe und reduzieren so unerwünschte in die Masse des Vorverstärkers einkoppelnde Störsignale und eine Masseschleife über den Erdleiter der Vakuumpumpe.



Abbildung 6.6: Der 77-K-Teststand – Der Hohlzylinder, in welchem sich der zu testende Vorverstärker befindet, ist aus Messing gefertigt, weil es eine hohe Wärmeleitfähigkeit besitzt. Für eine optimale thermische Anbindung ist der Vorverstärker flach auf einer mit dem Verschlussdeckel verbundenen Messingplatte befestigt.



Abbildung 6.7: Schaltbild zur Bestimmung der Verstärkung des Vorverstärkers

Die Messung der Verstärkung und des Frequenzgangs des Vorverstärkers wurde mit Hilfe der in Abbildung 6.7 dargestellten Schaltung durchgeführt. Das sinusförmige Eingangssignal des Vorverstärkers hatte eine Amplitude von 10 mV. Das Ausgangssignal wurde zusammen mit dem Eingangssignal gleichzeitig mit dem Oszilloskop beobachtet, deren Amplituden wurden abgelesen und notiert. Der Verstärkungsfaktor ergibt sich aus dieser Messung durch Bildung des Verhältnisses der Amplitude des Ausgangssignals zur Amplitude des Eingangssignals.

Vor der Aufnahme eines Frequenzgangs wurde mit den Versorgungsspannungen des Vorverstärkers experimentiert, um einen Arbeitspunkt mit möglichst hoher Verstärkung zu finden. Die Ausgangs- und Orientierungswerte stammten dabei von den Erfahrungen mit diesem Vorverstärker am Experiment zur Messung des magnetischen Moments des gebundenen Elektrons in wasserstoffähnlichem Calcium [SSB⁺09]. Beim Ausprobieren verschiedener Gate-Bias-Spannungen zeigte sich, dass die Verstärkung vor allem in Abhängigkeit von der Gate1-Bias-Spannung ein relativ scharf ausgeprägtes Maximum besitzt. Die Drain-Spannung wurde auf nicht mehr als 4 mV festgelegt, weil der bei dieser Spannung fließende Drain-Strom von etwa 4 mA zu einer im Kryobereich bereits relativ großen Verlustleistung von 16 mW führte, die später durch das 77-K-Stickstoffreservoir abgeführt werden müsste. Schließlich wurden die in Tabelle 6.1 aufgelisteten Werte für den Betrieb bei Raumtemperatur und $T = 77 \,\mathrm{K}$ festgelegt. Der Gate3-Anschluss wurde der Einfachheit halber permanent mit der Signalmasse verlötet, um eine äußere Versorgungsspannung einzusparen. Diese Werte gelten für den später an der Reinigungsfalle installierten Vorverstärker. Im Laufe dieser Arbeit war es jedoch nötig, mehrere Exemplare des Vorverstärkers aufzubauen und zu testen, wobei festgestellt wurde, dass die optimalen Betriebsspannungen derart empfindlich von den Bauteileigenschaften abhängen, dass auch zwei identisch aufgebaute Verstärker in der Regel nicht bei den gleichen Spannungen betrieben werden können. Es wurden beispielsweise Schwankungen der optimalen Gate1-Spannung um bis zu 50 mV beobachtet.

Tabelle 6.1: Versorgungsspannungen des Vorverstärkers bei Raumtemperatur und T = 77 K – Die an den Gate-Anschlüssen anliegenden Spannungen müssen bedingt durch die verwendeten n-Kanal-MeSFET stets negativ bleiben bzw. dürfen einen kleinen positiven Wert von ca. 300 mV nicht überschreiten, um die Transistoren nicht zu beschädigen.

Temperatur	$300\mathrm{K}$	$77\mathrm{K}$
Gate1-Bias	$^{-1,40}\mathrm{V}$	$-1,\!02\mathrm{V}$
Gate2-Bias	$\text{-}0,\!20\mathrm{V}$	$\text{-}0,\!20\mathrm{V}$
Gate3-Bias	$0\mathrm{V}$	$0 \mathrm{V}$
Drain-Versorgung	$4{,}00\mathrm{V}$	$4{,}00\mathrm{V}$



Abbildung 6.8: Frequenzgang des Vorverstärkers bei Raumtemperatur und T = 77 K– Im Frequenzbereich von 10 kHz bis 1MHz beträgt der Verstärkungsfaktor durchgehend etwa A = 8,5.

Nach der Festlegung des Arbeitspunktes wurde die Verstärkerung für verschiedene Frequenzen im Intervall von 20 Hz bis 20 MHz bestimmt, woraus sich der in Abbildung 6.8 gezeigte Frequenzgang ergab. Die Fehlerbalken folgen durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung aus den Amplitudenschwankungen am Oszilloskop. Im Frequenzbereich von 10 kHz bis 1 MHz besitzt der Vorverstärker sowohl bei Raumtemperatur als auch bei T = 77 K einen nahezu gleichbleibend hohen Verstärkungsfaktor von etwa A = 8,5. Bei kryogenen Temperaturen sind beide Abbruchkanten des Frequenzgangs zu niedrigeren Frequenzen hin verschoben. Trotzdem sinkt die Verstärkung auch bei T = 77 K bis zu einer Frequenz von 3 MHz nicht unter den Wert von A = 7,5, so dass dem kryogenen Vorverstärker die Tauglichkeit für den gesamten für TRIGA-TRAP relevanten Frequenzbereich von 0,4-2 MHz bescheinigt werden kann.

6.2 Eingangskapazität

Zur Bestimmung der Eingangskapazität wurde die in Abbildung 6.9 gezeigte Schaltung verwendet. Der Funktionsgenerator diente hier nicht der Erzeugung eines Sinussignals, sondern wurde als Generator für weißes Rauschen benutzt, welches bekanntlich harmonische Anteile aller Frequenzen enthält. Zusammen mit einem dem Eingang des Vorverstärkers in Reihe vorgeschalteten Widerstand R bildet die Eingangskapazität C einen Tiefpass (siehe Abbildung 6.10). Entsprechend der Spannungsteilerregel beträgt das Verhältnis der an der Kapazität C abfallenden Spannung U_a zur



Abbildung 6.9: Schaltbild zur Bestimmung der Eingangskapazität des Vorverstärkers



Abbildung 6.10: Passiver Tiefpass 1. Ordnung

über dem gesamten RC-Glied abfallenden Spannung U_e in komplexer Wechselstromrechnung

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{Z_C}{Z_C + R} = \frac{1}{1 + \mathrm{i}\omega CR} \quad . \tag{6.2}$$

Hierbei wurde der Ausdruck aus Gleichung (3.22) für die Impedanz Z_C der Kapazität C verwendet. Für das Verhältnis der zu den Amplituden proportionalen Effektivwerte ergibt sich

$$\frac{U_{a,\text{eff}}}{U_{e,\text{eff}}} = \left|\frac{U_a}{U_e}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \quad . \tag{6.3}$$

Mit der Grenzfrequenz

$$f_C = \frac{1}{2\pi CR} \quad , \tag{6.4}$$

bei welcher dieses Verhältnis den Wert $1/\sqrt{2}$ erreicht, lässt sich Gleichung (6.3) umschreiben:

$$\left|\frac{U_a}{U_e}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_C}\right)^2}} \quad . \tag{6.5}$$

Folglich lässt sich die Grenzfrequenz eines gegebenen Tiefpasses durch Anpassung dieses Ausdrucks an sein Transmissionsspektrum ermitteln. Die beteiligte Kapazität lässt sich aus dieser Grenzfrequenz leicht errechnen, wenn man den Wert des Widerstands kennt:

$$C = \frac{1}{2\pi R f_C} \quad . \tag{6.6}$$

Für diese konkrete Messung wurde der Wert des Widerstands von $R = 47 \,\mathrm{k\Omega}$ so gewählt, dass die Grenzfrequenz des bei einer erwarteten Eingangskapazität von etwa 10 pF entstehenden Tiefpasses in dem mit dem Spektrumanalysator gut zugänglichen Frequenzbereich von einigen hundert Kilohertz liegt. Ein ensprechender SMD-Widerstand wurde hierzu direkt auf die für den Signaleingang vorgesehene Lötfläche gelötet, da SMS-Schichtwiderstände eine deutlich geringere parasitäre Kapazität aufweisen als beispielsweise Drahtwiderstände. Der genaue Wert des Widerstands wurde mit einem Fluke 289 Digitalmultimeter zu $R = 47,2(1) \,\mathrm{k}\Omega$ bestimmt. Die gemessenen Transmissionsspektren der Tiefpassanordnung für Raumtemperatur und $T = 77 \,\mathrm{K}$ sind in Abbildung 6.11 gezeigt. Nach einem Rebinning zur Reduzierung der Anzahl der Datenpunkte wurde an die Messpunkte beider Datensätze jeweils der Ausdruck aus Gleichung 6.5 angepasst. Man erhält als Parameter der Anpassung jeweils einen hier uninteressanten Skalierungsfaktor c und eine Grenzfrequenz f_C , aus welcher die Eingangskapazität mit Hilfe von Gleichung (6.6) berechnet wurde. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Die scheinbare geringfügige Abnahme der Eingangskapazität beim Abkühlen auf $T = 77 \,\mathrm{K}$ ist vermutlich nur auf eine Zunahme des für die Messung verwendeten Widerstands R zurückführen. Jedenfalls konnte durch die Messung gezeigt werden, dass der Eingang des Verstärkers, auch unter kryogenen Bedingungen seine geringe Eingangskapazität behält.



Abbildung 6.11: Transmissionsspektren des zur Bestimmung der Eingangskapazität aufgebauten Tiefpasses (siehe Abbildung 6.9) bei Raumtemperatur a) und T = 77 K b) – An beide Datensätze wurde die Gleichung $U_a = c/\sqrt{1 + (f/f_g)^2}$ mit den freien Parametern f_g und c angepasst. (c ist ein hier irrelevanter Skalierungsfaktor.) Die Ergebnisse der Anpassung lauten für Raumtemperatur: $f_g = 527(27) \text{ kHz}; c = 207(5) \,\mu\text{V}/\sqrt{\text{kHz}}$ und für $T = 77 \text{ K}: f_g = 636(38) \text{ kHz}; c = 348(9) \,\mu\text{V}/\sqrt{\text{kHz}}$.

Tabelle	6.2:	Eingangskapazit	ät des	Vorverstärk	ers bei	Raumtemperatur	: und T	' =	$77\mathrm{K}$	– Die
Eingangs	kapaz	zität ändert sich b	oeim A	bkühlen hö	chstens	geringfügig.				

Temperatur	$300\mathrm{K}$	$77\mathrm{K}$
Eingangskapazität	$6,4(3)\mathrm{pF}$	$5,3(3)\mathrm{pF}$

6.3 Rauschen

Die für die Messung des Eigenrauschens verwendete Schaltung ist in Abbildung 6.12 zu sehen. Die aus Vorverstärker und Raumtemperaturverstärker bestehende Abfolge von Verstärkern entspricht dabei einem Teil des in Abbildung 5.2 dargestellten Aufbaus des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystems. Die Umrechnungsvorschrift zur Berechnung des zu bestimmenden Eigenrauschens des Vorverstärkers e aus dem vom Spektrumanalysator gemessenen Gesamtrauschen e_{tot} lautet

$$e_{\text{tot}} = \sqrt{(e^2 A^2 + e_v^2) G^2 + e_{\text{ana}}^2} \qquad \Rightarrow \qquad e = \sqrt{((e_{\text{tot}}^2 - e_{\text{ana}}^2) / G^2 - e_v^2)} \frac{1}{A} \quad , \qquad (6.7)$$

wobei e_{ana} das Eigenrauschen des Spektrumanalysators (siehe Abbildung 6.2), e_v das Eigenrauschen des Raumtemperaturverstärkers (siehe Abbildung 6.4), G = 200 dessen Verstärkung und A = 8,5 die Verstärkung des Vorverstärkers bezeichnet.

Schon nach dem ersten Versuch einer Rauschmessung, dessen Ergebnis in Abbildung 6.13 zu sehen ist, zeigte sich, dass in den Aufbau einkoppelnde äußere Störsignale eine große Herausforderung bei Rauschmessungen mit hoher Sensitivität darstellen. Als wesentlicher Punkt zur Reduktion von störenden Einkopplungen stellte sich eine ausreichende Erdung des Versuchsaufbaus heraus. Nachdem Einkopplungen am Eingang des Vorverstärkers durch einen Kurzschluss direkt auf der Verstärkerplatine nahezu ausgeschlossen waren, stellte das zwischen Vorverstärker und dem hochohmigen Eingang des Raumtemperaturverstärkers zur Signalübertragung genutzte Koaxialkabel eine weitere kritische Stelle für Einkopplungen von außen dar. Da jedes Koaxialkabel einen Masseleiter besitzt, entsteht sofort eine Masseschleife, wenn der Vorverstärker eine weitere Masseverbindung, z. B. zur Schirmmasse oder einer leitenden Tischplatte, besitzt. Zwischenzeitlich wurde zur Versorgung des Vorverstärkers ein Agilent 6629A Präzisionsnetzgerät eingesetzt. Diese Änderung wurde allerdings schnell revidiert, weil dieses Netzgerät zusätzliche Anteile im Rauschspektrum erzeugte und nicht zu einer Verbesserung der Gesamtsituation beitrug. Es wurde festgestellt, dass auch bei korrekter Erdung des Versuchsaufbaus, der Kabelweg zwischen dem Ausgang des Vorverstärkers und dem Eingang des Raumtemperaturverstärkers wegen dessen hohem Eingangswiderstand äußerst empfindlich für äußere Einkopplungen bleibt. Um dies zu veranschaulichen, sind in Abbildung 6.14 Rauschspektren für verschiedene Längen und Schirmungen des entsprechenden Koaxialkabels gezeigt.

Bei Rauschmessungen am kryogenen Aufbau (siehe Abbildung 6.5) kam daher erschwerend hinzu, dass sich die Kabellänge nicht beliebig reduzieren ließ. Erst die elektrische Entkopplung des Versuchsaufbaus vom Dewar-Gefäß schuf hier Abhilfe. Auch die Vakuumpumpe musste elektrisch vom Versuchsaufbau getrennt werden, weil sie als Quelle von Störsignalen hervortrat.



Abbildung 6.12: Schaltbild zur Bestimmung des Eigenrauschens des Vorverstärkers



Abbildung 6.13: Erster Versuch der Bestimmung des Eigenrauschens des Vorverstärkers – Deutlich sind die Störeinkopplungen zu erkennen, die durch sukzessive Verbesserung des Versuchsaufbaus minimiert wurden (siehe Abbildung 6.14).



Abbildung 6.14: Eigenrauschspektren des Vorverstärkers bei Raumtemperatur, aufgenommen mit verschiedenen Längen und Ausführungen des vom Vorverstärker zum Raumtemperaturverstärker führenden Koaxialkabels – Die als "doppelt geschirmt" bezeichneten Kabel b),d) sind gewöhnliche BNC-Koaxialkabel, die nachträglich mit Kupfergewebeschlauch eingefasst wurden. Als optimal stellt sich das kürzeste und doppelt geschirmte Kabel d) heraus.



Abbildung 6.15: Eigenrauschen des Vorverstärkers bei Raumtemperatur a) und T = 77 K b) – Die spektrale Dichte des weißen Rauschens beträgt bei Raumtemperatur ca. $1,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ und bei $T = 77 \text{ K ca. } 0.5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Schließlich gelang es sowohl bei Raumtemperatur als auch bei T = 77 K, Eigenrauschspektren aufzuzeichnen, die nahezu frei von äußeren Einkopplungen sind. Diese sind in Abbildung 6.15 gezeigt. Bei Raumtemperatur beträgt die spektrale Dichte des weißen Rauschens ca. $1,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, nach Abkühlung auf T = 77 K geht sie um über die Hälfte auf ca. $0,5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ zurück. Bemerkenswert ist, dass sich auch die Grenzfrequenz des 1/f-Rauschens durch die Abkühlung deutlich zu kleineren Frequenzen hin verschiebt.

Als letzter Test des Vorverstärkers außerhalb des TRIGA-TRAP-Experiments wurde überprüft, ob das zur Versorgung des Vorverstärkers verwendete Netzgerät einen Restbeitrag zum gemessenen Rauschen liefert, indem es durch eine batteriegetriebene Spannungsversorgung ersetzt wurde. Das resultierende Rauschspektrum ist in Abbildung 6.16 im Vergleich mit dem Rauschspektrum bei Versorgung durch das Labornetzgerät gezeigt. Wie man sieht, verringerte sich die spektrale Dichte des weißen Rauschens nicht, das 1/f-Rauschen erfuhr sogar eine Zunahme, die wahrscheinlich auf den sich bei kleinen Frequenzen stärker auswirkenden Einfluss des zur Versorgung notwendigen Spannungsteilers an den Batterien zurückzuführen ist.



Abbildung 6.16: Eigenrauschen des kryogenen Vorverstärkers im Batteriebetrieb – Die spektrale Dichte des weißen Rauschens beträgt wie bei der Versorgung durch das Labornetzgerät ca. $1,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Die Grenzfrequenz des 1/f-Rauschens vergrößtert sich jedoch von etwa 570 kHz auf 1,5 MHz.

6.4 Rauschmessungen an der Falle

Vor der Installation des Vorverstärkers an der Reinigungsfalle wurde zum späteren Vergleich noch eine Messung der an den großen Ringelektrodensegmenten auftretenden Untergrundsignale durchgeführt. Der Aufbau ist in Abbildung 6.17 gezeigt. Bei dieser Messung wurde das gesamte an den Fallenelektroden und auf dem etwa 2 Meter langen Kabelweg auftretende Rauschen erfasst. Außerdem waren alle die Fallenelektroden versorgenden Spannungsquellen zum Zeitpunkt der Messung ausgeschaltet. Die Berechnung des Rauschens erfolgte nach der Formel:

$$e_{\text{tot}} = \sqrt{\left(e_{\text{Falle}}^2 + e_v^2\right)G^2 + e_{\text{ana}}^2} \qquad \Rightarrow \qquad e_{\text{Falle}} = \sqrt{\left(e_{\text{tot}}^2 - e_{\text{ana}}^2\right)/G^2 - e_v^2} \quad . \tag{6.8}$$

Die Ergebnisse der für jedes der beiden für den breitbandigen FT-ICR-Nachweis vorgesehenen Ringelektrodensegmente sieht man in Abbildung 6.18. Neben einer 1/f-Flanke sind breitbandige Störungen mit zahlreichen stark hervortretenden diskreten Spitzen in scheinbar regelmäßigen Abständigen zu sehen.



Abbildung 6.17: Schaltbild zur Rauschmessung an den Ringelektrodensegmenten der Reinigungsfalle – Das an den Außenanschlüssen der beiden großen Ringelektrodensegmenten anliegende Rauschspektrum wurde für jedes Segment separat vermessen.



Abbildung 6.18: Rauschen an den Ringelektrodensegmenten der Reinigungsfalle

Nach der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Anbindung des Vorverstärkers (siehe Abbildung 5.7) wurden die in Abbildung 6.19 dargestellten Rauschspektren aufgezeichnet. Wie man sieht, sind die vormals bei hohen Frequenzen auftretenden Spitzen aus Abbildung 6.18 nun fast vollständig verschwunden, woraus sich schließen lässt, dass diese nicht an den Ringelektrodensegmenten selbst, sondern erst auf dem langen Kabelweg bis zur Vakuumdurchführung auftraten. Das Niveau der breitbandigen Störung verminderte sich jedoch nicht. Es hat sich im Gegenteil noch um das Eigenrauschen des Vorverstärkers erhöht.

Um zu prüfen, ob die nach der Installation des Verstärkers verbleibenden Einkopplungen an den Ringelektrodensegmenten oder auf dem etwa 1 Meter langen Kabelweg vom Vorverstärker bis zum Raumtemperaturverstärker auftreten, wurde die gleiche Messung mit einer Gate1-Bias-Spannung von -5 V wiederholt, welche den Eingangstransistor des Vorverstärkers wirksam sperrte und somit für Signale undurchlässig machte (siehe Abbildung 6.20). Das gemessene Spektrum ging in etwa auf das Eigenrauschen des Vorverstärkers zurück. Dass dieser Wert sogar unterschritten wurde, ist damit zu erklären, dass bei einem gesperrten Eingangstransistor auch das Eigenrauschen des Vorverstärkers nicht mehr im gleichen Maße mit verstärkt wird. Aus dieser Beobachtung kann man schließen, dass die beobachteten Störungen vor dem Eingang des Vorverstärkers, also an den Ringelektrodensegmenten oder an den Kabeln, welche die Elektrodensegmente mit dem Vorverstärker verbinden, auftreten.



Abbildung 6.19: Rauschen des Vorverstärkers an der Falle – Bei der Aufnahme des Spektrums a), waren die meisten am TRIGA-TRAP-Experiment vorhandenen elektrischen Geräte ausgeschaltet, jedoch nicht vom Stromnetz getrennt. Bei der Aufnahme des Spektrums b) waren insbesondere auch die Spannungsquellen zur Versorgung der Fallenelektroden in Betrieb. Das zum Vergleich gezeigte Eigenrauschen des Vorverstäkers stammt aus Abbildung 6.15 a).



Abbildung 6.20: Rauschen des Vorverstärkers an der Falle mit gesperrtem Signaleingang im Vergleich mit dem Eigenrauschen des Vorverstärkers aus Abbildung 6.15 a).

Bevor der an der Reinigungsfalle installierte Vorverstärker einem kryogenen Test unterzogen werden konnte, kam es leider zu einem Defekt, der sich dadurch bemerkbar machte, dass das Ausgangssignal des Vorverstärkers nicht mehr auf Änderungen der am Gate1-Anschluss anliegenden Bias-Spannung reagierte. Der Vorverstärker konnte zwar erfolgreich repariert werden, doch wurde in der Zwischenzeit auch der Raumtemperaturverstärker NF SA-220F5 beschädigt, ohne dass ein Ersatz verfügbar war. Versuche das Eigenrauschen des Vorverstärkers bei einer Temperatur von 77 K mit Hilfe der anderen in [Rep08] charakterisierten Verstärker quantitativ zu bestimmen, schlugen mangels ausreichender Verstärkung, wegen zu niedrigem Eingangswiderstand oder wegen eines ungünstigen Frequenzgangs fehl und müssen wiederholt werden, sobald wieder ein Verstärker des Typs NF SA-220F5 verfügbar ist.

Abgesehen davon ist nicht zu erwarten, dass sich durch das Abkühlen des an der Reinigungsfalle installierten Vorverstärkers der Rauschuntergrund merklich verringert, da nicht das Eigenrauschen des Vorverstärkers, sondern von außen an die Ringelektrodensegmente koppelnde Störsignale die größte Schwierigkeit darstellen. Ein differenzieller Nachweis, bei dem nicht die Spannung eines einzelnen Elektrodensegments gegen Masse, sondern die zwischen zwei von der Masse getrennten Segmenten abfallende Spannungsdifferenz abgegriffen wird, stellt hier einen vielversprechenden Lösungsansatz dar, sofern die Störungen gleichermaßen an beiden Ringsegmenten auftreten. Am einfachsten ließe sich dies mit einem von der Signalmasse entkoppelten Differenzverstärker realisieren, wobei jedoch fraglich ist, ob ein solcher existiert oder mit vertretbarem Aufwand entwickelt werden kann, der auch allen anderen Anforderungen, wie vor allem der Kryotauglichkeit, gerecht wird. Alternativ dazu kann mit zwei identischen Vorverstärkern gearbeitet werden, wodurch das Eigenrauschen der Vorverstärker insgesamt um den Faktor $\sqrt{2}$ zunimmt, was sich allerdings wegen des ohnehin äußerst geringen Eigenrauschens der Vorverstärker kaum auf den Gesamtuntergrund auswirkt. Mit dem Einsatz eines zweiten identischen Verstärkers sind neben der Installation selbst und der zu modifizierenden Anbindung an die Ringsegmente weitere Herausforderungen verbunden, da diese beiden Verstärker perfekt aufeinander abgestimmt werden müssen, um eine wirksame Kompensation der Störsignale zu erreichen. Verschieden große Verstärkungsfaktoren bzw. ein abweichendes Frequenzverhalten würden dies verhindern.

Ein weiterer Ansatzpunkt zur Reduzierung des Untergrunds ist die Beseitigung der störenden Signale an ihrer Quelle, was sich allerdings bei der hohen Zahl der mit der TRIGA-TRAP-Apparatur verbundenen elektrischen Geräte, als eine schwierige Aufgabe erweist.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein breitbandiges FT-ICR-Nachweissystem an der Reinigungsfalle des Penningfallen-Massenspektrometers TRIGA-TRAP implementiert. Dieses System soll es in Zukunft ermöglichen, den Inhalt der Reinigungsfalle, die der Selektion und Präparation der in der Präzisionsfalle zu vermessenden Ionen mittels massenselektivem Puffergaskühlen dient, in einem einzigen Messzyklus zerstörungsfrei zu identifizieren. In diesem Zusammenhang wurden auch die Grundlagen der Ionenspeicherung in einer Penningfalle und der Penningfallen-Massenspektrometrie diskutiert. Dabei wurde insbesondere auf das Signal-Rausch-Verhältnis beim breitbandigen FT-ICR-Nachweis und die schlussgefolgerten Anforderungen an den Signalverstärker eingegangen: ausreichend hohe Verstärkung, niedrige Eingangskapazität, hoher Eingangswiderstand und geringes Eigenrauschen.

Zunächst wurde ein für den Einsatz bei einer Temperatur von 4K am Experiment zur Messung des magnetischen Moments des gebundenen Elektrons in wasserstoffähnlichem Calcium [SSB⁺09] entwickeltes Verstärkermodell an die an der Reinigungsfalle vorliegenden Platzverhältnisse angepasst. Die Abmessungen der Leiterplatte und die Positionen der Bauelemente wurden dementsprechend abgeändert. Im Verlauf der experimentellen Arbeit wurden mehrere Exemplare dieses Verstärkers aufgebaut. Die elektronischen Eigenschaften des Verstärkers wurden bei Raumtemperatur und in einem speziell zu diesem Zweck gefertigten Teststand bei der Temperatur von flüssigem Stickstoff $(T = 77 \,\mathrm{K})$ untersucht. Bei der Arbeit mit den für die erforderlichen Tests aufgebauten Schaltungen zeigte sich deutlich, dass von außen in den jeweiligen Aufbau einkoppelnde Störsignale eine ständige Problematik beim Umgang mit schwachen Nutzsignalen darstellen. Durch besondere Sorgfalt bei der Anbindung an die Signalmasse, Minimierung der Signalkabelwege und zusätzliche Schirmungen gelang es jedoch, das Ausmaß der Einkopplungen so weit zu reduzieren, dass das Eigenrauschen des zu untersuchenden Verstärkers bestimmt werden konnte. Der Spannungsverstärkungsfaktor beträgt bei hochohmiger Last nahezu temperaturunabhängig A = 8.5. Bei $(T = 77 \,\mathrm{K})$ verschiebt sich lediglich das Plateau gleichbleibend hoher Verstärkung im Diagramm des gegen die Frequenz aufgetragenen Verstärkungsfaktors etwas zu kleineren Frequenzen hin, was jedoch den Betrieb als Vorverstärker des breitbandigen FT-ICR-Nachweissystem nicht beeinträchtigt. Die Eingangskapazität beträgt ebenfalls fast temperaturunabhängig $C \approx 6 \,\mathrm{pF}$ und liegt somit unter dem Schätzwert für die parasitäre Kapazität der Reinigungsfalle selbst (ca. 10 pF). Die spektrale Dichte des Eigenrauschens bei einer Frequenz von $f = 1 \,\mathrm{MHz}$ beträgt bei Raumtemperatur etwa $2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ und bei T = 77 K etwa $0.7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Der Verstärker ist damit extrem rauscharm.

Der nächste Schritt bestand in der Anbindung des Vorverstärkers an die Reinigungsfalle. Er wurde so am Fallenturm platziert, dass die Distanz zwischen der Ringelektrode und dem Eingang

des Vorverstärkers nur noch wenige Zentimeter beträgt. Diese Strecke ist der Länge des zuvor bestehenden Kabelwegs, welche über einen Meter betrug, gegenüberzustellen. Daher ist zu erwarten, dass die vor der Installation des Verstärkers an den Außenanschlüssen der Ringelektrodensegmente beobachteten störenden Signale sich nun deutlich reduziert haben. Tatsächlich ließ sich die Eliminierung vor allem zahlreicher schmalbandiger und extrem hervorstechender Einkopplungen im Frequenzspektrum beobachten. Allerdings bleibt immer noch ein Quasikontinuum von über $40 \,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ und Spitzen von über $200 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ im für den breitbandigen FT-ICR-Nachweis relevanten Intervall des Frequenzspektrum von 0,4–2 MHz zurück. Indem der Eingang des Vorverstärkers durch eine geeignete Gate-Spannung am Eingangstransistor effektiv gesperrt wurde und hierdurch das Niveau des Untergrunds auf $2-3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ sank, konnte gezeigt werden, dass die verbleibenden Störungen tatsächlich am Eingang des Vorerstärkers auftreten und nicht erst auf dem Kabelweg vom Vorverstärker zum Raumtemperaturverstärker. Daher wird eine differenzielle Detektion mit einem von der Signalmasse entkoppelten Differenzverstärker oder zwei identischen Verstärkern zu implementieren sein, um die auf den beiden Ringelektrodensegmenten gleichermaßen auftretenden Störungen zu eliminieren. Die Zunahme des Eigenrauschens um den Faktor $\sqrt{2}$ würde durch die Reduktion von störendem Untergrund bei weitem aufgewogen werden, da das Eigenrauschen des Vorvorstärkers in der momentanen Situation keinen limitierenden Gesichtspunkt darstellt.

Als ungünstig hat sich leider erwiesen, dass der Vorverstärker an seinem Platz direkt an der Reinigungsfalle nur sehr schwer zugänglich ist. Der Experimentierbetrieb am TRIGA-TRAP-Experiment kommt bei einer Wartung des Vorverstärkers für mehrere Tage zum Erliegen, was für die Entwicklung eines nicht essenziellen Subsystems eine gewisse Einschränkung bedeutet. Zudem setzt sich der Vorverstärker aus empfindlicher Halbleiterelektronik zusammen, die in unmittelbarer Nachbarschaft von Spannungen im Bereich von einigen hundert Volt eingesetzt wird, die durch Überschläge auf die Ringelektrodensegmente, an die der Vorverstärker angebunden ist, übergreifen können. So musste der Vorverstärker seit seiner ersten Installation an der Falle bereits einmal wegen eines Defekts repariert werden. Infolge dessen wurden bereits einige Schutzvorkehrungen getroffen, um erneute Beschädigungen des Vorverstärkers abzuwenden: Eine an der Gleichspannungsversorgung der Ringelektrode angebrachte Zener-Diode soll verhindern, dass dort versehentlich eine Spannung angelegt wird, die zum Durchbruch des Eingangskondensators des Vorverstärkers führt. (siehe Abbildung 5.7). Alle Gate-Anschlüsse des Vorverstärkers wurden über hochohmige Widerstände mit der Masse verbunden, um zu verhindern, dass sich an ihnen ein hohes Potential aufbauen kann, wenn sie nicht mit einer Spannungsquelle verbunden sind (siehe Abbildung 5.5). Als Maßnahme zum Schutz vor Überschlägen ist die Möglichkeit des Einsatzes von direkt auf der Verstärkerplatine angebrachten Zener-Dioden zu prüfen, die zuvor auf Kryotauglichkeit getestet werden müssen.

Literaturverzeichnis

- [AK64] P. W. Anderson und Y. B. Kim. Hard superconductivity: theory of the motion of Abrikosov flux lines. *Reviews of Modern Physics*, 36(1):39–43, 1964.
- [And62] P. W. Anderson. Theory of flux creep in hard superconductors. *Physical Review Letters*, 9(7):309–311, Oct 1962.
- [BBH⁺02] K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kuckein, E. Sauvan,
 C. Scheidenberger und L. Schweikhard. Carbon clusters for absolute mass measurements at ISOLTRAP. *The European Physical Journal A*, 15(1):245–248, 2002.
- [BBH⁺03] K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kuckein, S. Heinz,
 P. Schmidt und L. Schweikhard. Recent developments at ISOLTRAP: towards a relative mass accuracy of exotic nuclei below 10⁻⁸. Journal of Physics B, 36(5):921–930, 2003.
- [Bey09] Thomas Beyer. Aufbau eines Massenseparators für TRIGA-SPEC. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2009. In Bearbeitung.
- [BG82] L. S. Brown und G. Gabrielse. Precision spectroscopy of a charged particle in an imperfect Penning trap. *Physical Review A*, 25(4):2423–2425, 1982.
- [BG86] L. S. Brown und G. Gabrielse. Geonium theory: physics of a single electron or ion in a Penning trap. *Reviews of Modern Physics*, 58(1):233–311, 1986.
- [BKK⁺92] G. Bollen, H.-J. Kluge, M. König, T. Otto, G. Savard, H. Stolzenberg, R. B. Moore,
 G. Rouleau und G. Audi. Resolution of nuclear ground and isomeric states by a Penning trap mass spectrometer. *Physical Review C*, 46(6):R2140–R2143, Dec 1992.
- [BKK⁺09] K. Blaum, H. Kracke, S. Kreim, A. Mooser, C. Mrozik, W. Quint, C. Rodegheri, B. Schabinger, S. Sturm, S. Ulmer, A. Wagner, J. Walz und G. Werth. g-factor experiments on simple systems in Penning traps. *Journal of Physics B*, 42:154021, 2009.
- [Bla06] K. Blaum. High-accuracy mass spectrometry with stored ions. *Physics Reports*, 425(1):1–78, 2006.
- [BPR⁺99] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson und D. E. Pritchard. Penning trap measurements of the masses of ¹³³Cs, ^{87, 85}Rb, and ²³Na with uncertainties ≤0.2 ppb. *Physical Review Letters*, 83(22):4510–4513, 1999.
- [Bri97] E. O. Brigham. FFT-Anwendungen. Oldenbourg, 1997.

- [CM74] M. B. Comisarow und A. G. Marshall. Fourier transform ion cyclotron resonance spectroscopy. *Chemical Physics Letters*, 25(2):282–283, 1974.
- [Com78] M. B. Comisarow. Signal modeling for ion cyclotron resonance. The Journal of Chemical Physics, 69:4097, 1978.
- [Com81] M. B. Comisarow. Cubic trapped-ion cell for ion cyclotron resonance. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Physics, 37(2):251–257, 1981.
- [CWBP90] E. A. Cornell, R. M. Weisskoff, K. R. Boyce und D. E. Pritchard. Mode coupling in a Penning trap: π pulses and a classical avoided crossing. *Physical Review A*, 41(1):312– 315, 1990.
- [DBC⁺06] P. Delahaye, C. J. Barton, K. Connell, T. Fritioff, O. Kester, T. Lamy, M. Lindroos,
 P. Sortais, G. Tranströmer und F. Wenander. Recent results with the Phoenix booster at ISOLDE. *Review of Scientific Instruments*, 77:03B105, 2006.
- [Deh90] H. G. Dehmelt. Experiments with an isolated subatomic particle at rest. Reviews of Modern Physics, 62(3):525–530, 1990.
- [Dem06] W. Demtröder. Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik. Springer, 2006.
- [DH81] P. Dutta und P. M. Horn. Low-frequency fluctuations in solids: 1/f noise. Reviews of Modern Physics, 53(3):497–516, 1981.
- [Dun84] R. C. Dunbar. The effect of ion position on ICR signal strength. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes, 56(1):1–9, 1984.
- [DW68] H. G. Dehmelt und F. L. Walls. "Bolometric" technique for the rf spectroscopy of stored ions. *Physical Review Letters*, 21(3):127–131, 1968.
- [EBB⁺09] M. Eibach, T. Beyer, K. Blaum, M. Block, K. Eberhardt, F. Herfurth, C. Geppert, J. Ketelaer, J. Ketter, J. Krämer, A. Krieger, K. Knuth, S. Nagy, W. Nörtershäuser und C. Smorra. Transport of fission products with a helium gas-jet at TRIGA-SPEC. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 2009. Zur Veröffentlichung akzeptiert.
- [EBC⁺09] G. Eitel, M. Block, A. Czasch, M. Dworschak, S. George, O. Jagutzki, J. Ketelaer, J. Ketter, S. Nagy, D. Rodríguez, C. Smorra und K. Blaum. Position-sensitive ion detection in precision Penning trap mass spectrometry. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 606(3):475–483, 2009.
- [Eib09] Martin Eibach. Characterization of a carbon aerosol generator in a helium gas-jet for the extraction of fission products from the research reactor TRIGA Mainz. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2009.
- [Eit08] Georg Eitel. Aufbau eines ortsauflösenden Ionennachweisdetektors für die Penningfallen-Massenspektrometrie. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2008.

- [EK00] K. Eberhardt und A. Kronenberg. Der Forschungsreaktor TRIGA Mainz Eine Neutronenquelle für vielseitige Anwendungen in Forschung und Lehre. Kerntechnik, 65(5-6):269–275, 2000.
- [Fer07] Rafael Ferrer. Mass measurements on neutron-deficient nuclides at SHIPTRAP and commissioning of a cryogenic narrow-band FT-ICR mass spectrometer. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2007.
- [Fri44] H. T. Friis. Noise figures of radio receivers. *Proceedings of the IRE*, 32(7):419–422, 1944.
- [Gab83] G. Gabrielse. Relaxation calculation of the electrostatic properties of compensated Penning traps with hyperbolic electrodes. *Physical Review A*, 27(5):2277–2290, 1983.
- [Gab09a] G. Gabrielse. The true cyclotron frequency for particles and ions in a Penning trap. International Journal of Mass Spectrometry, 279(2-3):107–112, 2009.
- [Gab09b] G. Gabrielse. Why is sideband mass spectrometry possible with ions in a Penning trap? *Physical Review Letters*, 102(17):172501, 2009.
- [GBB⁺07] S. George, S. Baruah, B. Blank, K. Blaum, M. Breitenfeldt, U. Hager, F. Herfurth, A. Herlert, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kretzschmar, D. Lunney, R. Savreux, S. Schwarz, L. Schweikhard und C. Yazidjian. Ramsey method of separated oscillatory fields for high-precision Penning trap mass spectrometry. *Physical Review Letters*, 98(16):162501, 2007.
- [GKT80] G. Gräff, H. Kalinowsky und J. Traut. A direct determination of the proton electron mass ratio. *Zeitschrift für Physik A*, 297(1):35–39, 1980.
- [GM84] G. Gabrielse und F. C. Mackintosh. Cylindrical Penning traps with orthogonalized anharmonicity compensation. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes, 57(1):1–17, 1984.
- [GM95] S. Guan und A. G. Marshall. Ion traps for Fourier transform ion cyclotron resonance mass spectrometry: principles and design of geometric and electric configurations. *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, 146:261–296, 1995.
- [GM96] S. Guan und A. G. Marshall. Stored waveform inverse Fourier transform (SWIFT) ion excitation in trapped-ion mass spectrometry: theory and applications. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes, 157:5–37, 1996.
- [GSM91] P. B. Grosshans, P. J. Shields und A. G. Marshall. Comprehensive theory of the Fourier transform ion cyclotron resonance signal for all ion trap geometries. *The Journal of Chemical Physics*, 94:5341, 1991.
- [GT88] G. Gabrielse und J. Tan. Self-shielding superconducting solenoid systems. *Journal of Applied Physics*, 63:5143, 1988.
- [HAM09] HAMEG Instruments. Was ist Rauschen? Fachartikel, 2009.

- [HDK⁺01] F. Herfurth, J. Dilling, A. Kellerbauer, G. Bollen, S. Henry, H.-J. Kluge, E. Lamour, D. Lunney, R. B. Moore, C. Scheidenberger, S. Schwarz, Sikler G. und J. Szerypo. A linear radiofrequency ion trap for accumulation, bunching, and emittance improvement of radioactive ion beams. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 469(2):254–275, 2001.
- [HH89] P. Horowitz und W. Hill. *The art of electronics*. Cambridge University Press, 1989.
- [Joh28] J. B. Johnson. Thermal agitation of electricity in conductors. *Physical Review*, 32(1):97–109, 1928.
- [KBB⁺03] A. Kellerbauer, K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, H.-J. Kluge, M. Kuckein, E. Sauvan, C. Scheidenberger und L. Schweikhard. From direct to absolute mass measurements: a study of the accuracy of ISOLTRAP. *The European Physical Journal D*, 22(1):53–64, 2003.
- [KBH⁺08] V. S. Kolhinen, M. Bussmann, D. Habs, J. B. Neumayr, U. Schramm, C. Schürmann, M. Sewtz, J. Szerypo und P. G. Thirolf. MLLTRAP: A Penning trap facility for highaccuracy mass measurements. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* B, 266(19-20):4547–4550, 2008.
- [KBHK81] R. Kirchner, K. H. Burkard, W. Hüller und O. Klepper. The ion sources for the GSI on-line separator. Nuclear Instruments and Methods, 186:295–305, 1981.
- [KBK⁺95] M. König, G. Bollen, H.-J. Kluge, T. Otto und J. Szerypo. Quadrupole excitation of stored ion motion at the true cyclotron frequency. *International Journal of Mass* Spectrometry and Ion Processes, 142(1-2):95–116, 1995.
- [Ket06] Jens Ketelaer. Development of a non-destructive Fourier Transform-Ion Cyclotron Resonance detection system for singly charged ions in a cryogenic Penning trap. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2006.
- [KKB⁺08] J. Ketelaer, J. Krämer, D. Beck, K. Blaum, M. Block, K. Eberhardt, G. Eitel, R. Ferrer, C. Geppert und S. George. TRIGA-SPEC: A setup for mass spectrometry and laser spectroscopy at the research reactor TRIGA Mainz. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 594(2):162–177, 2008.
- [KKE⁺04] V. S. Kolhinen, S. Kopecky, T. Eronen, U. Hager, J. Hakala, J. Huikari, A. Jokinen, A. Nieminen, S. Rinta-Antila, J. Szerypo und J. Äystö. JYFLTRAP: a cylindrical Penning trap for isobaric beam purification at IGISOL. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 528(3):776–787, 2004.
- [Kre08] M. Kretzschmar. Calculating damping effects for the ion motion in a Penning trap. The European Physical Journal D, 48(3):313–319, 2008.
- [LBG⁺09] D. Lunney, C. Bachelet, C. Guénaut, S. Henry und M. Sewtz. COLETTE: a linear Paul-trap beam cooler for the on-line mass spectrometer MISTRAL. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 598(2):379–387, 2009.

93

- [Lee89] A. T. Lee. Broadband cryogenic preamplifiers incorporating GaAs MESFETs for use with low-temperature particle detectors. *Review of Scientific Instruments*, 60:3315, 1989.
- [LPT03] D. Lunney, J. M. Pearson und C. Thibault. Recent trends in the determination of nuclear masses. *Reviews of Modern Physics*, 75(3):1021–1082, 2003.
- [Mad04] O. Madelung. Semiconductors: Data Handbook. Springer, 2004.
- [MBF⁺92] F. L. Moore, L. S. Brown, D. L. Farnham, S. Jeon, P. B. Schwinberg und R. S. Van Dyck. Cyclotron resonance with 10⁻¹¹ resolution: anharmonic detection and beating a coherent drive with the noise. *Physical Review A*, 46(5):2653–2667, 1992.
- [MGW05] F. G. Major, V. N. Gheorghe und G. Werth. Charged particle traps. *Physics and Techniques of Charged Particle Field Confinement*, 2005.
- [MHJ98] A. G. Marshall, C. L. Hendrickson und G. S. Jackson. Fourier transform ion cyclotron resonance mass spectrometry: a primer. *Mass spectrometry reviews*, 17(1):1–35, 1998.
- [MJAB⁺08] M. Marie-Jeanne, J. Alonso, K. Blaum, S. Djekic, M. Dworschak, U. Hager, A. Herlert, S. Nagy, R. Savreux, L. Schweikhard, S. Stahl und C. Yazidjian. Towards a magnetic field stabilization at ISOLTRAP for high-accuracy mass measurements on exotic nuclides. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 587(2-3):464–473, 2008.
- [MM73] E. W. McDaniel und E. A. Mason. The mobility and diffusion of ions in gases. John Wiley & Sons, 1973.
- [NBB⁺08] D. Neidherr, K. Blaum, M. Block, R. Ferrer, F. Herfurth, J. Ketelaer, S. Nagy und C. Weber. Measurement and simulation of the pressure ratio between the two traps of double Penning trap mass spectrometers. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, 266(19-20):4556–4559, 2008.
- [Nol07] W. Nolting. Grundkurs Theoretische Physik 3: Elektrodynamik. Springer, 2007.
- [Nyq28] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Physical Review*, 32(1):110–113, 1928.
- [Pen36] F. M. Penning. Glow discharge at low pressure between coaxial cylinders in an axial magnetic field. *Physica*, 3:873–894, 1936.
- [POF58] W. Paul, O. Osberghaus und E. Fischer. Ein Ionenkäfig. Forschungsberichte des Wirtschafts-und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, 415, 1958.
- [PR55] W. Paul und M. Raether. Das elektrische Massenfilter. Zeitschrift für Physik, 140(3):262–273, 1955.
- [Rau07] Christian Rauth. Direct mass measurements beyond the proton drip-line. Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2007.

- [RBA⁺06] S. Rahaman, M. Block, D. Ackermann, D. Beck, A. Chaudhuri, S. Eliseev, H. Geissel, D. Habs, F. Herfurth, F. P. Heßberger, S. Hofmann, G. Marx, M. Mukherjee, J. B. Neumayr, M. Petrick, W. R. Plaß, W. Quint, C. Rauth, D. Rodríguez, C. Scheidenberger, L. Schweikhard, P. G. Thirolf und C. Weber. On-line commissioning of SHIPTRAP. International Journal of Mass Spectrometry, 251(2-3):146–151, 2006.
- [Rep08] Julia Repp. Setup of a non-destructive ion detection system and magnetic field investigations for precision mass measurements at TRIGA-TRAP. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2008.
- [RHG86] D. L. Rempel, S. K. Huang und M. L. Gross. Relation of signal sensitivity and ion z-motion in cubic cells. Theory and implication for ion kinetic studies. *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, 70(2):163–184, 1986.
- [RLHG87] D. L. Rempel, E. B. Ledford, S. K. Huang und M. L. Gross. Parametric mode operation of a hyperbolic Penning trap for Fourier transform mass spectrometry. *Analytical Chemistry*, 59(20):2527–2532, 1987.
- [SB06] H. Schatz und K. Blaum. Nuclear masses and the origin of the elements. Europhysics News, 37(5):16–21, 2006.
- [SBB⁺08] M. Smith, M. Brodeur, T. Brunner, S. Ettenauer, A. Lapierre, R. Ringle, V. L. Ryjkov, F. Ames, P. Bricault, G. W. F. Drake, P. Delheij, D. Lunney, F. Sarazin und J. Dilling. First Penning trap mass measurement of the exotic halo nucleus ¹¹Li. *Physical Review Letters*, 101(20):202501, 2008.
- [SBE⁺09] C. Smorra, K. Blaum, K. Eberhardt, M. Eibach, J. Ketelaer, J. Ketter, K. Knuth und S. Nagy. A carbon-cluster laser ion source for TRIGA-TRAP. *Journal of Physics B*, 42:154028, 2009.
- [SBJK89] L. Schweikhard, M. Blundschling, R. Jertz und H.-J. Kluge. A new detection scheme for Fourier transform-ion cyclotron resonance spectrometry in Penning traps. *Review* of Scientific Instruments, 60:2631, 1989.
- [Sch26] W. Schottky. Small-shot effect and flicker effect. *Physical Review*, 28(1):74–103, 1926.
- [Sha49] C. E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1):10–21, 1949.
- [Sho38] W. Shockley. Currents to conductors induced by a moving point charge. Journal of Applied Physics, 9:635, 1938.
- [Smo08] Christian Smorra. Setup of a carbon-cluster laser ion source for high-precision mass spectrometry. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2008.
- [Smo09] Christian Smorra. Setup of an on-line ion source for mass measurements on neutronrich fission products at TRIGA-TRAP. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2009. In Bearbeitung.
- [Spi05] H. Spieler. Semiconductor detector systems. Oxford University Press, 2005.

- [SSB⁺09] B. Schabinger, S. Sturm, K. Blaum, W. Quint, A. Wagner und G. Werth. Creation of highly-charged calcium ions for the g-factor determination of the bound electron. In *Journal of Physics: Conference Series*, Band 163, Seite 012108. Institute of Physics Publishing, 2009.
- [Sta98] Stefan Stahl. Aufbau eines Experimentes zur Bestimmung elektronischer g-Faktoren einzelner wasserstoffähnlicher Ionen. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1998.
- [Ste02] A. Steffen. Signale und Übertragung. Vorlesungsskript, 2002.
- [TSG09] U. Tietze, C. Schenk und E. Gamm. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer, 2009.
- [VDFS92] R. S. Van Dyck, D. L. Farnham und P. B. Schwinberg. A compensated Penning trap mass apectrometer and the ³H-³He mass difference. Journal of Modern Optics, 39(2):243–255, 1992.
- [VDS⁺04] J. L. Verdú, S. Djekic, S. Stahl, T. Valenzuela, M. Vogel, G. Werth, H.-J. Kluge und W. Quint. Determination of the g-factor of single hydrogen-like ions by mode coupling in a Penning trap. *Physica Scripta*, 112:68–72, 2004.
- [Web04] Christine Weber. Konzeption eines kryogenen Penningfallenaufbaus für SHIPTRAP und Massenbestimmungen von Radionukliden um den Z=82-Schalenabschluss an ISOLTRAP. Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2004.
- [XGM93] X. Xiang, P. B. Grosshans und A. G. Marshall. Image charge-induced ion cyclotron orbital frequency shift for orthorhombic and cylindrical FT-ICR ion traps. International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes, 125(1):33–43, 1993.
- [YBF⁺06] C. Yazidjian, K. Blaum, R. Ferrer, F. Herfurth, A. Herlert und L. Schweikhard. A new Channeltron-detector setup for precision mass measurements at ISOLTRAP. *Hyperfine Interactions*, 173(1):181–193, 2006.

Danksagung

Mein herzlicher Dank gilt all denjenigen, die mich während des vergangenen Jahres bei der Anfertigung dieser Arbeit unterstützt haben:

An erster Stelle danke ich meinem Betreuer *Prof. Dr. Klaus Blaum*, bei dem ich mehrere interessante Vorlesungen über Experimente mit Ionenfallen gehört und eine mündliche Diplomprüfung abgelegt hatte, die seine Arbeitsgruppe für mich zur ersten Anlaufstelle auf der Suche nach einem spannenden Diplomarbeitsthema gemacht haben. Die durch seine Berufung nach Heidelberg bedingte räumliche Distanz machte er durch die zeitnahe Beantwortung aller meiner Anfragen zu physikalischen und organisatorischen Herausforderungen mehr als wett. Es ist mir kaum vorstellbar, wie es ihm gelingt, trotz seiner Verantwortung für eine derart große Zahl von Mitarbeitern die Zeit zu finden, jeden einzelnen mit solch hohem persönlichen Engagement und Einfühlungsvermögen zu unterstützen.

Jens Ketelaer und Dr. Szilard Nagy möchte ich dafür danken, dass sie mir immer als Ansprechpartner vor Ort für Fragen zur Verfügung standen und ebenso nie zögerten, mir bei der experimentellen Arbeit zur Hand zu gehen.

Auch bei den anderen Mitgliedern des TRIGA-TRAP-Teams, *Christian Smorra*, *Martin Eibach*, *Jochen Ketter* und *Thomas Beyer*, möchte ich mich für ihre Hilfe und die kollegiale Arbeitsatmosphäre bedanken.

Des Weiteren sei den übrigen Mitgliedern der TRIGA-SPEC-Kollaboration gedankt, insbesondere Jörg Krämer, Dr. Christopher Geppert, Prof. Dr. Wilfried Nörtershäuser, Dr. Frank Herfurth und Dr. Michael Block.

Ein besonderer Dank gilt Sven Sturm, der den in dieser Arbeit als Vorlage verwendeten kryogenen Verstärker entwickelte und geduldig auf meine zahlreichen Fragen zum Gebiet der Elektronik einging. Von ihm habe ich wertvolle Antworten erhalten, die in kaum einem Lehrbuch zu finden sein dürften.

Ich danke auch allen anderen Mitgliedern der MATS-Gruppe in Mainz: Crícia de Carvalho Rodegheri, Holger Kracke, Dr. Susanne Kreim, Andreas Mooser, Birgit Schabinger, Stefan Ulmer, Anke Wagner und über die Grenzen von Mainz hinaus Dr. Sebastian George, Julia Repp und Christian Roux.

Ganz besonders danke ich meinem Vater, der mir das Studium der Physik ermöglicht und mich während des gesamten Studiums unterstützt hat.

Meiner Freundin Ruth danke ich dafür, dass sie grenzenloses Verständnis für mich aufbrachte und mir stets beigestanden hat.
Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbst verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet habe.

Mainz, den 23.11.2009

(Konstantin Knuth)