

INAUGURAL-DISSERTATION

zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Axel Winfried Guthmann
aus Hanau
Tag der mündl. Prüfung: 12.02.2003

Teilchenbeschleunigung an ultrarelativistischen Stoßfronten und Gamma-Ray Bursts

Gutachter: Prof. Dr. John G. Kirk
Prof. Dr. Werner Tscharnuter

Abstract

In dieser Arbeit wird Teilchenbeschleunigung durch Fermi-Beschleunigung erster Ordnung an ultra-relativistischen Stoßfronten untersucht. Stoßfronten dieser Art werden in Gamma-Ray Bursts vermutet, kurzen Ausbrüchen von Gamma-Strahlung, die die leuchtstärksten Objekte im Universum sind und nicht-thermische Spektren aufweisen. Die Teilchenverteilungsfunktion für den Beschleunigungsprozeß wird mit einer weiterentwickelten semi-analytischen Methode für verschiedene einfache magnetohydrodynamische Situationen und beliebige Lorentzfaktoren berechnet. Die berechneten Winkelverteilungen sind stark anisotrop. Die Impulsverteilungsfunktion gehorcht einem Gesetz $\propto p^{-s}$, wobei sich bei asymptotischer Stoßgeschwindigkeit $s = 4.23$ für Plasmen mit dynamisch vernachlässigbarem Magnetfeld ergibt; die Konvergenz gegen diesen Wert setzt bei Lorentzfaktoren der Stoßfront von etwa 10 ein. Dieser Index wird durch anisotrope Streuung kaum verändert, das Vorhandensein eines Magnetfeldes kann einen größeren Unterschied bewirken.

This thesis regards the fermi particle acceleration process at ultrarelativistic shocks as they are supposed to be seen in Gamma-Ray Bursts, short-lived Burst of Gamma-Radiation, which are the most luminous objects in the universe. The distribution function of accelerated particles is calculated using a semi-analytical method extended to allow arbitrarily high Lorentz-factors for the shocks. The angular part of the distribution function is highly anisotropic. For asymptotically high Lorentz-factors there is a universal index $s = 4.23$ for the momentum power-law part of the distribution. This index is independent of the hydrodynamics, the presence of a dynamically important magnetic field can increase it, steepening the momentum spectrum. Anisotropic diffusion has a very small influence on the momentum-distribution.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	4
1 Gamma-Ray Bursts	5
1.1 Beobachtungen: Eigentlicher Ausbruch	5
1.1.1 Lichtkurven	8
1.1.2 Spektre	14
1.1.3 Optisches Gegenstück - GRB990123	17
1.2 Beobachtungen: Nachglühen	19
1.2.1 Lichtkurven	19
1.2.2 Spektre	20
1.3 Beobachtungen: Verteilung und Gesamtenergie	21
1.3.1 Räumliche Verteilung	21
1.3.2 Winkelverteilung	22
1.3.3 Die „große Debatte“	23
1.3.4 Entfernung von GRBs	24
1.3.5 Gesamtenergie	24
1.3.6 Vorgängerobjekte und Heimatgalaxien	25
1.4 Theorien und Modelle	28
1.4.1 Kompaktheit und Zeitskalen	28
1.4.2 Relativistische Effekte	30
1.4.3 Lösung des Kompaktheitsproblems	32
1.4.4 Synchrotron- und IC-Strahlung	33
1.4.5 Das GRB-„Standard“-Modell	37
1.4.6 Afterglow – Theorie	42
1.4.7 Die „innere Maschine“	45
1.5 Ausblick	46
1.6 Zusammenfassung	46
2 Teilchenbeschleunigung in Stoßfronten	48
2.1 Stoßfronten	49
2.1.1 Bezugssysteme	50
2.1.2 Unmagnetisiertes Plasma	52
2.1.3 Magnetisiertes Plasma	55

2.2	Beschleunigung geladener Teilchen	57
2.2.1	Kinetische Theorie	57
2.3	Beschleunigungsmechanismen	59
2.3.1	Fermibeschleunigung erster Ordnung	60
2.3.2	Relativistische Transportgleichung	63
2.3.3	Der Streuoperator	65
3	Lösung der Transportgleichung	68
3.1	Allgemeines	68
3.1.1	Der Ansatz	68
3.1.2	Untersuchung der Transportgleichung	68
3.1.3	Die physikalischen Transformationen	69
3.2	Eigenschaften der Q_i und Λ_i	70
3.2.1	Eine Näherung für Q_i	71
3.3	Faltung	72
3.4	Berechnung der Funktionen Q_i	73
3.4.1	Transformation ins Schocksystem	73
3.4.2	Numerische Methode zur Bestimmung eines Eigenwertes	74
3.4.3	Die Prüfer-Transformation	74
3.4.4	Die Eigenfunktionen Q_i^\pm	77
3.4.5	Bestimmung des Potenzgesetz-Indexes s	78
3.5	Ergebnis	80
3.5.1	Überprüfung der Methode	80
3.5.2	Isotroper Streuoperator	81
3.5.3	Anisotroper Streuoperator	83
3.5.4	Magnetisiertes Plasma	85
3.5.5	Vergleich mit anderen Ergebnissen	86
3.5.6	Vergleich mit Beobachtungen	86
3.6	Diskussion und Ausblick	88
4	Zusammenfassung	89
A	Ergänzung zur Synchrotronstrahlung	92
	Literaturverzeichnis	95
	Danksagung	103

Einleitung

Das Universum besteht zum größten Teil aus Plasma in verschiedensten Dichten und Ausprägungen. Die Sterne, die Winde die sie aussenden, Teilchenwolken, die das Universum durchziehen und gigantische Jets, wie sie Aktive Galaktische Kerne aussenden, sind nur ein paar Beispiele davon. Einige dieser Plasmen sind von großer Dichte wie die Sonne, andere so dünn wie das intergalaktische Medium, dessen Zustand einen erdgebundenen Vakuumphysiker in Verzückung bringen könnte. Viele dieser Plasmen befinden sich nicht im thermodynamischen Gleichgewicht, wie die zunehmende Anzahl astronomischer Quellen mit Spektren zeigt, die nicht nur aus Temperaturstrahlung bestehen können. Nicht nur Radiogalaxien, Pulsare und Supernovae lassen Hinweise darauf erkennen, daß in ihnen Teilchenbeschleunigungsprozesse vorgehen, die nicht-thermische Teilchenpopulationen erzeugen, die diese Strahlung verursachen können. Einige dieser Quellen wie zum Beispiel Gamma-Ray Bursts, zeigen Hinweise auf makroskopische relativistische Bewegung von Plasma mit Lorentzfaktoren von 100 oder mehr. Es ist sehr wahrscheinlich, daß sich an diesen schnellen Plasmaströmungen Stoßwellen ausbilden. An derartigen Stoßwellen können verschiedene Teilchenbeschleunigungsprozesse stattfinden, die zur Erklärung der nicht-thermischen Spektren beitragen können. Motiviert dadurch soll in dieser Arbeit Beschleunigung durch den Fermi-Prozeß erster Ordnung an ultrarelativistischen Stoßfronten mit einer möglichen Anwendung in Bezug auf Gamma-Ray Bursts untersucht werden.

Kapitel 1

Gamma-Ray Bursts

Als Gamma-Ray Bursts¹ werden kurzlebige Quellen von intensiver hochenergetischer Photonenstrahlung mit typischen Dauern von einigen Sekunden bezeichnet. Die Strahlung, die sie aussenden, hat typischerweise eine Energie im MeV-Bereich² und zeigt nicht-thermische Spektren. Die Eigenschaften einzelner Ausbrüche unterscheiden sich sehr stark voneinander, insbesondere was Dauer und Variabilität angeht. Während ihrer Lebensdauer sind Gamma-Ray Bursts in der Regel die hellsten beobachtbaren Objekte am γ -Himmel. GRBs sind einmalige Ereignisse, es liegen keinerlei Hinweise auf einen wiederholten Ausbruch einer Quelle vor. Es existieren allerdings noch sogenannte „Soft Gamma-ray Repeaters“ (SGR), die wiederholt ausbrechen können, diese Quellen werden mit Neutronensternen mit extremen Magnetfeldern ($\approx 10^{16}$ G) innerhalb unserer eigenen oder einer benachbarten Galaxie in Verbindung gebracht (siehe z.B. [47]) und es soll im weiteren nicht mehr auf sie eingegangen werden.

1.1 Beobachtungen: Eigentlicher Ausbruch

Die ersten Entdeckungen Gamma-Ray Bursts wurden das erste Mal im Rahmen des US-amerikanischen VELA³-Satelliten-Programmes entdeckt. Dieses diente der Überprüfung der Einhaltung des „Limited Nuclear Test Ban Treaty“, einem Vertrag, der den Test von nuklearen Waffen in der Atmosphäre, unter Wasser und im Weltraum verbietet. Die Vela-Satelliten waren konstruiert worden, Nuklearexplosionen außerhalb der Erdatmosphäre zu entdecken [32, 153]. Um dieser Aufgabe gerecht zu werden, waren die Satelliten mit Röntgen-, Gamma⁴- und Neutronendetektoren ausgestattet. Sie wurden paarweise auf gegenüberliegenden Seiten von Umlaufbahnen mit Radien von etwa 125000 km und Umlaufzeiten von etwa 4 Tagen stationiert. Die ersten sechs Satelliten (VELA 1a,b bis

¹Gamma-ray Burst = Gammastrahlen-Ausbruch, auch als GRB abgekürzt

²In der Röntgen und Gamma-Astronomie wird üblicherweise statt von Frequenzen ν des Lichts von Photonenenergien E ($E = h\nu$, h ist die Plancksche Konstante) gesprochen.

³vom spanischen Verb „ver“= sehen

⁴Im Folgenden sollen, wenn nichts anderes explizit erwähnt wird, Photonenenergien ab 30 KeV als zum Gamma-Bereich zugehörig betrachtet werden.

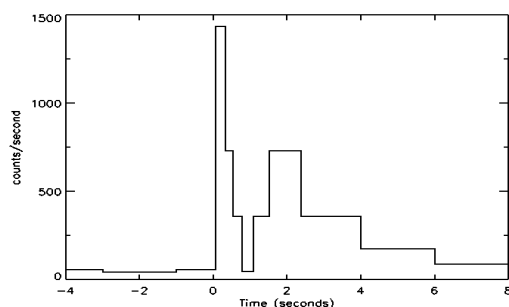


Abbildung 1.1: Der wahrscheinlich erste beobachtete Gammastrahlen-Ausbruch. Aufgenommen von VELA 4a,b am 02.07.1967. [158]

VELA 3a,b) wurden im Zeitraum von 1963 bis 1965 ins Weltall befördert, sechs weitere der nächsten Generation (VELA 4a,b bis VELA 6a,b) mit neuen und verbesserten Instrumenten folgten in den Jahren 1967 bis 1970 [174, 177].

Die verbesserte Zeitauflösung der weiterentwickelten Detektoren ermöglichten es, Winkelbestimmungen mit bis etwa 10° vorzunehmen⁵. Die Gamma-Detektoren von VELA 5a,b waren empfindlich für Signale im Energiebereich von 250-750 KeV, VELA 6a,b von 300-1500 KeV.

Seit der Konstruktion von VELA 3a,b im Jahre 1965 wurden Daten, die eindeutig nicht zu Nuklearexplosionen gehörten, speziell zur späteren Auswertung gespeichert. 1973 wurden 16 Ereignisse veröffentlicht, die zwischen 1969 und 1972 von Vela 5 und 6 erfaßt worden waren und weder der Erde noch der Sonne als Quelle zugeordnet werden konnten. Da diese Ereignisse zum großen Teil außerhalb der Ekliptik lagen, wurde auf extrasolaren Ursprung geschlossen – dies waren die ersten veröffentlichten Entdeckungen von „kosmischen“ Gamma-Ray Bursts [90]. Zwischen 1969 und 1979 entdeckten Vela 5a,b und Vela 6a,b insgesamt 73 Gammastrahlen-Ausbrüche dieser Art.

Die erste Entdeckung eines GRB überhaupt liegt wahrscheinlich durch VELA 4a,b vor; die Zeitauflösung für das Ereignis vom 02.07.1967 war nicht ausreichend, um die Sonne als Quelle verläßlich auszuschließen, der Verlauf der Lichtkurve (siehe Abb. 1.1) spricht allerdings für das Vorliegen eines Gammastrahlen-Ausbruchs [158].

Beobachtungen mit IMP-6, einem Satelliten, der eigentlich zur Beobachtung von Sonneneruptionen gedacht war, bestätigten die Entdeckungen von VELA 5 und 6 und konnten in 6 Fällen spektrale Informationen liefern. Diese zeigten, daß der Peak des Energiespektrums⁶ bei den beobachteten Ausbrüchen im Bereich einiger 100 KeV lag, es sich also nicht nur um hochenergetischen abfallenden Teil eines Röntgenspektrums handelte [25].

⁵Die Lichtreisezeit zwischen den Satelliten eines Paares war größer als die Reaktionszeit auf ein Ereignis. Durch die unterschiedlichen Auslösezeiten in den Detektoren konnte man auf den Winkel des auslösenden Ereignisses zur Verbindungslinie der Satelliten schließen [174, 177].

⁶Der Peak liegt bei der Frequenz (\approx Photonenenergie), bei der der gesamte Energieausstoß pro Frequenz am größten ist (Maximum im νF_ν -Plot).

Nach den ersten Entdeckungen durch die VELA-Satelliten gab es immer wieder vereinzelte neue Beobachtungen von GRBs durch Observatorien, die im Röntgen- oder Gamma-Bereich operierten – wie z.B. durch OSO-7 (einem Sonnen-Beobachtungssatellit der NASA) [168], KONUS (einem Experiment auf den Venera-Satelliten, die zur Venus flogen) und anderen. Bis Anfang der 1990er gab es einige hundert entdeckte Gamma-Ray Bursts und etwa genausoviele höchst unterschiedliche Theorien über ihre Herkunft und Ursache. Meist wurde ihr Ursprungsort in der Milchstraße vermutet, da eine extragalaktische Herkunft eine extreme Gesamtenergie von etwa 10^{51} erg pro Ereignis erfordert hätte.

CGRO Mit dem Compton Gamma-Ray Observatory (CGRO) startete am 05. April 1991 ein großes Satelliten-Observatorium, das speziell zur Beobachtung extrasolarer Gamma-Quellen konstruiert worden war. An Bord befanden sich 4 Experimente:

- **BATSE** – das Burst And Transient Source Experiment zur Beobachtung fast des gesamten Himmels (All-Sky Monitor) im Energiebereich von 20 KeV bis etwa 600 KeV,
- **OSSE** – das Oriented Scintillation Spectrometer Experiment, das Daten im Bereich von 0.05 KeV-10 MeV nehmen konnte,
- **COMPTEL** – das Compton Telescope für 0.8-30 MeV und
- **EGRET** – das Energetic Gamma Ray Experiment Telescope, das im höchsten Energiebereich von 30 MeV bis 10 GeV operierte.

Speziell BATSE war in einzigartiger Weise dafür gebaut und geeignet, die unberechenbaren und kurzlebigen Gamma-Ray Bursts zum ersten Mal systematisch und in großer Zahl zu beobachten.

CGRO wurde am 04. Juni 2000 kontrolliert zum Absturz gebracht und konnte während seines 9-jährigen Fluges mehrere tausend Gamma-Ray Bursts detektieren. Als eines der wichtigsten Ergebnisse ermöglichte es die aus BATSE-Daten abgeleitete Verteilung der GRBs am Himmel, weitgehende Hinweise auf die Antwort nach der Frage zu liefern, ob GRBs galaktischen oder kosmologischen Ursprungs seien. Außerdem konnten mit dem CGRO erstmals sehr gut zeitaufgelöste Lichtkurven von Gamma-Ray Bursts aufgenommen werden.

BeppoSAX Ein weiterer wichtiger Satellit zur GRB-Beobachtung war der in italienisch-niederländischer Zusammenarbeit gebaute Röntgensatellit BeppoSAX (Satellite per Astronomia X, „Beppo“ zu Ehren des italienischen Astronomen Giuseppe Occhialini). Dieser Satellit war am 30. April 1996 gestartet mit den Narrow Field Instruments (NFI), einer Reihe von Detektoren die gemeinsam einen beobachtbaren Energiebereich von 0.1-300 KeV besaßen. Rechtwinklig zur Beobachtungsrichtung dieser Instrumente waren 2 Wide Field Cameras (WFCs) in entgegengesetzter Richtung montiert, die zwischen 2 KeV und 30 KeV mit jeweils einem großen Gesichtsfeld von $20^\circ \times 20^\circ$ beobachten konnten.

BeppoSAX ermöglichte durch präzise Ortsbestimmung (mit einer Genauigkeit von einigen Bogensekunden) innerhalb weniger Stunden schnelle Nachfolge-Beobachtungen von Gamma-Ray Bursts mit Instrumenten in niederfrequenten Bereichen (z.B. optisch oder Radio), was zur Entdeckung der sogenannten „Afterglows“ (Nachglühen) in diesen Energiebereichen führte [162, 19, 51, 65]. Afterglows im Röntgenbereich wurden erstmals direkt mit BeppoSAX entdeckt [26, 65]. BeppoSAX wurde nach 6 Jahren Beobachtungszeit am 30. April 2002 endgültig außer Betrieb genommen.

Neben den hier genannten Satelliten und Experimenten gibt es eine Vielzahl anderer Instrumente, die wertvolle Beiträge zur Erforschung von Gamma-Ray Bursts geleistet haben (es sei nur noch ROTSE genannt, das Robotic Optical Transient Experiment, ein kleines robotergesteuertes optisches Teleskop, das die erste und bisher einzige Entdeckung eines optischen Gegenstücks zu einem eigentlichen Ausbruch (GRB990123⁷) durchführen konnte).

1.1.1 Lichtkurven

BATSE zeigte mit seiner Zeitauflösung unterhalb einer Sekunde, daß Gamma-Ray Bursts eine sehr große Vielfalt bei ihren Lichtkurven aufweisen. Das Zeitverhalten der Emission ist von Ausbruch zu Ausbruch unterschiedlich bezüglich Dauer, Form und Variabilität. In Abbildung 1.2 sind einige Beispiele gemessener Lichtkurven gezeigt. Einige Ausbrüche sind glatt und weisen gut definierte Einzel- oder Mehrfach-Peaks auf (z.B. Abbildung 1.2 Trigger 105). Bei anderen erkennt man deutliches FRED-Verhalten (Fast Rise Exponential Decay), wie es Trigger 257 zeigt. Es gibt Ausbrüche mit sehr chaotischen Emissionsschwankungen wie Trigger 408 und solche, bei denen einzelne Peaks nicht eindeutig separierbar sind und sich gegenseitig überlappen.

Eine Klassifizierung von Gamma-Ray Bursts aufgrund ihrer Morphologie war bisher nicht erfolgreich, es wurde bisher kein anderer dazu korrelierter beobachteter Parameter gefunden (siehe z.B. [49]).

Die Zeitskala für die Variabilität einzelner Lichtkurven liegt im Bereich Millisekunde oder sogar weniger [12, 147], kann aber bei „ruhigeren“ Ausbrüchen deutlich höher liegen. Auch hier läßt sich bisher keine Korrelation zu anderen Parametern eines Ausbruchs feststellen [65].

Lange und kurze Ausbrüche Als ein Maß für die Dauer von Gamma-Ray Bursts wird im Falle des BATSE-4B Kataloges der Wert T_{90} genommen. T_{90} stellt die Zeit dar, in der die Zahl der aufaddierten zu einem Burst gehörenden Detektorcounts von 5% auf 95% der insgesamt zu diesem Burst zählenden Counts ansteigt (z.B. [123, 93, 117]). Bei anderen Definitionen der Gesamtdauer von GRBs (bedingt z.B. durch andere Instrumente oder Energiebereiche) ändert sich quantitativ wenig und qualitativ nichts an den folgenden Aussagen.

⁷Gamma-Ray Bursts werden üblicherweise nach dem Datum ihrer Entdeckung benannt als GRB(Jahr)(Monat)(Tag), GRB990123 wurde also am 23.01.1999 aufgenommen

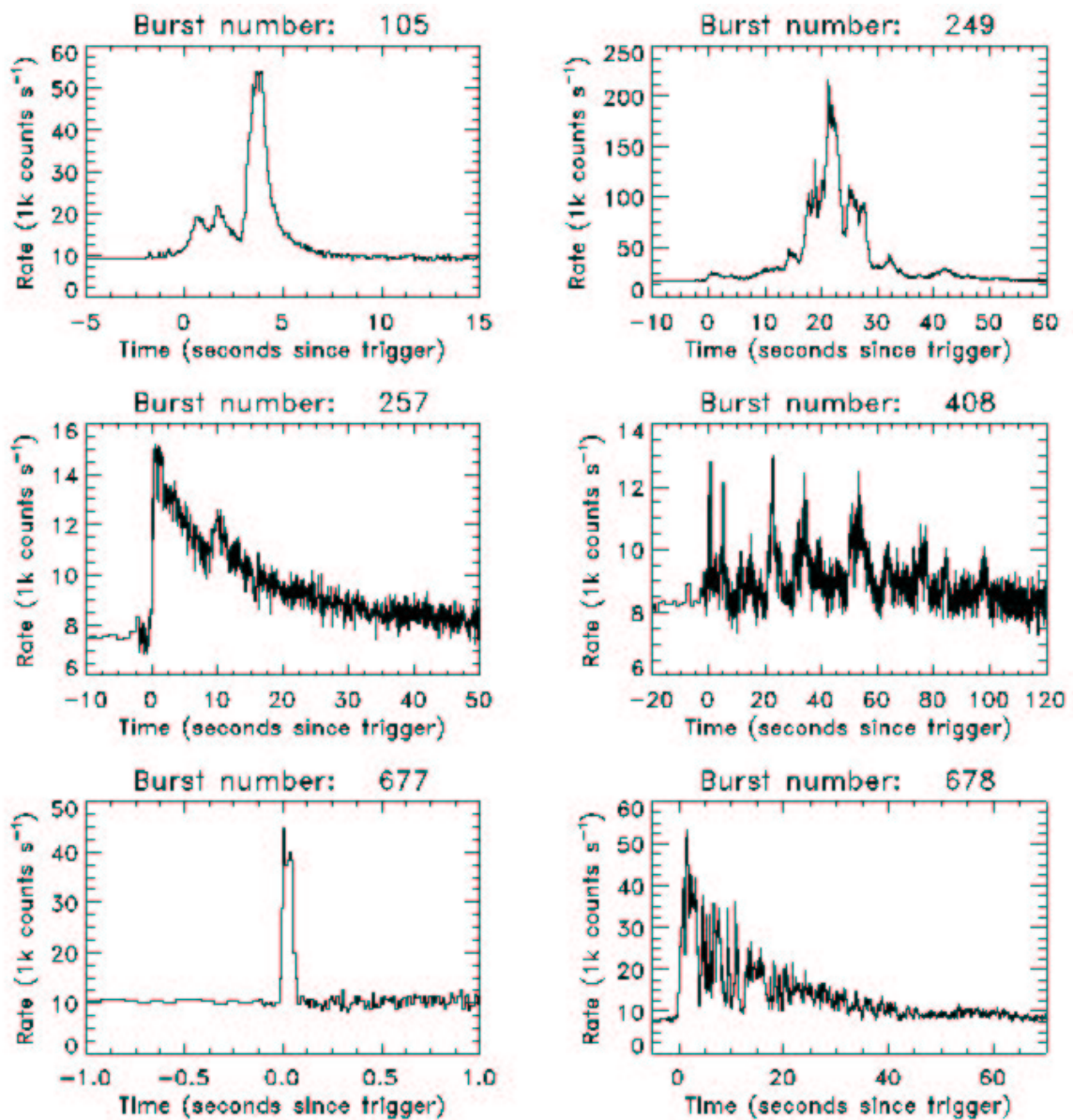


Abbildung 1.2: Einige Beispiele für Lichtkurven von GRBs, gemessen vom CGRO im Bereich von 25-2000 KeV. Man erkennt die große Vielfalt, die GRBs im Zeitverhalten aufweisen. Trigger 105 hat glatte Peaks, 257 zeigt FRED-Verhalten, 408 ist ein Beispiel für einen sehr chaotischen Burst. Aus [65]

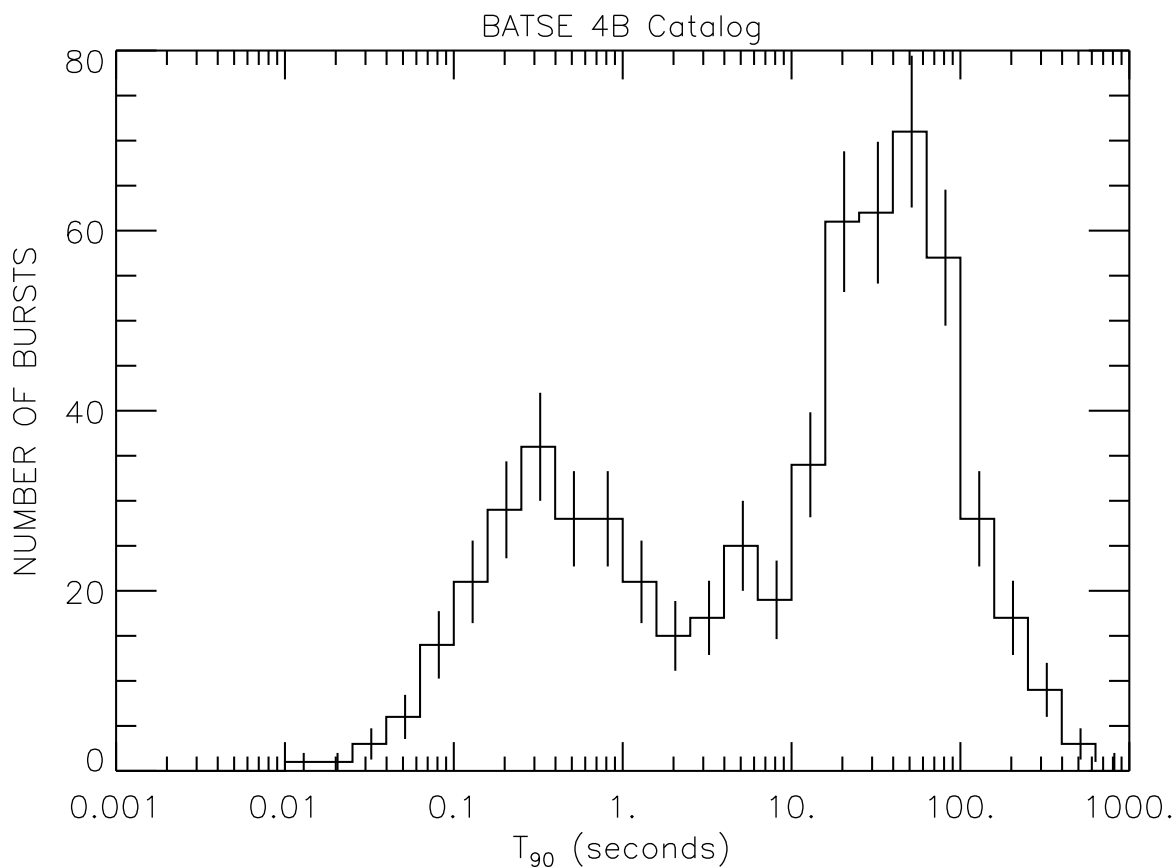


Abbildung 1.3: Verteilung von T_{90} als Maß für die Dauer von GRBs [123, 65]. Die beiden Peaks werden als Hinweis für das Vorhandensein zweier Klassen von Ausbrüchen gedeutet — lange ($T_{90} > 2s$) respektive kurze ($T_{90} < 2s$) Bursts [93].

Die Dauer von Gamma-Ray Bursts liegt zwischen Millisekunden und einigen 10^3 Sekunden. Eine Verteilung der Dauern von Gamma-Ray Bursts aus dem BATSE-4B Katalog wird in Abbildung 1.3 dargestellt.

Man erkennt zwei Familien oder Klassen von Gamma-Ray Bursts:

- kurze GRBs mit Dauern von 2s oder weniger und
- lange Gamma-Ray Bursts mit Dauern von über 2s

Diese Einteilung von GRBs war schon mit dem ersten BATSE-Katalog von 1993 mit 260 Bursts [48] möglich [93].

Andere Eigenschaften der Lichtkurven Die folgenden Aussagen gelten für lange Gamma-Ray Bursts, bei kurzen reichen die Beobachtungszeiten und -genauigkeiten nicht aus, um genauere Informationen zu gewinnen.

In unterschiedlichen Energiebereichen des Gamma-Spektrums verlaufen die Lichtkurven von Gamma-Ray Bursts verschieden, wie man z.B. in Abbildung 1.5 erkennen kann. In

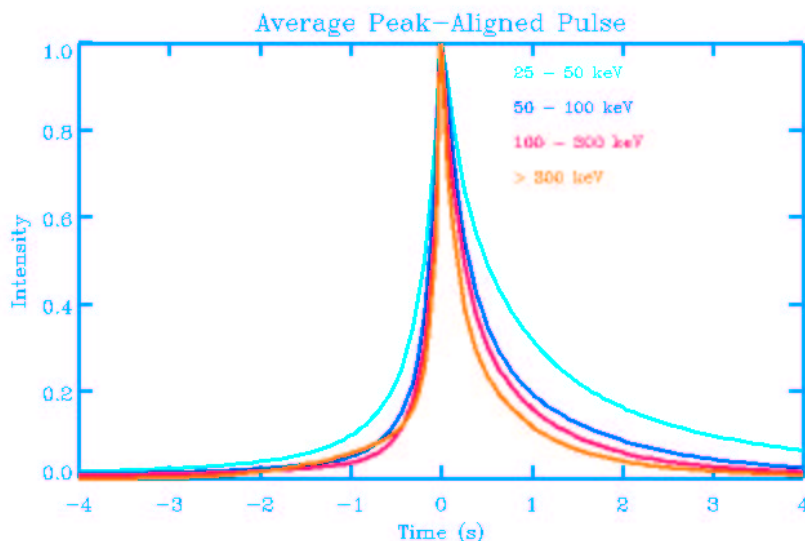


Abbildung 1.4: Gemittelte Pulsbreiten in 4 verschiedenen BATSE-Energiekanälen oberhalb 25KeV die oberste Kurve stellte den Bereich von 25-50 KeV dar, die 2. von oben 50-100 KeV, danach folgen 100-300 KeV und die unterste zeigt Energien oberhalb 300 KeV. Man erkennt, daß die hochenergetischen Pulsdauern im Durchschnitt kürzer sind als die niederenergetischen [8, 102].

höheren Energiebereichen tendieren GRBs dazu, eine kürzere Gesamtdauer sowie kleinere Anstiegs- und Abfallzeiten aufzuweisen als in niedrigeren Energiebändern [102], wie in Abbildung 1.4 dargestellt ist.

In Einzelfällen wurden extrem hochenergetische Photonen (0.2-20 GeV) von EGRET nach dem Beginn des eigentlichen Ausbruchs beobachtet, als die Gammastrahlung niedrigerer Energie (30-2000 KeV) schon abgeklungen war. So wurden im Falle des GRB940217 mit EGRET Photonen im 0.2-20 GeV Bereich bis 90 Minuten nach Beginn des Ausbruchs beobachtet, während der GRB im Energiebereich von 30-2000 KeV etwa 200 Sekunden dauerte [79].

GRB930131 wies 16 Photonen von 30 MeV oder mehr und mindestens 2 mit Energien größer als 1 GeV auf. Diese hochenergetische Strahlung wurde für mindestens 25 Sekunden ausgestrahlt, während der Burst im BATSE-Bereich > 50 KeV weniger als 2 Sekunden über dem Hintergrund zu erkennen ist, wie in Abbildung 1.6 gezeigt wird [155] (in noch niedrigeren Energiebereichen dauerte der Ausbruch länger, etwa 50s).

Bei einem Vergleich der Verteilung der Gesamtdauern von langen⁸ Bursts ($t > 1.5$ s) von gut beobachtbaren, leuchtstarken Ausbrüchen und weniger hellen Ausbrüchen zeigte sich, daß die Lage und Breite der Peaks bei den schwach sichtbaren Ausbrüchen um einen

⁸In diesem Fall etwas anders definiert als oben erklärt.

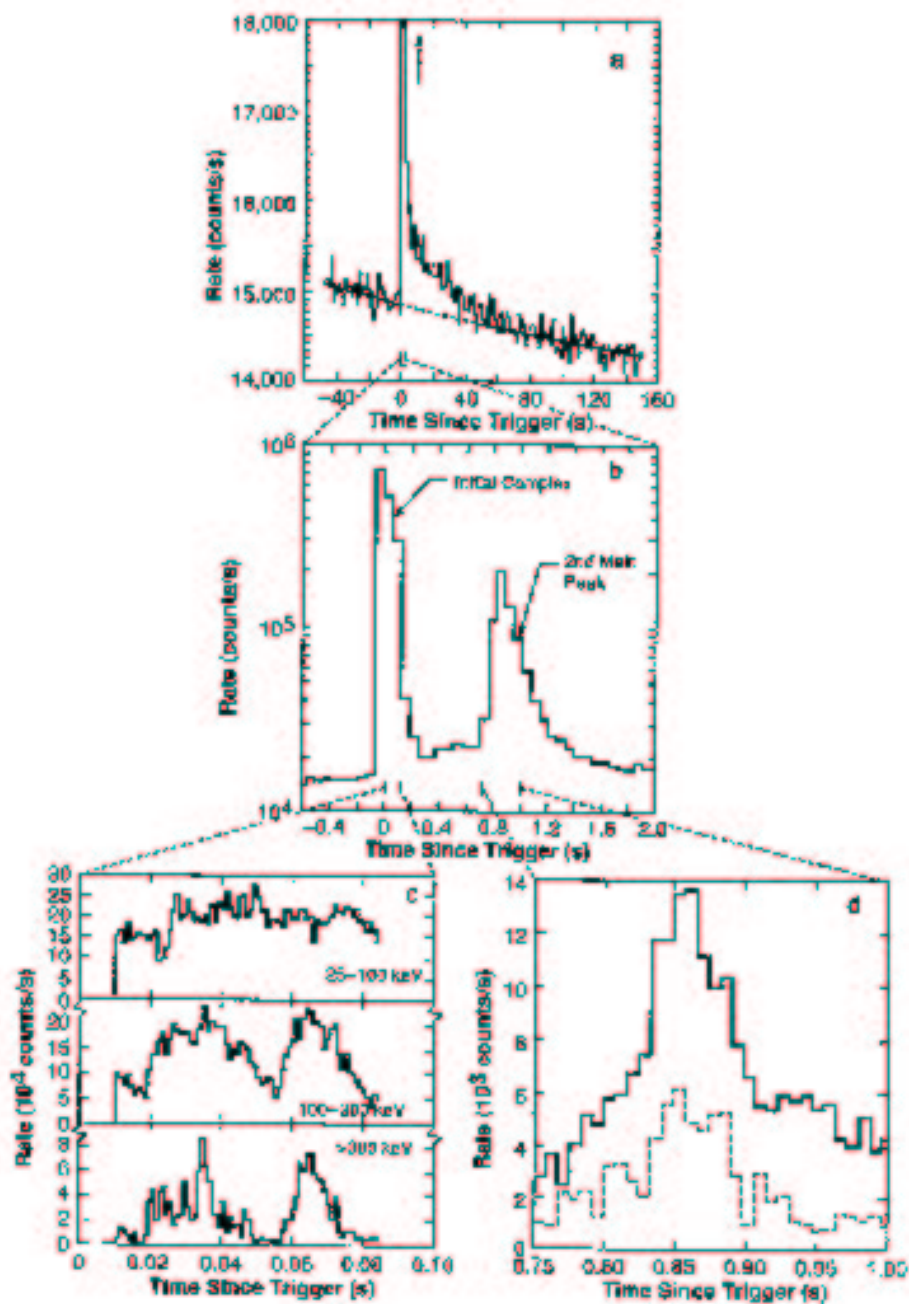


Abbildung 1.5: BATSE-Lichtkurve des GRB930131. (a) Gesamtprofil oberhalb 25 KeV (der Hauptpeak ist oben abgeschnitten). Die gestrichelte Linie stellt den Hintergrund dar. (b) Vergrößerter Ausschnitt der ersten 2s nach Triggerrauslösung. (c) 0.1s-Teilausschnitt aus (b) in 3 Energiebänder: 25-100 KeV, 100-300 KeV und >300 KeV. (d) 1s-Teilausschnitt aus (b), unterschiedliche Energiebereiche. Aus [94]. Man erkennt in (c) und (d) den unterschiedlichen Verlauf der Lichtkurven in verschiedenen Energiebereichen.

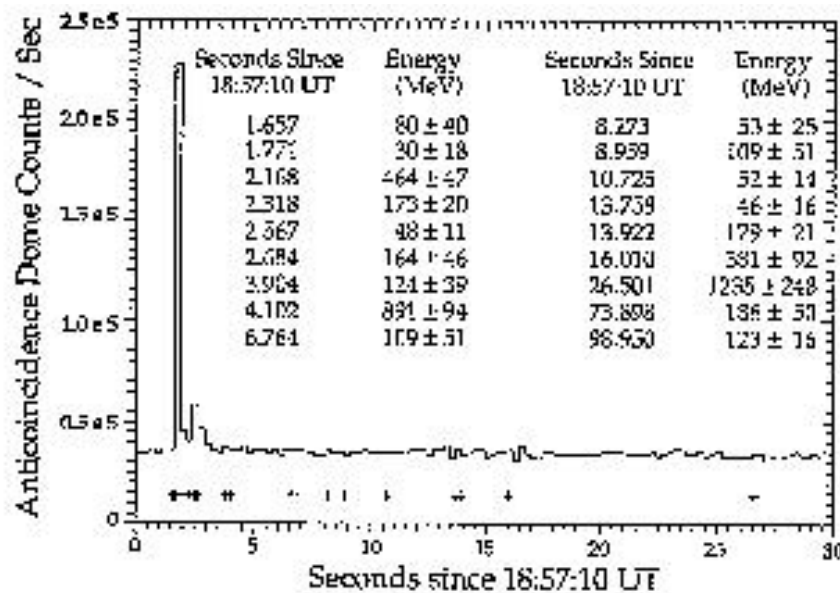


Abbildung 1.6: Der GRB930131: Dargestellt ist als kontinuierliche Linie die Emission im BATSE-Bereich >50 KeV. Die Kreuze unterhalb dieser Linie markieren die Zeitpunkte, an denen Photonen mit Energien >30 MeV mit EGRET gemessen wurden.

Faktor von etwa 2 gegenüber den hellen verschoben bzw. vergrößert ist [122]. Dies kann als Resultat kosmischer Rotverschiebung gedeutet werden: die weniger hellen Ausbrüche sind demnach typischerweise weiter von uns entfernt als die hellen, die durchschnittliche Entfernung schwacher Bursts läge demnach bei einer Rotverschiebung von $z \approx 2$ [122].

Größe der Quellen Wenn Peaks und Variabilitäten innerhalb einer Lichtkurve nicht von und in kausal getrennten Ereignissen und Gebieten verursacht werden, kann klassisch betrachtet die räumliche Ausdehnung des Variabilitätsgebietes nicht größer sein als die Strecke, die das Licht innerhalb der Variabilitätszeit δt zurücklegt $R = c \times \delta t$. Die endliche Lichtgeschwindigkeit sorgt nämlich dafür, dass selbst eine minimale gleichzeitige Störung aller Punkte in R beim Beobachter über eine Zeit von $\Delta T_{min} = R/c$ verschmiert würde [145].

Ein GRB mit einer 1ms-Variabilität hat nach diesem vereinfachten Argument daher eine Ausdehnung l_{GRB} von etwa

$$l_{GRB} = c \times \delta t \approx 3 \times 10^5 \text{ m} = 300 \text{ km} \quad (1.1)$$

(wobei $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ die Lichtgeschwindigkeit ist). Demnach handelt es sich bei Gamma-Ray Bursts um sehr kompakte Quellen [70, 95, 152].

1.1.2 Spekttra

Spekttra⁹ von Gamma-Ray Bursts wurden über einen weiten Energiebereich von einigen KeV bis zu etwa einem GeV gemessen — in einem Fall wurden sogar optische Photonen gesehen, siehe 1.1.3.

Sie sind nicht-thermisch in ihrer Form, d.h. sie lassen sich nicht einfach als Temperaturstrahlung sehr heißer Materie erklären. Der größte Teil der gesamten Strahlungsenergie eines Gamma-Ray Bursts wird im Allgemeinen im Energiebereich $> 50 \text{ KeV}$ abgestrahlt [6, 65].

Eine phänomenologische Beschreibung von Gamma-Ray Bursts Spekttra zumindest im BATSE-Bereich ist möglich mittels der sogenannten Band-Funktion, die wie folgt definiert wird [6]:

$$N_E(E) = A \left(\frac{E}{100\text{KeV}} \right)^\alpha \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right), \quad \forall (\alpha - \beta)E_0 \geq E, \quad (1.2)$$

$$N_E(E) = A \left[(\alpha - \beta) \frac{E_0}{100\text{KeV}} \right]^{\alpha - \beta} \exp(\beta - \alpha) \left(\frac{E}{100\text{KeV}} \right)^\beta, \quad \forall (\alpha - \beta)E_0 \leq E.$$

Hierbei steht $N_E(E)$ für die Photonenzahl N bei einer Energie von E . E_0 ist eine Übergangsenergie, bei der ein Spektrum von der einen Form in die andere übergeht, A ist ein Normierungskoeffizient, α und β sind dimensionslose Größen, die die Form des Spektrums bestimmen; diese vier Werte sind freie Parameter, die an ein Spektrum gefittet werden, es ergibt sich eine stetige und differenzierbare Funktion.

Für niedrige Energien gilt $N_E \propto E^\alpha \exp(-E/E_0)$ und $N_E \propto E^\beta$ für hohe Energien — die Band-Funktion stellt grob vereinfacht 2 Potenzgesetze dar, die sich bei E_0 in einem exponentiellen Übergang treffen.

⁹Im Folgenden sind immer Gamma-Spekttra gemeint, wenn nichts anderes ausdrücklich erwähnt wird.

Durch Anpassen der freien Parameter E_0 , α und β lassen sich fast alle gemessenen Spektren gut annähern (z.B. [6, 171]), im Vergleich zu den Lichtkurven sind die Spektren also deutlich weniger vielfältig. Allerdings lassen sich typische Parameter für einen Burst nicht festlegen, die Verteilung der Parameter ist sehr breit, sie variieren von Ausbruch zu Ausbruch sehr stark [6]. Insbesondere die Verteilung von E_0 spannt einen Bereich von unterhalb 50 KeV bis über 1 MeV auf, mit einem Maximum bei etwa 200 KeV. Dieses liegt deutlich unterhalb der Elektronenruhemasse $m_e = 511$ KeV, d.h. der Übergang ist wahrscheinlich nicht durch Elektronen-Positronen-Paarerzeugung verursacht, zumindest wenn man Rotverschiebungseffekte vernachlässigt [6]. Die Werte für α liegen im Bereich von etwa -1.5 bis 1 , β nimmt Werte von etwa -5 bis -1.5 an [6, 171].

„Hard-to-soft“-Evolution Für lange Ausbrüche lassen sich Hinweise auf eine zeitliche Entwicklung der Spektren finden: es gibt eine Tendenz, daß Spektren im Verlaufe eines Bursts „weicher“ werden. Die Härte („hardness“) eines Spektrums ist ein Maß für den relativen Anteil an hochenergetischer Strahlung im Vergleich zur niederenergetischen und wird unterschiedlich definiert. Im Falle von BATSE wird zum Beispiel in der Regel das Verhältnis der gezählten Ereignisse in unterschiedlichen Energiebereichen verwendet, z.B. das der Bereiche zwischen 100-300 KeV und 50-100 KeV (siehe z.B. [11, 94]). Abnehmende spektrale Härte wurde sowohl über die Dauer ganzer Gamma-Ray Ausbrüche (die Lage des Strahlungspeaks geht zu niederen Frequenzen) als auch im Verlauf einzelner Peaks gemessen [101, 121, 50, 65, 94]. Dieses Abnehmen der spektralen Härte wird im Allgemeinen als „hard-to-soft evolution“ bezeichnet.

In einigen Venera- und Ginga-Spektren wurden Hinweise auf Cyclotron-Linien entsprechend Magnetfeldern der Größenordnung 10^{12} G sowie einige Linien um 400 KeV gefunden [108, 119, 44], die als gravitationsverschobene 511 KeV-Paar-Vernichtungslinien gedeutet wurden [108]. Möglicherweise wurden in einigen von Ginga aufgenommenen Spektren Strukturen gesehen, die als Eisen-Linien gedeutet werden können, aber die Meßgenauigkeiten sind nicht hinreichend, genaue Aussagen treffen zu können (z.B. [53]).

Derartige Linien konnten in keinem Fall vom im Vergleich zu Ginga und Venera zu wesentlich höheren Auflösungen fähigen BATSE identifiziert werden (z.B. [129, 7]).

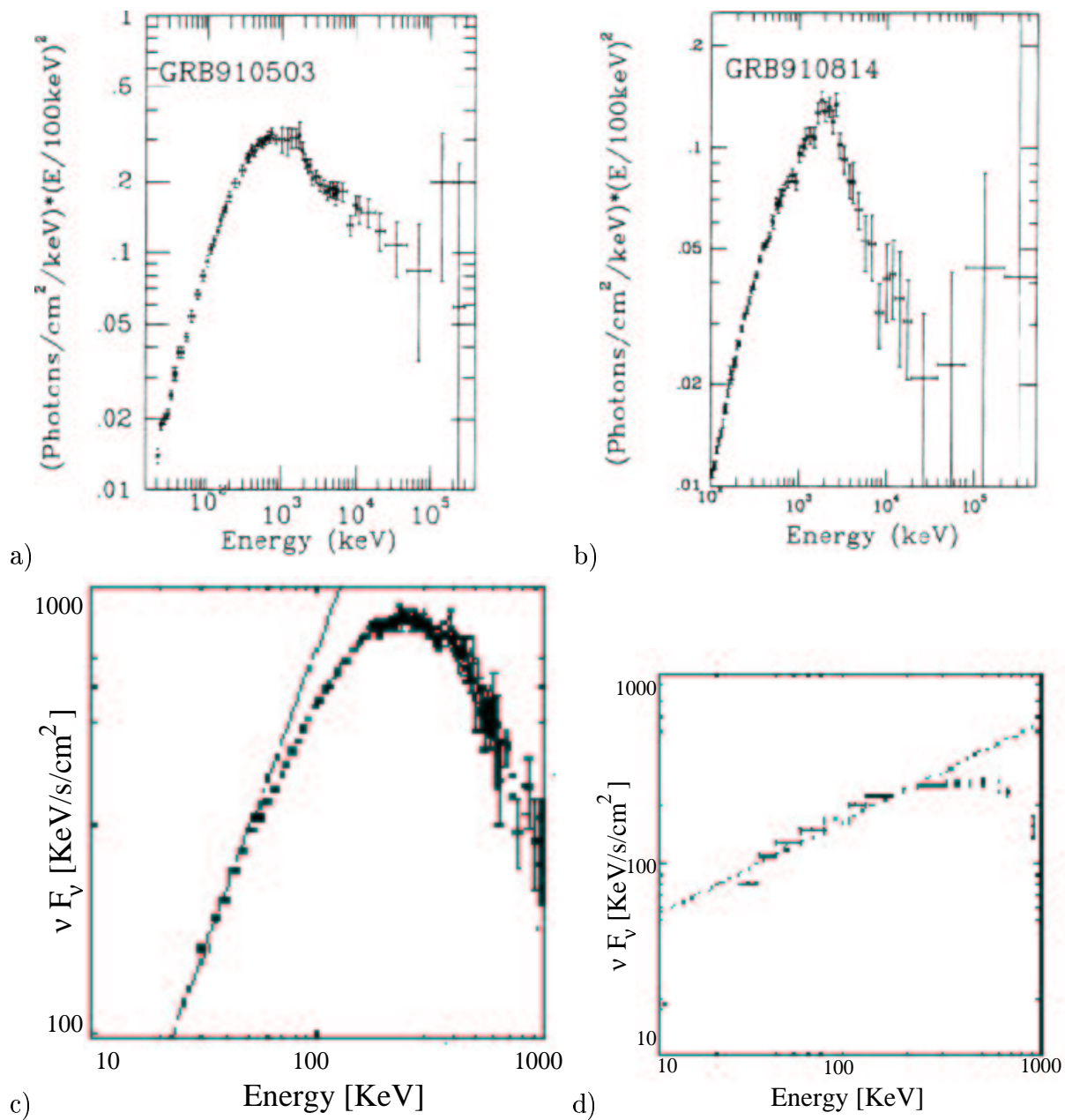


Abbildung 1.7: Einige Beispiele von GRB-Spektra. Dargestellt sind die CGRO-Spektra (BATSE, COMPTEL und OSSE) von a) GRB910503 und b) GRB910814 aus [146] sowie c) GRB921123 und d) GRB930201 aus [24].

1.1.3 Optisches Gegenstück - GRB990123

Trotz aller Bemühungen, Multi-Frequenzaufnahmen von Gamma-Ray Bursts mit verschiedenen Instrumenten in den niedrigeren Frequenzbereichen (Radio bis optisch) zu erhalten, ist es bisher erst in einem Fall gelungen, ein optisches Gegenstück aufzunehmen. Dies liegt zu einem großen Teil an der im Vergleich zu optischen und Radio-Beobachtungen großen Ungenauigkeiten bei der Positionsbestimmung von Gamma-Quellen sowie der im Vergleich zu Burst-Dauern langen Zeit, die das Bearbeiten und Übermitteln der Positionsdaten und das Ausrichten der zur zusätzlichen Beobachtung bestimmten Teleskope verlangt.

Der bisher einzige Fall, in dem es gelungen ist, ein optisches Gegenstück zu einem Gamma-Ray Burst zu beobachten, war der bekannte GRB990123 (siehe Abbildung 1.8a). Es gelang dem ROTSE-Team (Robotic Optical Transient Search Experiment) nur 22s nach dem Beginn des Bursts ihr Teleskop so ausgerichtet zu haben, daß sie den von BATSE gemeldeten Ausbruch in ihrem Beobachtungsbereich hatten. ROTSE detektierte eine neue optische Quelle, die nach 60s ein Maximum erreichte und danach über ca. 15min wieder verblaßte [3]. Aus dem Absorptionsspektrum ließ sich auf eine Rotverschiebung von $z = 1.6$ schließen, in absoluter Helligkeit wäre dieses optische Aufleuchten 18 mag heller als eine Supernova und hätte es im Andromeda-Nebel stattgefunden, wäre es so hell wie der Vollmond am Himmel zu sehen gewesen [3]. Das optische Spektrum ließ sich nicht als einfache Fortsetzung des Gamma-Spektrums darstellen (siehe Abbildung 1.8b, [62]). Der GRB990123 ist auch in der Hinsicht ungewöhnlich, daß er einer der energiereichsten bisher gemessenen Ausbrüche ist [65]. Ob es sich bei dem optischen Gegenstück um eine Besonderheit dieses Gamma-Ray Bursts handelt oder es sich um ein allgemein vorkommendes und bisher nur noch nicht beobachtetes Phänomen handelt, ist Gegenstand aktueller und zukünftiger Untersuchungen.

In der Literatur wird häufig der Begriff „counterpart“ für Afterglows (siehe 1.2) benutzt, deshalb sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß im Rahmen dieser Arbeit der Begriff Gegenstück nur in Bezug auf Phänome wie das hier erwähnte Verwendung findet.

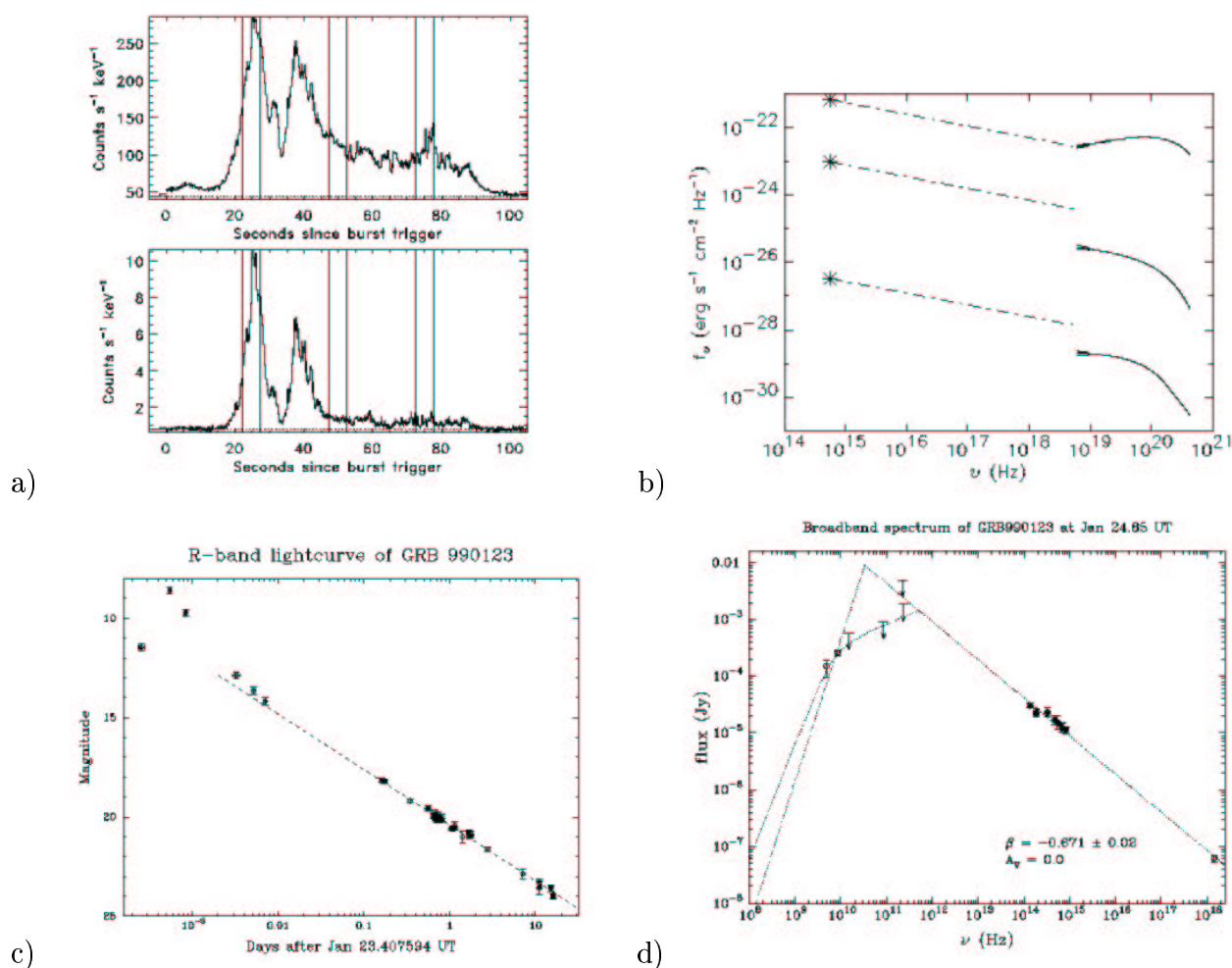


Abbildung 1.8: Der GRB990123 und sein optisches Gegenstück. (a) BATSE-Lichtkurven bei 25-230 KeV (oben) und 320-1800 KeV (unten). (b) ROTSE- und Gamma-Spektren zu 3 verschiedenen Zeitpunkten; kontinuierliche Linie: Gamma-Kurve, gefittet mit Band-Funktion (Gleichung (1.2)); Stern: optischer Meßpunkt von ROTSE, Strich-Punkt-Linien: Extrapolation von optisch zu Röntgenspektrum; am niedrigen Gamma-Ende sind die σ Fehler eingezeichnet. Das obere bzw. untere Spektrum sind um einen Faktor 1000 nach oben bzw. unten verschoben. (c) Optischer Afterglow (R-Band, $t > 0.1d$) und ROTSE-Daten. Gestrichelt: Potenzgesetz-Fit mit Steigung -1.12 ± 0.03 . Die letzten 3 ROTSE-Punkte scheinen durch Rückwärts-Extrapolation gut gefittet zu werden. (d) zusammengesetztes Afterglow-Spektrum von 24. Januar 1999 vom Radio- bis Röntgenbereich, mit verschiedenen Instrumenten aufgenommen. Aus [62].

1.2 Beobachtungen: Nachglühen

Eine großen Durchbruch erzielte die Beobachtung von Gamma-Ray Bursts durch die Entdeckung von Nachglühen („Afterglows“).

Der italienisch-niederländische Satellit BeppoSAX machte am 28. Februar 1997 eine Röntgenaufnahme etwa 8h nachdem der an Bord befindliche Gamma-Ray Monitor einen Ausbruch meldete, und konnte eine bisher noch nicht entdeckte Röntgenquelle lokalisieren. Eine weitere Beobachtung derselben, langsam verschwindenden, Quelle 3 Tage später ermöglichte eine Genauigkeit der Positionsbestimmung von unter 1 arcmin. Die beobachtete Röntgenquelle war das Nachglühen des GRB970228, der erste beobachtete Afterglow [26]. Das William Herschel und das Isaac Newton Teleskop auf La Palma konnten etwa 20h nach dem Ausbruch eine verschwindende optische Quelle aufnehmen und die Positionsbestimmung sogar weiter verbessern [162].

Darauffolgend wurden Beobachtungen von Afterglows auch in noch niedrigeren Energiebereichen bis hinunter in den Millimeter- und Radio-Bereich [19, 51] gemacht. Inzwischen existieren für eine große Anzahl Gamma-Ray Bursts Beobachtungen von Afterglows in verschiedensten Frequenzbändern, allerdings nur für lange GRBs, da bei kurzen die Zeit nicht für eine Lokalisierung ausreicht, die Nachfolgebeobachtungen möglich macht.

1.2.1 Lichtkurven

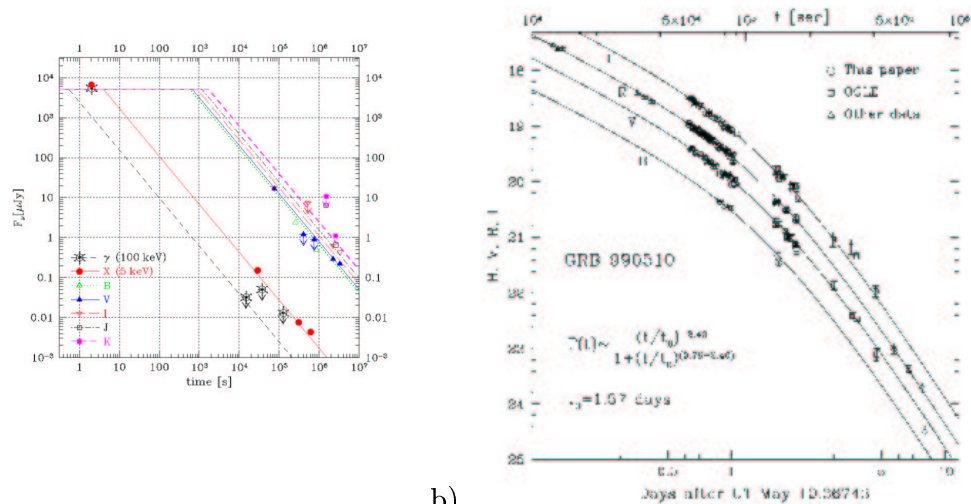
Ähnlich wie „eigentliche“ Gamma-Ray Bursts sind Afterglows vorübergehende Quellen, die auftauchen, wo vorher keine Emission zu sehen war, und nach einiger Zeit wieder verschwinden.

Das zeitliche Verhalten von Nachglühen ist allerdings deutlich weniger komplex und vielfältig als das der eigentlichen Gamma-Ray Burst.

Nachglühen setzen am Ende des oder nach dem eigentlichen Ausbruch ein, sie wurden beobachtet im Röntgenbereich, im Optischen, Infrarot, Millimeter- und Radio-Bereich (siehe z.B. [65]). Insbesondere für Röntgen-Afterglows, die mit ihrer Strahlungsenergie mit der des eigentlichen Ausbruchs überlappen können, ist die begriffliche Trennung zwischen beobachtetem Afterglow und dem Bursts eher willkürlich als physikalisch (siehe auch [81]). Im Rahmen des Standardmodells läßt sich eine (theoretische) physikalische Unterscheidung finden (siehe 1.4.5).

Für viele Ausbrüche lassen sich in mehreren Frequenzbändern Afterglows, meist zu verschiedenen Zeiten, finden. Der besonders gut beobachtete GRB970228-Afterglow (siehe Abbildung 1.9) ließ sich in Röntgen-, optischen, Infrarot-, Millimeter- und Radiobändern verfolgen [19, 56, 59, 21, 134].

Bei lange beobachteten optischen und Röntgen-Nachglühen zeigen sich Intensitätsabfälle, die Potenzgesetzen $\propto t^\alpha$ mit Index zwischen $\alpha = -1$ und $\alpha = -2$ entsprechen [65], GRB970228 zeigt z.B. in seiner frühen Afterglow-Phase einen Abfall mit $t^{-1.2}$ [169], siehe Abbildung 1.9. In einigen Fällen wurden im Abklingen von Afterglows Übergänge von einem Potenzgesetz t^α in ein anderes, steileres t^η , $\eta < \alpha$ beobachtet (ein sogenannter „break“) [22, 55, 98].



a)

b)

Abbildung 1.9: Afterglow-Lichtkurven: a) GRB979228 vom γ - bis in den Infrarot-Bereich. Der Verlauf der Intensitätsabfälle folgt in guter Näherung einem Potenzgesetz in allen beobachteten Frequenzen. Die Linien stellen theoretische Vorhersagen dar [169]. b) GRB990510 in 4 optischen Bändern (BLVI): Der Übergang zwischen zwei Potenzgesetzen ist gut zu erkennen, nach 1.5d wird der Abfall steiler [157].

Der GRB990510 zeigt in verschiedenen optischen Bändern und im Radio-Bereich nach etwa 1.5d eine gut sichtbare Änderung des Abfalls von $\propto t^{-0.76}$ in ein Potenzgesetz von etwa $\propto t^{-2.4}$ [74, 157].

Es gibt Tendenzen, daß ein Afterglow desto länger dauert, je niedriger seine emittierte Photonenenergie ist, ein Beispiel dafür liefert Abbildung 1.9a.

Der Radio-Afterglow des GRB970508 zeigt im 8.5 und 4.9 GHz-Bereich große Variabilität auf einer Zeitskala von der Größenordnung unterhalb eines Tages, die nach etwa einem Monat weggedämpft war — was als Hinweis auf interstellare Szintillation gedeutet werden kann und zu einer Abschätzung des Radius der Quelle von etwa 10^{17} cm führte, nach einer Zeit von 3 Wochen [51].

1.2.2 Spektra

Die Spektren von Afterglows sind ebenso wie GRB-Spektren nicht-thermisch in ihrer Form. Wie schon erwähnt können sie sich vom Radio- bis in den Röntgenbereich erstrecken. Im Allgemeinen können sie gut mit Synchrotronkurven angenähert werden (siehe 1.4.4). Einige Beispiele für Afterglow-Spektren finden sich in Abbildungen 1.8d und 1.10.

In einigen Fällen wurden Absorptionslinien in Spektren von Nachglühern gemessen, der jeweilige Afterglow muß sich also in oder hinter einer absorbierenden Struktur wie einer Gaswolke befinden, deren Rotverschiebung sich aus den Linien bestimmen läßt — die

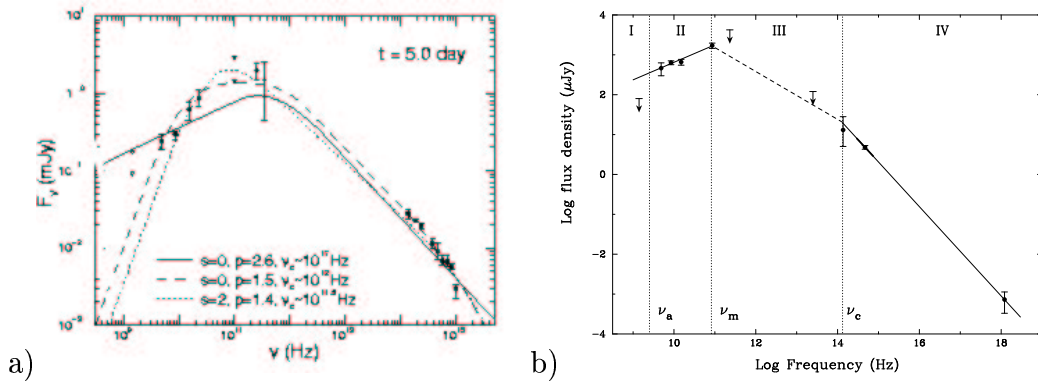


Abbildung 1.10: Afterglow-Spektren von: a) GRB000301c 5 Tage nach dem Ausbruch, vom Radio bis in den UV-Bereich, die nach unten gerichteten Dreiecke sind upper limits, die Linien stellen verschiedene theoretische Modelle dar [131], b) GRB970508 vom Röntgen- bis zum Radio-Bereich, aufgenommen 12.1 Tage nach dem Burst [60], die durchgezogene Linie stellt das theoretische Spektrum dar.

Entdeckung von Afterglows ermöglichte die ersten direkte Entfernungsbestimmung zu Gamma-Ray Bursts, siehe z.B. Tabelle 1.1.

Manche Afterglows zeigen ein niedriges Maß an Polarisation: für GRB990510 wurden 1.7% Polarisation festgestellt [27, 170], GRB990712 zeigt eine zeitlich variable Polarisationsrate zwischen 1.2% und 2.9% [144], was unerwartet niedrig ist, da von Synchrotronstrahlung eine Polarisation von bis zu 60-70% erwartet werden kann [145].

1.3 Beobachtungen: Verteilung und Gesamtenergie

Die Messung der Verteilung von Gamma-Ray Bursts am Himmel spielt eine große Rolle bei der Antwort auf die Frage, ob sie galaktischen oder extragalaktischen (kosmischen) Ursprungs sind. Durch Wissen um die Entfernung und den auf der Erde gemessenen Strahlungsfluß erhält man die Möglichkeit, eine Abschätzung der von GRBs emittierten Gesamtstrahlungsenergie durchzuführen und dadurch u.a. die möglichen Ursachen für diese Phänomene einzuschränken. Während seiner Funktionsdauer konnte BATSE etwa einen Gamma-Ray Burst pro Tag registrieren, und so einen großen Katalog von Ausbrüchen anlegen [123].

1.3.1 Räumliche Verteilung

Wenn Gamma-Ray Bursts homogen verteilt wären, sollte die gemessene Strahlungsflußverteilung einem Potenzgesetz mit Index $-3/2$ gehorchen, wie das folgende vereinfachte Argument andeutet (siehe z.B. [65]): angenommen, GRBs seien Standardkerzen, hätten also alle dieselbe Leuchtkraft bei derselben Wellenlänge. Für den gemessenen Strahlungsfluß F_0 bei einer Burstentfernung von r_0 gilt also $F_0 \propto r_0^{-2}$. Die Gesamtzahl $Z(\geq F_0)$ der Ausbrüche mit Flüssen $F \geq F_0$ ist proportional zum Volumen V_0 , in dem sie beobachtet

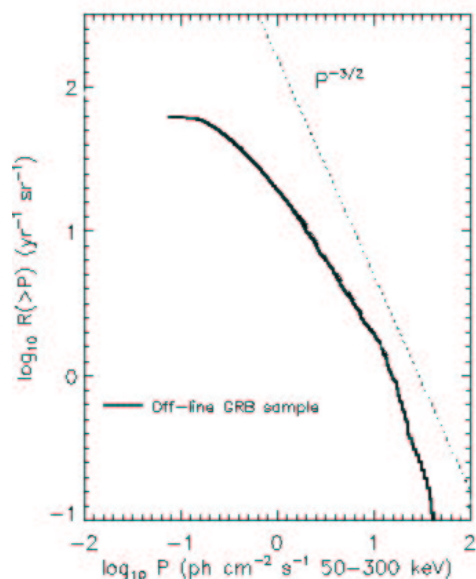


Abbildung 1.11: Dargestellt ist die kumulative Anzahl der Bursts oberhalb eines Strahlungsflusses P (doppelt-logarithmisch, siehe 1.3.1) Durchgezogene Linie: BATSE Bursts; gepunktete Linie: Gerade mit Steigung $-3/2$ zum Vergleich [92, 65].

werden können, also $Z(\geq F_0) \propto r_0^3 = F_0^{-3/2}$ (im euklidischen Raum). Für eine homogene Verteilung würde man also für eine Kurve mit $\log Z(\geq F_0)$ gegen $\log F_0$ aufgetragen eine Steigung von $-3/2$ erwarten.

Auf Abbildung 1.11 erkennt man, daß für schwache GRBs die gemessene Verteilung von einer homogenen abweicht, es „fehlen“ schwache Bursts. Bereits 1985 konnte dies mittels Ballon-Experimenten festgestellt werden, allerdings war damals noch nicht absehbar, ob es sich nicht um einen Beobachtungs-Bias des Experiments handelte [109]; spätestens seit BATSE ist dieser Zweifel ausgeräumt — zumindest schwache GRBs sind inhomogen verteilt [92].

1.3.2 Winkelverteilung

Abbildung 1.12 zeigt mehr als 2700 von BATSE gemessene Ausbrüche und ihre Positionen an der projizierten Himmelskugel. Es konnten auf keiner Winkelskala Korrelationen oder Ansammlungen von Ausbrüchen festgestellt werden [110], die über eine zufällige Verteilung herausgehen — die Ausbrüche sind isotrop verteilt. Dieses Ergebnis sorgte 1992 für eine große Überraschung innerhalb der Forschungsgemeinde, da von vielen erwartet worden war, daß GRBs innerhalb der Milchstraße verteilt seien.

2704 BATSE Gamma-Ray Bursts

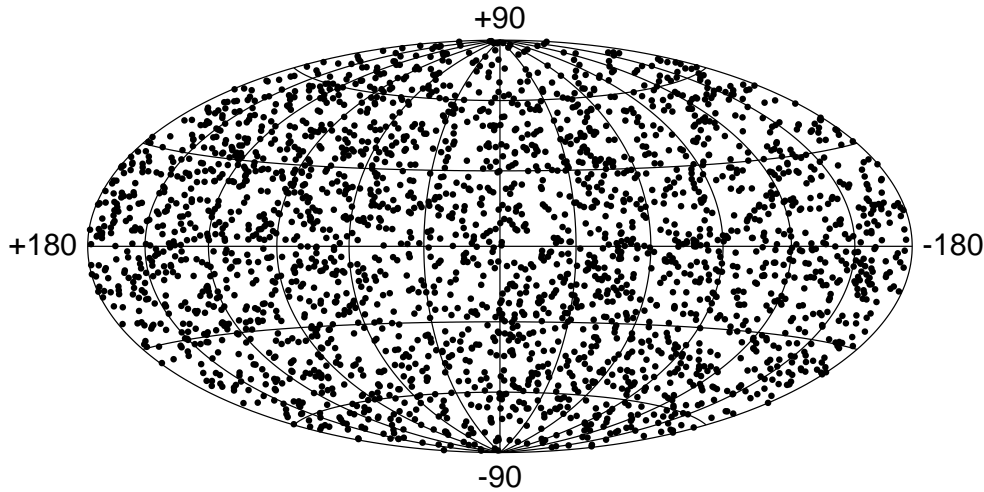


Abbildung 1.12: Die Verteilung von 2704 BATSE-Bursts aus dem 4B-Katalog in Galaktischen Koordinaten. Die einzelnen Bursts sind isotrop verteilt [8].

1.3.3 Die „große Debatte“

Die Inhomogenität der Verteilung zeigt, daß Gamma-Ray Bursts nicht innerhalb einer Entfernung einiger hundert pc¹⁰ ihren Ursprung haben können. Durch die Isotropie wurde ausgeschlossen, daß sie von größeren Distanzen, aber noch innerhalb der Population der galaktischen Scheibe kommen können [110] — die Struktur der Galaxis müßte zu erkennen sein. Diese Entdeckung führte zu einer sogenannten „Great Debate“¹¹ über die tatsächliche Entfernung zu Gamma-Ray Bursts.

Galaktisches Halo Auf der einen Seite gab es die Meinung, daß GRBs sich innerhalb eines spärlichen Halos um die Milchstraße befänden [18, 99, 106]; um den Anisotropie-Effekt durch die Distanz des Sonnensystems vom Zentrum der Milchstraße auszugleichen, muß der Radius R dieses Halos $R > 100\text{kpc}$ betragen [20, 76, 73]. Gegen diese Hypothese spricht, daß sonst keine Beobachtungen auf die Existenz eines solchen Halos hinweisen. Als Quellobjekt von GRBs wurden schnelle Neutronensterne vorgeschlagen, die durch den Rückstoß bei ihrer Entstehung die galaktische Ebene verlassen hätten (z.B. [75]). Mit einer typischen Entfernung R_h von $R_h = 100\text{ kpc}$ und einem typischen Energiefluß von $f_t = 10^{-6}\text{ cm}^{-2}\text{ s}^{-1}$ ergibt sich in diesen Szenario als Luminosität für einen isotrop abstrahlenden GRB $L_h = 4\pi f_t R_h^2 \approx 10^{42}\text{ erg s}^{-1}$.

¹⁰1 pc=1 parsec= $3.09 \times 10^{18}\text{ cm} \approx 3.26\text{ Lichtjahre}$

¹¹Die „Great Debate“ beschreibt genau genommen eine Diskussion zwischen Donald Q. Lamb und Bodhan Paczynski, die bei der Diamond Jubilee Debate 1995 zu diesem Thema geführt wurde.

Kosmologischer Ursprung Desweiteren wurde ein kosmischer Ursprung vorgeschlagen, Gamma-Ray Bursts sollten demnach Gpc entfernt sein, auf diesen Distanzen scheint Materie isotrop verteilt zu sein [124, 125, 127]. Den Mangel an schwachen Burst, die im Durchschnitt weiter von uns weit sein sollten, kann man dann durch kosmologische Zeitdilatation erklären: die Ereignisrate hierfür ist um den Faktor $1 + z$, wobei z die kosmologische Rotverschiebung ist, verringert. Den Mangel-Effekt verstärken noch das um denselben Faktor rotverschobene Spektrum (ein anderer Teil des Spektrums wird beobachtet) und der auf diesen Skalen nicht mehr euklidische Raum [124, 125, 106]. Mit einer Distanz von $R_k = 3$ Gpc ergibt sich vereinfacht (ohne Rotverschiebung) mit f_t wie oben eine Leuchtkraft von $L_k \approx 10^{51}$ erg s⁻¹.

1.3.4 Entfernung von GRBs

Direkte Entfernungsmessungen von Gamma-Ray Bursts sind erst mit der Entdeckung von Afterglows möglich geworden. Im optischen Nachglühen von GRB970508 konnten Absorptionslinien gefunden werden, die einer Rotverschiebung von $z = 0.835$ entsprachen [116]. Damit war die Annahme bestätigt, daß GRBs kosmologischen Ursprungs sind.

In nicht allen Fällen war es möglich, Rotverschiebungen aus Afterglow-Linien zu erhalten; manchmal wird eine Galaxie gefunden, die als Heimat des GRB in Frage kommt und deren Distanz bestimmt (siehe Tabelle 1.1). Eine andere Methode benutzt das Vorhandensein von Lyman- α -Absorptionmerkmalen in Afterglow-Spektren, wenn vorhanden. Die Entfernungen der beiden bisher am weitesten entfernten Ausbrüche GRB971214 mit $z = 3.418$ (das entspricht etwa 10^{10} Lichtjahren, je nach verwendeter Hubble-Konstanten) und GRB000131 mit $z = 4.5$ wurden auf diese Art bestimmt [4, 97]. Inzwischen ist es gelungen, für etwa 15 Ausbrüche Entfernungen zu bestimmen, einige davon sind in Tabelle 1.1 dargestellt. Die durchschnittliche Rotverschiebung von Gamma-Ray Bursts beträgt demnach $z_t \approx 1.1$.

Aus einer indirekten photometrischen Methode ergaben sich Hinweise, daß der GRB980329 bei $z \approx 5$ liegen könnte, eine Bestätigung durch eine spektroskopische Methode steht noch aus [54].

Generell ist die Distanzbestimmung einzelner Ausbrüche schwierig, da sich selten eine passende Heimatgalaxie eindeutig zuordnen läßt oder Linien nicht zu erkennen bzw. zuzuordnen sind, selbst wenn ein Afterglow identifiziert werden kann.

1.3.5 Gesamtenergie

Die Entfernungsbestimmung durch Rotverschiebung ermöglicht eine Abschätzung der durch einer Gamma-Ray Burst im Gamma-Bereich emittierten Gesamtenergie. Mit dem gemessenen Gesamtenergie pro Einheitsfläche $F \approx f_t \times t$ (mit f_t wie in 1.3.3 und der Burstdauer t) stellt sich die Gesamtenergie für eine sphärische Geometrie dar als $E_{sph} = 4\pi \times D^2 \times F$, wobei $D = D_L / \sqrt{1 + z}$ die durch die Rotverschiebung korrigierte Distanz und D_L die Leuchtkraftdistanz¹² sind [65]. Man erhält so Werte von 10^{51} erg für

¹² $D_L = (2c/H_0)(1 + z - \sqrt{1 + z})$, für ein flaches Universum, $H_0 \approx 70$

GRB	970228	970508	970828	971214	980329	980425	980613	980703
z	0.695 ¹	0.835	0.958 ¹	3.412 ²	≥ 3.9 ¹	0.0085 ¹	1.096 ¹	0.967
GRB	990123	990510	990712	991208	991216	000301	000131	000911
z	1.600	1.619	0.43	0.706	1.02 ¹	2.0335	4.5 ²	1.0585 ¹

Tabelle 1.1: Einige Entfernungen von GRBs in Rotverschiebung z , bestimmt (1) aus der Rotverschiebung der vermuteten Heimat-Galaxien, (2) aus Lyman- α -Absorption im Afterglow-Spektrum, die anderen aus der Rotverschiebung der optischen Afterglows. Quellen: [37, 115, 33, 96, 160, 35, 34, 36, 164, 58, 38, 165, 23, 4, 138].

einen typischen Ausbruch von mehreren Sekunden Dauer bis etwa 3×10^{54} erg für den Fall des GRB990123, der das schon erwähnte optische Gegenstück aufwies und der als der energiereichste beobachtete Burst gilt. Zum Vergleich sei erwähnt, daß eine Supernova elektromagnetisch $10^{48} - 10^{49}$ erg abstrahlt und das Ruhmasseäquivalent der Sonne etwa 10^{54} erg beträgt. Sollten Gamma-Strahlen Ausbrüche nicht isotrop abstrahlen, sondern z.B. nur einen Raumwinkel $\Omega < 4\pi$ überdecken, so reduziert sich die Gesamtenergie zu $E_{coll} = \Omega \times D^2 \times F$.

Mit einer isotropen Leuchtkraft in der Größenordnung von 10^{51} erg s⁻¹ sind Gamma-Ray Bursts während ihrer kurzen Lebensdauer die leuchtstärksten Objekte im Universum.

1.3.6 Vorgängerobjekte und Heimatgalaxien

Welche Art von Objekten für die Entstehung von Gamma-Ray Bursts verantwortlich sind, hat sich bisher einer direkten Beobachtung entzogen. Die großen Entfernungen, die Unvorhersehbarkeit eines Ausbruchs und die Kompaktheit der Quellen haben die Entdeckung von Vorgänger-Objekten verhindert.

Es gibt Hinweise darauf, daß Gamma-Ray Bursts in sternformenden Galaxien und Sternentstehungsgebieten gelegen sind, was sie mit Objekten, wie sie in solchen Gebieten vorkommen sollten, in Verbindung bringt. Eine Untersuchung von Afterglows mit dem Hubble Space Telescope (HST) ergab, daß GRBs in Gebieten ihrer Heimatgalaxien mit starkem UV-Hintergrund (im Ruhsystem der entsprechenden Galaxie) entstehen [17] — ultraviolettes Licht wird hauptsächlich von großen und jungen Sternen produziert. Aus Extinktionsbestimmung von Röntgenspektren (ebenfalls im Ruhsystem der Galaxie) ergaben sich Wasserstoff-Liniendichten von $N_H = 10^{22} - 10^{23}$ cm⁻², was der von Galaktischen großen molekularen Wolken entspricht [64], die Sternentstehungsgebiete sind. Die Extinktion bei Afterglows im optischen ist allerdings um den Faktor 10-100 kleiner als die Röntgenextinktion erwarten ließe (siehe Abbildung 1.13); dies mag daran liegen, daß die harte Strahlung des eigentlichen Bursts den für die Extinktion verantwortlichen Staub in der GRB-Umgebung zerstört, bevor der Afterglow beginnt [65, 57, 167].

Die Verbindung mit Supernovae 1998 wurde die Supernova SN1998bw im Bereich der Fehlergrenzen für die Lokalisierung des GRB980425 gefunden [61]. Die sich ausbreitende Radio-Shell dieser Supernova vom Typ $I_{b/c}$ bewegt sich mit einer Geschwindigkeit

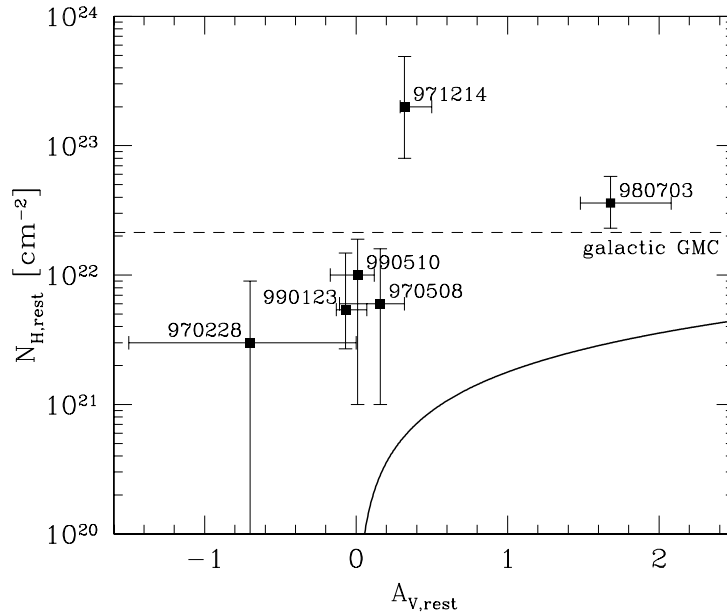


Abbildung 1.13: Wasserstoff-Liniendichten (column densities) N_H aufgetragen über der optischen Extinktion im V-Band $A_{V,Rest}$, beides für die Ruhsysteme der jeweiligen Heimatgalaxien für einige Bursts. Die getrickelte Linie stellt die durchschnittliche Liniendichte einer galaktischen großen Molekülwolke mit $170 M_S pc^2$ (giant molekular clouds) dar, die durchgezogene Linie zeigt die Werte für die Milchstraße [65, 64, 136, 154].

von etwa $0.85c$ (Lorentzfaktor $\Gamma \approx 2$) [97], was mit großem Abstand der bisher höchste bekannte Wert ist. Auch der GRB980425 war ein ungewöhnlicher seiner Art: mit einer Rotverschiebung von $z = 0.0085$ liegt er deutlich näher als alle anderen GRBs mit bekannten Distanzen, seine isotrope Gesamtenergie $E_{sph} \approx 10^{46}$ erg liegt mehrere Größenordnungen unter der eines typischen GRB. Die zeitliche und räumliche Nähe dieser beiden ungewöhnlichen Quellen lassen einen Zusammenhang zwischen ihnen vermuten [61, 97]. Diese Entdeckung löste die Suche nach weiteren Spuren von Supernovae, insbesondere in Afterglow-Spektren und -Lichtkurven, aus.

In der Lichtkurve des GRB980326 wurden weitere Hinweise gefunden. Hier wich der späte Afterglow stark von einem Potenzgesetz-Abfall ab, er wurde nach etwa einer Woche stärker und hatte ein lokales Maximum nach etwa 20-30 Tagen, bevor er verschwand. Die Strahlung des späten Afterglow war deutlich „röter“ als aus Extrapolation des frühen erwartet. Dies Verhalten kann einer Supernova vom Typ $I_{b/c}$ bei $z \approx 1$ zugeschrieben werden, die ein Strahlungsmaximum nach etwa $\approx 20/(1+z)$ Tagen aufweisen sollte [16]: eine Addition eines Supernova I_c -Spektrums zu einem Potenzgesetz-Abfall kann die Lichtkurve modellieren wie Abbildung 1.14 zeigt.

Ein ähnliches Verhalten war in der Lichtkurve von GRB970228 zu finden. Hier konnte eine Addition einer mit der bekannten Entfernung des Bursts von $z = 0.695$ ([17]) rotverschobenen SN-Lichtkurve zu einem „normalen“ Afterglow den zeitlichen Verlauf des Afterglows darstellen [142, 63].

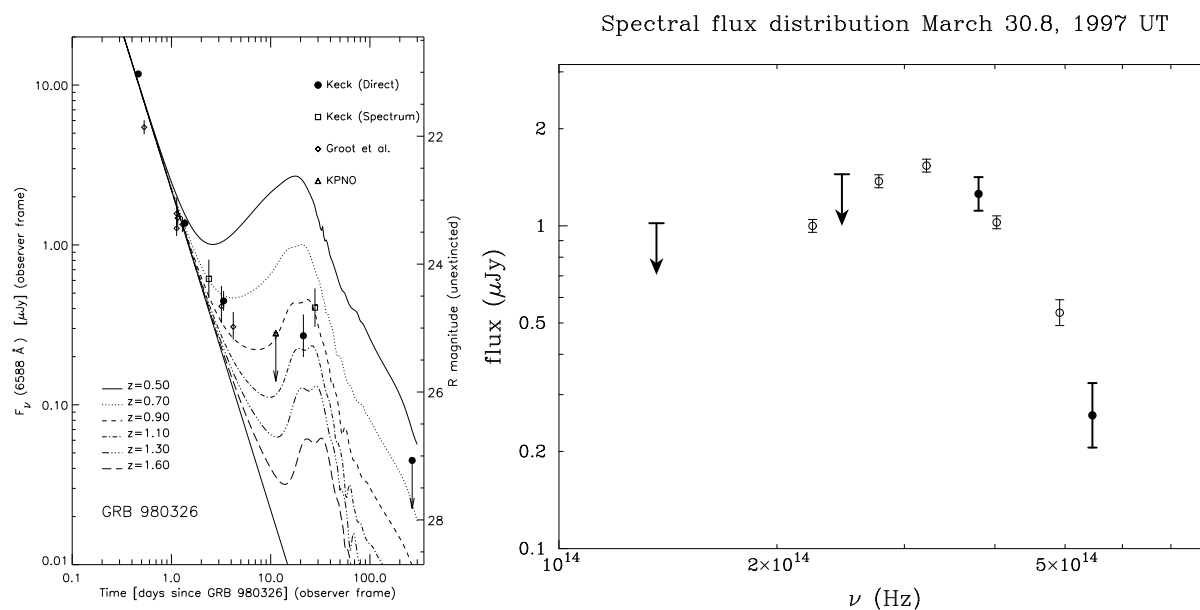


Abbildung 1.14: Links: Lichtkurve des GRB980326 im R-Band. Die Linien zeigen den theoretischen Verlauf eines abfallendes Potenzgesetz addiert zu SN-Lichtkurven (mit Rotverschiebungen zwischen $z = 0.5$ bis $z = 1.6$). Rechts: Die vollen Punkte mit Fehlerbalken und Upper Limits zeigen das Spektrum des optischen Afterglows von GRB970228 vom 30. März 1997. Die offenen Punkte zeigen das um $z = 0.695$ rotverschobene Spektrum der SN1998bw. Aus [65, 16, 63].

In einem anderen Erklärungsversuch wird durch Staub aus der GRB-Umgebung reflektiertes und gestreutes Licht des Afterglows dazu benutzt, die ungewöhnlichen Strukturen der Afterglows der Supernova-verdächtigen Bursts zu beschreiben — sogenannte „dust echoes“ [167, 43, 143].

1.4 Theorien und Modelle

1.4.1 Kompaktheit und Zeitskalen

Wie schon erwähnt (1.1), handelt es sich bei Gamma-Ray Bursts um Quellen, deren klassische maximale Ausdehnung R von ihrer typischen Variabilitätszeitskala δt gegeben ist mit $R = c \times \delta t$ und etwa $R \approx 300$ km beträgt.

Das entspricht etwa 30 Radien eines Neutronensterns, es handelt sich also um eine sehr kompakte Quelle, die die hochenergetischen Photonen eines GRB emittiert. Diese Photonen können über γ - γ -Wechselwirkung e^+e^- -Paare erzeugen. Damit dieser Prozeß stattfinden kann, muß die Energie der Photonen im Schwerpunktsystem der Wechselwirkung mindestens so groß sein, wie die Ruheenergie der neuen Teilchen und Antiteilchen (jeweils $m_e c^2 = 0.511$ MeV mit $m_e =$ Elektronen-Ruhemasse), also muß gelten

$$\epsilon_2 \geq \frac{2(m_e c^2)}{\epsilon_1(1 - \cos \theta)}. \quad (1.3)$$

Die so erzeugten Paare erhöhen wiederum die Rate der Comptonstreuungen, der die Photonen unterliegen.

Die optische Tiefe $\tau_{\gamma\gamma}$ für ein Photon der Energie ϵ_2 ein Gebiet der Größe R , das mit Photonen der Energie ϵ_1 und der differentiellen Dichte $n(\epsilon_1)$ gefüllt ist, zu durchqueren kann nach [68, 107] geschrieben werden als:

$$\tau_{\gamma\gamma} = \frac{R}{4\pi} \int d\epsilon_1 n(\epsilon_1) \int d\Omega (1 - \cos \theta) \sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon'). \quad (1.4)$$

Hierbei bedeuten $\epsilon' = (\epsilon_1 \epsilon_2 / m_e^2 c^4)(1 - \cos \theta)$ und $\sigma_{\gamma\gamma}$ entspricht dem Wirkungsquerschnitt für die Paar-Produktion — diese ist in Abbildung 1.15 graphisch dargestellt. Ω ist der Raumwinkel, über den integriert wird. Die Photonendichte $n(\epsilon)$ kann für eine isotrop abstrahlende, optisch dünne Quelle aus der Leuchtkraft L über die Beziehung

$$L = 4\pi R^2 c \int d\epsilon n(\epsilon) \quad (1.5)$$

bestimmt werden.

Die Kompaktheit einer Quelle kann nun nach [70] definiert werden als

$$k = \frac{L \sigma_T}{4\pi R m_e c^3}, \quad (1.6)$$

was sich direkt aus beobachtbaren Parametern bestimmen läßt; $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{cm}^{-2}$ ist der Thomson-Streuquerschnitt. Für Gamma-Ray Bursts ergibt sich mit $L = 10^{51}$ erg und $R = 3 \times 10^7$ cm ein Wert von

$$k_{GRB} \approx 10^{13}$$

— zum Vergleich hat ein AGN (Active Galactic Nucleus) typischerweise eine Kompaktheit von $k_{AGN} \approx 10^3$.

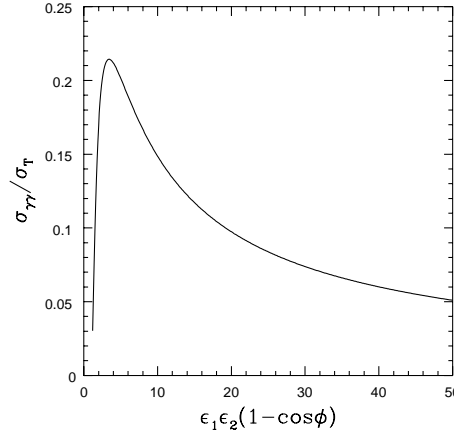


Abbildung 1.15: Der Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung bei Photonen der Energien ϵ_1 und ϵ_2 in Einheiten des Thomson-Wirkungsquerschnitts [107].

Zum Zwecke der Vereinfachung seien folgende Annahmen gemacht: die Photonendichte läßt sich schreiben als Potenzgesetz der Form $n(\epsilon) = n_0 \epsilon^{-p}$ in einem Intervall $\epsilon_{min} \leq \epsilon \leq \epsilon_{max}$ und $\sigma_{\gamma\gamma}$ läßt sich als Dirac- δ -Funktion nähern. Dann kann Gleichung (1.4) integriert werden zu

$$\tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_2) \approx \frac{1}{4} \eta(\epsilon_{min}, \epsilon_{max}, p) \left(\frac{\epsilon_2}{m_e c^2} \right)^{p-1} k. \quad (1.7)$$

Hier wird eingeführt

$$\eta = (2 - p) / (\epsilon_{max}^{2-p} - \epsilon_{min}^{2-p}) \quad \text{für } p \neq 2 ,$$

$$\eta = [\ln(\epsilon_{max}/\epsilon_{min})]^{-1} \quad \text{für } p = 2. \quad (1.8)$$

Setzt man nun einen typischen Wert von $p = 2$ ein, was zu $\eta \approx 0.1$ relativ unabhängig von ϵ_{max} und ϵ_{min} führt, so erhält man für 1 MeV-Photonen bei einem GRB eine optische Tiefe von

$$\tau_{\gamma\gamma GRB} \approx 10^{12}. \quad (1.9)$$

Es sollte bei dieser hohen optischen Tiefe keine hochenergetischen Photonen aus der Quelle austreten können, sie würden ihre Energie verlieren und das Spektrum thermalisiert werden, was scheinbar den Beobachtungen hochenergetischer und nicht-thermischer Spektra widerspricht.

In der Literatur ist dieses Paradoxon als „problem of compactness“ bekannt, es ist in ähnlicher Form schon bei Phänomenen wie variablen Radioquellen aufgetreten [140]. Da in Gleichung (1.7) die optische Dicke stark von der Gesamtleuchtkraft abhängt und diese von der Entfernung der Bursts, wurde das Kompaktheitsproblem lange Zeit als Argument dafür benutzt, daß GRBs sich in der Milchstraße befinden müßten.

1.4.2 Relativistische Effekte

Bevor eine Lösung des Kompaktheitsproblems näher behandelt wird, soll an dieser Stelle kurz auf Effekte relativistischer Bewegung eingegangen werden. In diesem Fall ist nicht die relativistische Bewegung einzelner Teilchen gemeint, sondern kollektive Bewegungen, wie sie zum Beispiel in Strömungsbewegungen von Plasma vorkommen.

Einer solchen Bewegung einer Strahlungsquelle sei ein Geschwindigkeitsbetrag v zugeordnet mit $v = \beta c$. Die Richtung der Geschwindigkeit schließe mit der Sichtlinie zum Beobachter einen Winkel θ ein (gemessen im Bogenmaß) und die Distanz zwischen Quelle und Beobachter sei D . Die mit v bewegte Quelle kann durchaus in ihrem Ruhssystem relativistische Teilchen besitzen, die zum Beispiel Synchrotronstrahlung emittieren. Sie sei optisch dünn.

Variablen, die sich auf das mitbewegte System der Quelle beziehen, werden im Folgenden einfach gestrichen, z.B. j'_ν , solche im Ruhssystem des Beobachters werden nicht speziell markiert.

Der Doppler-Faktor und die Leuchtkraft Mit den vorausgegangenen Bezeichnungen läßt sich als erstes der Lorentz-Faktor wie gewöhnlich definieren:

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \quad (1.10)$$

Desweiteren wird der Doppler-Faktor δ_v eingeführt mit

$$\delta_v = \Gamma^{-1} (1 - \beta \cos \theta)^{-1}, \quad (1.11)$$

dessen Wert sehr empfindlich reagiert auf Winkeländerungen; man kann zeigen, daß folgende Näherungen gelten:

$$\delta_v \approx \Gamma \quad \text{für } \theta < \Gamma^{-1}, \quad (1.12)$$

$$\delta_v \approx \Gamma^{-1} \quad \text{für } 1 < \theta. \quad (1.13)$$

Der spezifische Emissionskoeffizient j_ν ist definiert als

$$j_\nu = n \frac{dW}{dt d\Omega d\nu} \quad (1.14)$$

und gibt die von einer Quelle emittierte Energie pro Zeiteinheit, Raumwinkel, Frequenz und Volumen an (Einheit: $\text{erg ster}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{Hz}^{-1} \text{s}^{-1}$), wobei n die Dichte der Emittenden

angibt [145] und die anderen Variablen wie unten definiert werden. Als beobachtbare Größe spezifischer Fluß wird verwendet

$$S_\nu(\nu) = \int \frac{j_\nu}{D^2} dV, \quad (1.15)$$

wobei die Integration über das emittierende Volumen ausgeführt wird.

Um j_ν in das mitbewegte System zu transformieren, werden die einzelnen Größen aus Gleichung (1.14) einzeln transformiert nach [107]:

$$\text{Frequenz } d\nu' = \delta_v^{-1} d\nu \quad (1.16)$$

$$\text{Energie } dW' = \delta_v^{-1} dW \quad (1.17)$$

$$\text{Zeit } dt' = \Gamma^{-1} dt \quad (1.18)$$

$$\text{Dichte der Emittenden } n' = \Gamma^{-1} n \quad (1.19)$$

$$\text{Raumwinkel } d\Omega' = \delta_v^2 d\Omega \quad (1.20)$$

$$(1.21)$$

Zusammengefasst ergibt sich also

$$j'_{\nu'} = \delta_v^{-2} j_\nu \quad (1.22)$$

und damit kann die Gleichung (1.15) in das mitbewegte System transformiert werden zu

$$S_\nu(\nu) = \delta_v^3 \int j'_{\nu'}(\nu') dV / D^2. \quad (1.23)$$

Unter der Annahme, daß der spezifische Emissionskoeffizient im mitbewegten System die Form eines Potenzgesetzes mit $j'_{\nu'} \propto \nu'^{-\alpha}$ besitzt, erhält man

$$S_\nu(\nu) = \delta_v^{3+\alpha} \int j'_\nu dV / D^2. \quad (1.24)$$

Für eine kugelförmige (im mitbewegten System) Quelle ergibt eine Integration des spezifischen Strahlungsflusses über das Volumen (Kugel mit Radius D) und die Frequenz eine Beziehung zwischen der beobachteten Luminosität und der mitbewegten (intrinsischen) [107]

$$L = \delta_v^4 L'. \quad (1.25)$$

Für andere Geometrien und Spektren ergeben sich etwas andere Zusammenhänge, qualitativ ändert sich aber nichts daran, daß man an dieser Gleichung die großen Auswirkungen erkennt, die relativistische Bewegung einer Strahlungsquelle auf die beobachtbaren Parameter haben kann: z.B. erscheint eine direkt auf den Beobachter zu bewegte Quelle um Größenordnungen heller als im Ruhesystem, während sie von der Seite betrachtet deutlich schwächer zu sehen ist.

Ein anderer Effekt der relativistischen Bewegung einer Strahlungsquelle ist das sogenannte „Beaming“. Ein im mitbewegten System eines Teilchens oder Körpers isotropes Strahlungsfeld wird von einem ruhenden Beobachter als kegelähnliche Struktur mit einem Öffnungswinkel von $\phi \approx 1/\Gamma$ um die Bewegungsrichtung gesehen [145]. In der Überlagerung

vieler Teilchen mit einer gemeinsamen Strömungsgeschwindigkeit ergibt sich daraus, daß ein Beobachter nur Photonen aus einem Kegel mit demselben Öffnungswinkel empfangen kann (der beobachtbare Raumwinkel entspricht $\approx 1/\phi^2$). Das bedeutet unter Anderem, daß ein Beobachter einen auf ihn zukommenden Jet mit Öffnungswinkel größer als ϕ nicht von einer sphärischen Emission unterscheiden kann.

1.4.3 Lösung des Kompaktheitsproblems

Mit den Transformationen des vorigen Abschnitts läßt sich das Kompaktheitsproblem durch relativistische Bewegung der Quelle mit zugehörigem Doppler-Faktor $\delta_v > 1$ eines Gamma-Ray Bursts lösen [107]. Aus den Gleichungen (1.17), (1.18) und (1.25) ergeben sich folgende Änderungen, die die Kompaktheit und optische Tiefe einer Quelle beeinflussen:

- Die Energie der beobachteten Photonen E_γ unterscheidet sich nach $E_\gamma = \delta_v E'_\gamma$ von der im mitbewegten System, bei Bewegung auf den Beobachter zu sind sie blauverschoben ($\delta_v > 1$).
- Die Variabilitätszeitskala δt erscheint als $\delta t = \delta_v^{-1} \delta t'$, ist also im mitbewegten System größer als im beobachtenden.
- Die Quelle erscheint heller: $L = \delta_v^4 L'$.

Für die Kompaktheit ergibt sich damit und aus Gleichung (1.6)

$$k \propto \frac{L}{\delta t} = \frac{\delta_v^4 L'}{\delta_v^{-1} \delta t'} \propto \delta_v^5 k', \quad (1.26)$$

womit die optische Tiefe $\tau_{\gamma\gamma}$ für Paarerzeugung nach Gleichung (1.7) für $s = 2$ erscheint als

$$\tau_{\gamma\gamma} \propto k E_\gamma = (\delta_v^5 k') (\delta_v E'_\gamma) \propto \delta_v^6 \tau'_{\gamma\gamma} . \quad (1.27)$$

Die Reduktion der optischen Dichte hat anschaulich damit zu tun, daß die Photonen im mitbewegten System um Γ weicher sind als im Beobachtersystem, also nur wenige Elektronen die nötige Energie zur Paarerzeugung haben. Außerdem kann die Quelle gegenüber der naiven Abschätzung (Gleichung (1.1)) um den Faktor Γ^2 größer und immer noch auf derselben Zeitskala variabel sein.

Damit die beobachteten hochenergetischen Photonen aus einem Gamma-Ray Burst entkommen können, muß gelten

$$\tau'_{\gamma\gamma} = \frac{\tau_{\gamma\gamma}}{\delta_v^6} < 1, \quad (1.28)$$

was für Gamma-Ray Bursts (siehe Gleichung 1.9) ab $\delta_v > 100$ erreichbar ist.

Man sieht also, daß relativistische Bewegung einer Quelle das scheinbare Paradoxon Kompaktheitsproblem auf natürliche Weise lösen kann, ohne auf „neue Physik“ zurückzugreifen. Es tritt im Übrigen auch bei anderen Arten von Quellen auf, insbesondere bei AGN,

deren Dopplerfaktoren in der Größenordnung von 5 – 10 allerdings deutlich geringer ausfallen (z.B. [140, 15]).

Wenn eine Energie, wie GRBs sie erreichen können, in ein räumlich stark eingegrenztes Plasma mit relativ geringer Masse —in der Größenordnung von 10^{-5} Sonnenmassen— gepumpt wird, kann dieses tatsächlich ultrarelativistische ($\Gamma \gg 1$) Geschwindigkeiten erreichen [14, 113, 130]. Ein solches Plasma dürfte hauptsächlich aus leichten Elektronen und Positronen bestehen, und eine im Vergleich zu diesen geringe Anzahl an Baryonen mit sich führen [113, 130]. Diese Leptonen sind aufgrund ihrer geringeren Masse leichter zu beschleunigen und zum Emittieren von hochenergetischer Gamma-Strahlung zu bringen als Protonen.

1.4.4 Synchrotron- und IC-Strahlung

Geladene Teilchen, die sich in Magnet- oder Strahlungsfeldern bewegen, geben elektromagnetische Strahlung ab. Für relativistische Teilchen in relativ dünnen astrophysikalischen Medien außerhalb kompakter Objekte oder Sternen sind hauptsächlich der Synchrotron- und der Inverse Compton-Effekt Ursachen für solche Abstrahlung. Diese sollen hier kurz dargestellt werden.

Ein Elektron, das in einem Magnetfeld Spiralbewegungen ausführt, strahlt Leistung in Form von Photonen ab. Hier soll ein kurzer vereinfachter Überblick über die Eigenschaften der Synchrotronstrahlung, wie sie im Zusammenhang mit GRBs und anderen Gebieten der Astrophysik im Allgemeinen verwendet wird, gegeben werden [107, 145], die Betrachtung erfolgt in einem Laborsystem.

Seien B der Betrag der magnetischen Induktion des Magnetfeldes (im Allgemeinen nicht ganz korrekt als „Feldstärke“ bezeichnet), e die Elementarladung, γ_e der Lorentzfaktor der Geschwindigkeit des Elektrons, α der Winkel zwischen Elektron-Geschwindigkeit und Magnetfeld („pitch-angle“) und m_e und c wie üblich Elektronenruhemasse und Lichtgeschwindigkeit.

Die Frequenz der Spiralbewegung wird magnetische Gyrofrequenz genannt und beträgt

$$\nu_g = \frac{eB}{\gamma_e m_e c} . \quad (1.29)$$

Das Einzel-Spektrum der Synchrotron-Strahlung besteht aus Oberfrequenzen von ν_g mit einem Maximum nahe bei der sogenannten kritischen Frequenz

$$\nu_{cr} = \frac{3\gamma_e^2 eB \sin \alpha}{4\pi m_e c} . \quad (1.30)$$

Im Allgemeinen wird eine Vereinfachung dahingehend vorgenommen, daß das Elektron nur mit einer einzigen Frequenz ν_t nahe bei ν_{cr} abstrahlt, z.B.

$$\nu_t = \frac{eB}{2\pi m_e c} \gamma_e^2, \quad (1.31)$$

wobei der genaue Wert für ν_t nach praktischen Gesichtspunkten auch anders gewählt werden kann (die sogenannte Dirac- δ -Näherung).

Die Strahlungsleistung von Synchrotron-emittierenden Elektronen kann geschrieben werden (errechnet aus der Larmor-Gleichung und gemittelt über alle α) als

$$P_{syn} = - \left(\frac{dE_e}{dt} \right)_{syn} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma_e^2 U_b \approx \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma_e^2 U_B. \quad (1.32)$$

Hierbei ist $U_B = B^2/8\pi$ die Energiedichte des Magnetfeldes und E_e die Energie des Elektrons $E_e = \gamma_e m_e c^2$. Daraus ergibt sich die Zeitskala für Energieverlust durch Synchrotronstrahlung als

$$\tau_{syn} = \frac{E_e}{dE_e/dt} \approx \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T \gamma_e B^2}, \quad (1.33)$$

was zeigt, daß je höher die Energie von Elektronen ist, desto schneller sie abgestrahlt wird.

In der Astrophysik treten häufig nichtthermische Elektronen-Verteilungen in Form von Potenz-Gesetzen in Energie wie $N(\gamma_e) \propto \gamma_e^{-p}$ für ein Intervall $\gamma_{min} \leq \gamma_e \leq \gamma_{max}$ auf, die einem Synchrotron-Prozeß unterliegen und dabei nur langsam kühlen (d.h. die Verteilung der Elektronen wird durch den Energieverlust der Strahlung nicht geändert). Das resultierende Spektrum erhält man durch Faltung der Einzelelektronen-Emissivität $j_s(\nu)$ mit der Elektronenverteilung. Es wird gebildet von der gemeinsamen Einhüllenden der $j_s(\nu)$ und ergibt ebenfalls ein Potenzgesetz $j_s(\nu)^{-a}$ mit dem spektralen Index $a = (p - 1)/2$, gültig für ein optisch dünnes Medium und für ein Frequenz-Intervall $\nu_{min} < \nu < \nu_{max}$, das mit dem der Lorentzfaktoren zusammenhängt und grob über die Gleichung (1.30) abgeschätzt werden kann¹³. Oberhalb und unterhalb dieses Intervalls wird die Einhüllende nicht mehr durch das Maximum, sondern durch abfallende Teile des Spektrums geliefert und sieht deswegen anders aus (für Details dazu siehe z.B. [112]).

Die Synchrotron-emittierenden Elektronen können optisch dicht für ihre eigene Strahlung werden (sogenannte SSA – Synchrotron Self Absorption). Dazu wird die Helligkeitstemperatur (brightness temperature) definiert als

$$T_B = \frac{c^2 I_\nu}{2k_B \nu^2}, \quad (1.34)$$

wobei die spezifische Intensität $I_\nu = j_\nu l$ mit l der Dicke der Quelle in Beobachtungsrichtung ist und k_B die Boltzmann-Konstante. Die kinetische Temperatur ist gegeben durch

$$T_e = \frac{\gamma_e m_e c^2}{3k_B}. \quad (1.35)$$

Sobald die Temperatur der Elektronen die eines Schwarzkörpers der Intensität I_ν überschreiten würde $T_e \geq T_B$, setzt SSA ein für Elektronen mit Lorentzfaktoren unterhalb von

$$\gamma_{SSA} = \frac{3c^2 I_\nu}{2m_e c^2 \nu^2}. \quad (1.36)$$

¹³Falls die Elektronen durch Synchrotronstrahlung schnell kühlen, ergibt sich $a = -p/2$

In diesem Bereich wird das Synchrotronspektrum unabhängig vom zugehörigen Elektronenspektrum gegeben durch

$$j(\nu) \propto \nu^{5/2}. \quad (1.37)$$

Für unterschiedliche physikalische Bedingungen ergeben sich also Unterschiedliche Verläufe der Synchrotronspektren. Im Allgemeinen setzen sich komplette Synchrotronspektren aus mehreren Potenzgesetzen zusammen, die an bestimmten Photonenenergien („spectral break“) ihre Steigung wechseln, was einen Wechsel in ein anderes physikalisches Regime bedeutet.

Inverse Compton-Strahlung Der Inverse Compton-Prozeß beschreibt die Streuung von niederenergetischen Photonen an relativistischen Elektronen hin zu höheren Energien. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß hängt stark von der Größe

$$\epsilon_{IC} = \gamma_e \epsilon_\nu (1 - \beta_e \cos \theta_{IC}) \quad (1.38)$$

ab, die die Energie eines einfallenden Photons im Ruhssystem des Elektrons beschreibt (abgekürzt ERF-Electron Rest Frame, Größen in diesem System werden mit dem Subscript IC gekennzeichnet). Hierbei stehen ϵ_ν für die Energie des Photons im Laborsystem, in dem auch der Lorentzfaktor des Elektrons γ_e mit zugehörigem β_e und der Streuwinkel θ_{IC} gemessen werden. Mit $x = \epsilon_{IC}/m_e c^2$ kann der Wirkungsquerschnitt, auch Klein-Nishina-Querschnitt genannt, geschrieben werden als

$$\sigma_{KN} = \frac{3}{4} \sigma_T \left[\frac{1+x}{x^3} \left(\frac{2x(1+x)}{1+2x} - \log(1+2x) \right) + \frac{1}{2x} \log(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right]. \quad (1.39)$$

Dieser etwas unhandliche Ausdruck kann asymptotisch genähert werden

$$\sigma_{KN} \approx \sigma_T \quad \text{für } x \ll 1 \quad (1.40)$$

$$\sigma_{KN} \approx \frac{3}{8} \sigma_T x^{-1} (\ln 2x + \frac{1}{2}) \quad \text{für } x \gg 1 \quad (1.41)$$

Für $x \ll 1$ spricht man vom Thomson- oder klassischen Regime, hier geht die e^- -Photon Kollision elastisch vor sich. $x \gg 1$ beschreibt das Klein-Nishina Regime oder Quanten-Limit, hier erfährt das Elektron einen deutlichen Rückstoß. Der Wert von σ_{KN} nimmt stark ab, sobald die Kollisionsenergie ϵ_{IC} den Wert des Ruhmasseäquivalents des Elektrons überschreitet und fällt dann für zunehmendes ϵ_{IC} monoton.

Für das Thomson-Regime ergeben sich folgende Zusammenhänge: Das Maximum von ϵ_{IC} , $\epsilon_{IC,max} \approx 2\gamma_e \epsilon_\nu$ wird erreicht für $\theta_{IC} = \pi$. Aus der Compton-Formel für das ERF folgt für die Energie des gestreuten Photons $\epsilon_{IC,1}$

$$\epsilon_{IC,1} = \frac{\epsilon_{IC}}{1 + (\epsilon_{IC}/m_e c^2)(1 - \cos \theta_{IC,1})}, \quad (1.42)$$

wobei $\theta_{IC,1}$ der Streuwinkel ist. Da $\epsilon_{IC} \ll m_e c^2$, ergibt sich $\epsilon_{IC,1} \approx \epsilon_{IC}$, also elastische Streuung, und durch Transformation ins Laborsystem erhält man

$$\epsilon_1 = \gamma_e \epsilon_{IC,1} [1 + \beta_e \cos(\pi - \theta_{IC,1})] \approx \gamma_e \epsilon_{IC} (1 - \cos \theta_{IC,1}). \quad (1.43)$$

Dieses wird maximal für $\theta_{IC,1} = \pi$, so daß $\epsilon_1 \approx 2\gamma_e \epsilon_{IC}$. Insgesamt ergibt sich

$$\epsilon_{1,max} \approx 4\gamma_e^2 \epsilon_\nu . \quad (1.44)$$

Die durchschnittliche Energie des gestreuten Photons ist

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{4}{3} \gamma_e^2 \epsilon_\nu . \quad (1.45)$$

Interessant ist noch der Energieverlust der Elektronen

$$P_{ICT} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta_e^2 \gamma_e^2 U_{ph} \approx \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma_e^2 U_{ph} . \quad (1.46)$$

U_{ph} ist dabei die Energiedichte des Photonenfeldes (der „Target“-Photonen).

Ein Vergleich der Gleichungen (1.46) und (1.32) zeigt, daß zumindest im Thomson-Regime eine Analogie zwischen dem Synchrotron-Prozeß und der IC-Streuung besteht.

Beide hängen quadratisch vom Lorentzfaktor der Elektronen ab, was sie für hochenergetische e^- zu einem potentiell wichtigeren Energieverlustkanal macht als z.B. Bremsstrahlung, deren Strahlungsleistung nur linear von γ_e abhängt. Die relative Wichtigkeit von Synchrotron-Strahlung und IC-Streuung hängt nur vom Verhältnis der Energiedichte des Magnetfeldes zu der des Photonenfeldes ab. Da die Magnetfelder in der Astrophysik recht niedrig und durchaus starke Strahlungsfelder vorhanden sein können, liefert der Inverse Compton-Prozeß im Allgemeinen höherenergetische Photonen als durch Synchrotron-Strahlung erzeugt werden.

Für eine Elektronenverteilung $N(\gamma_e) \propto \gamma_e^{-p}$ ergibt sich derselbe Zusammenhang für den Index a des Photonenspektrums wie im Synchrotron-Fall, $a = (p - 1)/2$.

Einige Ergänzungen zum diesem Thema befinden sich in Appendix A, rigorose Behandlungen finden sich z.B. in [145].

1.4.5 Das GRB–„Standard“-Modell

Aufgrund der Rätselhaftigkeit von Gamma-Ray Bursts hinsichtlich ihrer Ursache und Entfernung gab es bis 1992 weit über hundert Modelle und Theorien, die diese Phänomene beschreiben sollten (siehe [120] für eine Übersicht).

An dieser Stelle soll nun auf das derzeitige „Standard“-Modell eingegangen werden, das dem Kompaktheitsproblem Rechnung trägt, indem es Gamma-Ray Bursts als relativistische „Feuerbälle“ beschreibt (siehe [65]).

Dieses Modell läßt sich in drei Phasen zerlegen:

- In der ersten Phase wird von einer kompakten Quelle – der „inneren Maschine“ – auf einer kurzen Zeitskala die gesamte Energie des GRB in einem kleinen Volumen in Plasma deponiert.
- Aufgrund seines Eigendrucks expandiert dieses energetische Plasma. Die Expansion kann hochrelativistisch (Lorentzfaktor $\gamma > 100$) sein, wenn der Baryonenanteil des Plasmas sehr niedrig ist $< 10^{-5} M_S$ [113] — dies ist notwendig, um das Kompaktheitsproblem zu umgehen.
- Bei genügend großem Radius wird das Plasma optisch dünn und die kinetische Energie des Plasmas kann in interne Energie umgesetzt und abgestrahlt werden.

Dieses einfache Modell ist sehr allgemein gehalten und läßt vieles offen, insbesondere die Natur der inneren Maschine ist noch wenig verstanden. Trotzdem hat es mit der Vorhersage von Afterglows vor deren Beobachtung einen großen Erfolg zu verzeichnen gehabt [126, 114]. Desweiteren lassen sich die verschiedenen Phasen fast komplett getrennt voneinander untersuchen, so ist z.B. für eine Untersuchung des Strahlungsverhaltens des Plasmas eine genaue Kenntnis der inneren Maschine nicht nötig.

Im Folgenden soll vor allem auf den dritten Teil etwas näher eingegangen werden. Ungestrichene Größen bezeichnen weiterhin das Beobachtersystem, gestrichene das mitbewegte.

Um die kinetische Energie des Plasmastroms in interne umzuwandeln, muß der Plasmastrom verlangsamt werden, dann kann diese über verschiedene Strahlungsprozesse emittiert werden. Für Plasmaströme hoher Geschwindigkeit bilden sich unweigerlich Stoßfronten aus, an denen die Abbremsung stattfinden kann. Es wurden 2 Modelle von Stoßfronten vorgeschlagen, die die variable Abstrahlung von Gamma-Ray Bursts erklären sollen: interne [141] und externe [113]. In beiden Fällen wird von einer zentralen Quelle, der inneren Maschine, ein Plasmastrom ausgesendet.

Externe Stoßfronten In diesem Modell wird angenommen, daß sich die Stoßfront zwischen dem Plasmastrom und einem externen Medium –eventuell dem Interstellaren oder einem vor dem Ausbruch von der Quelle emittierten stellaren Wind– bildet (siehe Abbildung 1.16a). Die innere Maschine erzeugt dabei einmalig eine Stoßwelle, etwa durch eine Explosion, und nimmt im weiteren keinen Einfluß mehr auf die Entwicklung derselben und des Gamma-Ray Bursts. Die Stoßfront durchpflügt das externe Medium

und sammelt dabei Material auf. Dabei wird sie abgebremst, und ein Teil ihrer kinetischen Energie wird dabei in innere umgewandelt, die abgestrahlt werden kann.

Die zeitliche Variabilität der Strahlungsintensität wird verursacht durch Inhomogenitäten im umgebenden Medium. Sobald die Stoßfront durch Material größerer als normaler Dichte des Mediums („Wolken“) dringt, ergibt sich ein Maximum der Strahlungsintensität. Insgesamt sollte die Zahl der Wolken im beobachtbaren Kegel etwa der Zahl der beobachteten Peaks der Lichtkurve entsprechen, die Variabilität und Intensität ist an die räumliche Verteilung der Wolken gekoppelt.

Die auslaufende, gebremste Stoßfront durchläuft dann während des Abbremsens die Phasen des Afterglows. Der eigentliche Gamma-Ray Burst und der Afterglow sind nach dieser Vorstellung also ursächlich eng verwandt.

Dieses Modell setzt eine Geschwindigkeit der Stoßfront voraus, die einem Lorentzfaktor 10^3 oder mehr entspricht [141]. Um mit einer externen Stoßfront mit Lorentzfaktor γ_{ext} Gamma-Ray Bursts mit mehr als einem Peak in der Lichtkurve zu erzeugen, muß die sphärische Symmetrie auf einer Winkelskala unterhalb $1/\gamma_{ext}$ gebrochen werden [148] (Jets mit Öffnungswinkeln $> 1/\gamma_{ext}$ gelten wegen des relativistischen Beamings als sphärisch).

Für einen näheren Blick auf die Eigenschaften des externen Modells sei angenommen [65], ein GRB der Dauer T_{ext} werde von einer externen Stoßfront in einer Entfernung R_{ext} von der kompakten Quelle verursacht und habe eine Anzahl Peaks der Lichtkurve mit gleicher Breite. Um Peaks mit Dauer ΔT mit $T/\Delta T \approx N$ zu produzieren, müssen die dafür verantwortlichen Wolken kleiner sein als $R_{ext}/(N\gamma_{ext})$ [45, 148]. Die Anzahl der Wolken X muß kleiner sein als N , da sich sonst Überlappungen der Peaks ergäben, was die vorgegebene Variabilität verringerte. Die beobachtbare Fläche des Plasmas ist aufgrund von Beaming $(R_{ext}/\gamma_{ext})^2$.

$$\frac{\text{Wolkenfläche} \times \text{Wolkenzahl}}{\text{beobachtete Stoßfrontenfläche}} = \frac{(R_{ext}/N\gamma_{ext})^2 \times X}{(R_{ext}/\gamma_{ext})^2} \leq \frac{1}{N} \quad (1.47)$$

Häufig haben Gamma-Strahlen-Ausbrüche eine hohe Variabilität mit $N > 100$. In einem solchen Fall wird also der Großteil der Strahlungsleistung von nur einem geringen Bereich der Stoßfront abgegeben, das System ist hochgradig ineffizient. Wenn man dazu bedenkt, wie groß die Gesamtenergie von GRBs ohnehin schon ist, erscheint es unwahrscheinlich, daß hochvariable GRBs ein noch um mehrere Größenordnungen höheres Energiebudget zur Verfügung haben [148, 65].

Unter der Annahme, daß die Liniendichte in Beobachtungsrichtung der Wolken um mindestens $\gamma_{ext}N^2$ größer ist als die der restlichen Umgebung, gibt es Indizien aus numerischen Untersuchungen, daß in externen Stoßfronten Effizienzen bis etwa 10% zu erreichen sind [29]. Wie allerdings diese hochdichten kleinen Wolken entstehen ist nicht geklärt.

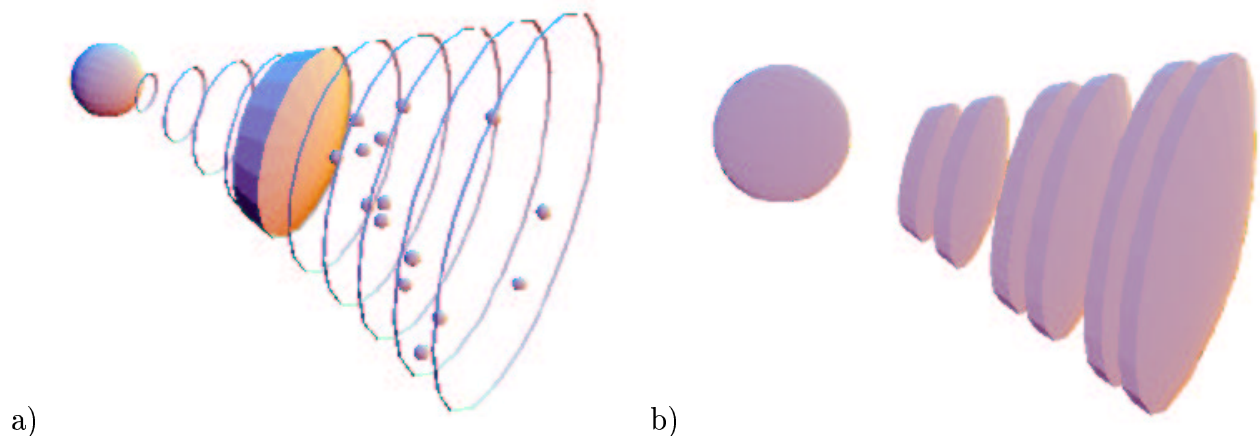


Abbildung 1.16: Skizze der Ursache von Variabilität von GRB bei a) externen und b) internen relativistischen Stoßfronten. Im externen Modell trifft eine einzige Stoßwelle nach und nach auf Wolken aus dichterem Material als in der Umgebung vorliegt. Im internen Fall werden viele Stoßfronten mit unterschiedlichen Lorentzfaktoren ausgesandt, die beim gegenseitigen Überholen und Miteinander Verschmelzen Emissionspeaks erzeugen können. Wegen Beamings kann der Beobachter maximal einen Kegel sehen. Aus [65].

Eine andere Methode, mit externen Stoßfronten große Variabilität zu erzeugen, erfordert, daß der Plasmastrom in Form eines Jets mit extrem dünnem Öffnungswinkel $\phi < 10^{-4}$ emittiert wird. Es gibt allerdings keinerlei weitere Hinweise auf die Existenz oder Theorien zur Entstehung derart dünner „Bleistift“-Jets [148].

Unter Anderem diese ungeklärten Punkte haben dazu geführt, daß im Allgemeinen das externe Modell nicht mehr für den eigentlichen Ausbruch verwendet wird, obwohl es sehr detaillierte Rechnungen und Vorhersagen dafür gibt [30, 31].

Interne Stoßfronten Im Szenarium interner Stoßfronten [141] (siehe Abbildung 1.16b) sendet die kompakte Quelle einen relativistischen Plasmastrom aus, der zeitlich variiert. Insbesondere der Lorentzfaktor des Plasmas ist unterschiedlich groß, so daß sich innerhalb dieses Flusses Stoßfronten ausbilden, wenn schnelleres Material langsames einholt. An einer solchen Stoßfront wird kinetische Energie dissipiert, was einen Peak der Lichtkurve hervorruft. Die Lichtkurve des Gamma-Ray Bursts folgt hierbei der Variabilität der Quelle. Die Dauer der Entsendung des Plasmastroms entspricht in etwa der Dauer des Bursts [91]. Abschließend bildet sich zwischen dem ausgesendeten Plasmastrom und dem umgebenden Medium zusätzlich eine externe Stoßfront, die für das Nachglühen verantwortlich gemacht wird – deswegen wird dieses Modell gelegentlich auch als intern-extern bezeichnet. In diesem Modell haben Afterglow und eigentlicher Ausbruch unterschiedliche physikalische Phänomene als Ursache.

Die Effizienz dieses Modells läßt sich durch eine einfache Modellbetrachtung abschätzen [141]: Angenommen, eine kompakte Quelle sende einen variablen Plasmastrom in Form von Plasmaklumpen gleicher Masse aus. Zu den Zeiten t_1 und t_2 mit $t_2 - t_1 = \delta t$ werde

jeweils einer dieser Klumpen (es kann sich dabei auch um Schalen handeln, im Falle isotroper Emission) losgeschickt, mit unterschiedlichen Lorentzfaktoren $\Gamma_2 > \Gamma_1$. Bei einer Distanz r_s treffen die Plasmaklumpen aufeinander und vereinigen sich zu einem neuen mit der doppelten Masse. Aus Gründen der Impulserhaltung setzt dieser seine Reise fort mit einem Lorentzfaktor $\Gamma_3 = \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2}$. Der Bruchteil der kinetische Energie, der dissipiert wurde ist also

$$\lambda = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2 - 2\sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2})}{\Gamma_1 + \Gamma_2}. \quad (1.48)$$

Für $\Gamma_1 = 50$ und $\Gamma_2 = 200$ erhält man eine Effizienz von 20%, die Distanz r_s wäre für diesen Fall $r_s = 10^4 c \delta t \approx 3 \times 10^{11}$ cm für eine Variabilität $\delta t = 1$ ms. Für eine hohe Effizienz ist eine relativistische Bewegung der Plasma-Klumpen im mitbewegten System nötig ($\Gamma_2/\Gamma_1 > 2$), nicht unbedingt hohe Lorentzfaktoren im Beobachtersystem.

Um das Verhalten von internen Modellen etwas genauer darzustellen [141, 69], sei angenommen, eine Quelle der Größe $R_0 \approx 10^6$ cm produziere einen Plasmawind mit durchschnittlicher Leuchtkraft von $L_w = 10^{52}$ erg und einer Masseverlustrate von $dM/dt = L_w/\eta c^2$. Ausgehend von R_0 wird der Wind vom eigenen Druck beschleunigt, bis er einen Sättigungswert von $\Gamma_w \approx \eta$ bei $R_l \approx \eta R_0$ annimmt, bei dem die Strahlungs- und Magnetfeldenergiedichten im Plasma unterhalb der Ruhmassedichte der Baryonen fällt. Der Wind wird optisch dünn bei

$$\eta_* \approx \left(\frac{\sigma_T L_w}{4\pi m_p c^3 R_0} \right)^{1/4} = 2 \times 10^3 \left(\frac{(L_w/10^{52} \text{ erg})}{(R_0/10^6 \text{ cm})} \right)^{1/4}. \quad (1.49)$$

Sollte $\eta_* < \eta$ sein, kann der Wind η als Sättigungswert des Lorentzfaktors nicht mehr erreichen, da die interne Energie nicht mehr in Beschleunigung sondern in Strahlung umgesetzt wird und dem Plasma entkommen kann; in diesem Fall gilt $\Gamma_w \approx \eta_*$. Variabilität der Quelle auf der Zeitskala δt führt zu verändertem Lorentzfaktor des Windes auf derselben Zeitskala und zu internen Stoßfronten im Plasmastrom bei einem Radius von

$$r_s \approx \Gamma_w^2 c \delta t = 3 \times 10^{14} \left(\frac{\Gamma_w}{10^2} \right)^2 \delta t \text{ cm}. \quad (1.50)$$

Bei dieser Distanz bilden sich eine im mitbewegten System vorwärtsgerichtete und eine nach hinten gerichtete Stoßfront aus (forward und reverse shock), im Beobachtersystem bewegen sich beide Stoßfronten hintereinander auf den Beobachter zu. Bei einer Gesamtdauer des Windes von t_w wird etwa eine Energie von $L_w t_w$ im Plasmastrom ausgestrahlt, und die maximale Anzahl von Variationen des Plasmastroms ist $t_w/\delta t$. Abhängig von der Art der Variationen der Lorentzfaktoren können durch dieses Modell hochkomplizierte und -variable Lichtkurven entstehen [91]. An jeder der Stoßfronten wird kinetische Energie umgewandelt und auf Elektronen, Protonen und das Magnetfeld verteilt. Zwischen der Front des Plasmastroms und des umgebenden Mediums bilden sich ebenfalls zwei Stoßfronten (vorwärts und rückwärts), die rückwärtige kann laut [150] für das optische Gegenstück des GRB990123 verantwortlich gemacht werden (siehe 1.1.3).

Im Allgemeinen wird die Strahlung an einer Stoßfront durch Synchrotron- und IC-Strahlung modelliert. Die Strahlungsmodelle unterscheiden sich dabei hinsichtlich des Index p der durch die Stoßfront beschleunigten Elektronenverteilung $N(\gamma_e) \propto \gamma_e^{-p}$, der genauen spektralen Form (verschiedene kritische Frequenzen von Synchrotron und IC) und anderer Parameter, können in der Regel aber recht gut an die beobachteten Spektren gefittet werden, siehe z.B. ([132, 69]). Es gibt Hinweise darauf, daß die Strahlungseffizienz bei deutlich über 10% liegt und daß die Energiedichten in nichtthermischen Elektronen und im Magnetfeld hinter den Stoßfronten nahe bei der sogenannten „Equipartition“ liegt, also einen nennenswerten Bruchteil der kinetischen Energie der Protonen beträgt.

1.4.6 Afterglow – Theorie

Von allen Aspekten der Gamma-Ray Burst Theorie ist die Afterglows-Theorie der am weitesten fortgeschrittene und akzeptierte. Es wird davon ausgegangen, daß sich neben den internen Stoßfronten, die den eigentlichen Ausbruch auslösen, eine weitere Front zwischen dem externen Medium und dem emittierten Plasmastrom bildet. Diese breitet sich aus und sammelt Material aus der Umgebung auf. Dabei verlangsamt sie sich und emittiert Synchrotronstrahlung. Während des Abbremsens wird die Frequenz der emittierten Strahlung niedriger und niedriger, dieser Prozeß kann u.U. für Monate oder gar Jahre beobachtet werden (siehe 1.2.1). Da Zeitskalen betrachtet werden, die wesentlich größer als die des eigentlichen GRBs sind, kann man diese Theorie relativ unabhängig von den Details der Quelle und der internen Stoßfronten entwickeln. Die folgende Darstellung folgt weitestgehend der Modellierung in [65].

Das Afterglow-Spektrum Es wird davon ausgegangen, daß die externe Stoßfront durch einen Teilchenbeschleunigungsprozeß (siehe die folgenden Kapitel) eine nichtthermische Verteilung relativistischer Elektronen $N(\gamma_e) \propto \gamma_e^{-p}$ für Lorentzfaktoren der Elektronen γ_e oberhalb eines minimalen γ_m erzeugt. Sei ϵ_e der Energieanteil der nichtthermischen Elektronen, dann läßt sich daraus γ_m durch Integrieren über $N(\gamma_e)$ gewinnen. Desweiteren habe das magnetische Feld hinter der Stoßfront einen Energieanteil ϵ_B (ϵ_B und ϵ_e sind nach der Energie in Protonen hinter der Stoßfront parametrisiert). Der Lorentzfaktor der Stoßfront sei Γ , die Energiedichte hinter ihr wird dominiert von den dort vorhandenen und verdichteten Protonen und kann als $4\Gamma^2 n_1 m_p c^2$ geschrieben werden, wobei m_p die Masse eines einzelnen Protons und n_1 ihre Dichte vor der Stoßfront in cm^{-3} sind. In dieser näherungsweise Betrachtung wird davon ausgegangen, daß sich die strahlenden Plasmaelemente direkt auf den Beobachter zu bewegen (deswegen reicht die Verwendung des Lorentzfaktors statt des Doppler-Faktors, auch wenn streng genommen nicht alle beobachtbaren Plasmaelemente sich in direkter Linie bewegen).

Daraus läßt sich ableiten

$$\gamma_m = \frac{p-2}{p-1} \frac{m_p}{m_e} \epsilon_e \Gamma \approx 630 \epsilon_e \Gamma, \quad (1.51)$$

$$B = 0.4 \sqrt{\epsilon_B n_1} \times \Gamma \quad \text{Gauss.} \quad (1.52)$$

Die Darstellung des Afterglow-Spektrums kann auf vereinfachte Weise auf einige wenige Parameter zurückgeführt werden wie folgt [149, 65]:

- ν_m entspricht der Synchrotronfrequenz der Elektronen mit Lorentzfaktor γ_m und läßt sich mit Gleichung 1.31 im Ruhssystem schreiben als $\nu_m \approx (eB/2\pi m_e c) \gamma_m^2$. Transformation in das Ruhssystem des Beobachters durch Blauverschiebung mit Γ und Rotverschiebung durch die Entfernung $1+z$ und Verwendung von Gleichungen (1.51) und (1.52) ergibt

$$\nu_m = 1.4 \times 10^{13} \text{ Hz } (1+z)^{-1} \left(\frac{\epsilon_e}{0.1}\right)^2 \left(\frac{\epsilon_B}{0.1}\right)^{1/2} \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^4 n_1^{1/2}. \quad (1.53)$$

- ν_{cool} stellt die sogenannte Kühlungsfrequenz dar. Sie hängt zusammen mit einem Lorentzfaktor γ_{cool} . Elektronen mit einem Lorentzfaktor $\gamma_e > \gamma_{cool}$ kühlen nach Gleichung (1.33) auf einer Zeitskala, die kleiner ist als die dynamische Zeit des Systems. ν_{cool} ist gegeben durch

$$\nu_{cool} = 1.2 \times 10^{13} \text{ Hz } (1+z) \left(\frac{\epsilon_B}{0.1}\right)^{-3/2} \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^{-4} n_1^{-3/2} t_d^{-2}, \quad (1.54)$$

wobei t_d die Beobachterzeit in Tagen ist.

- ν_{sa} ist die Frequenz, unterhalb der das Spektrum selbstabsorbierend wird. Diese Frequenz ist gegeben als

$$\nu_{sa} = 93 \text{ GHz } (1+z)^{-13/5} \left(\frac{\epsilon_B}{0.1}\right)^{6/5} \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^{28/5} n_1^{9/5} t_d^{8/5} \quad (1.55)$$

für $\nu_{cool} < \nu_m$,

$$\nu_{sa} = 87 \text{ GHz } (1+z)^{-8/5} \left(\frac{\epsilon_e}{0.1}\right)^{-1} \left(\frac{\epsilon_B}{0.1}\right)^{1/5} \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^{8/5} n_1^{4/5} t_d^{3/5} \quad (1.56)$$

für $\nu_{cool} > \nu_m$.

- F_m dient als Normierungskoeffizient des Spektrums. Er errechnet sich aus der Gesamtzahl der strahlenden Elektronen $4\pi R^3 n_1/3$ mal dem Strahlungsfluß eines Elektrons:

$$F_m = 220 \text{ mJy } (1+z)^{-2} D_{L,28}^{-2} \left(\frac{\epsilon_B}{0.1}\right)^{1/2} \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^8 n_1^{3/2} t_d^3. \quad (1.57)$$

Dabei ist $D_{L,28}$ die Leuchtkraftdistanz in Einheiten ¹⁴ von 10^{28} cm.

- p ist der Index des Potenzgesetzes der Elektronenverteilung (s.o.)

Die Steigungen des Spektrums zwischen den 3 kritischen Frequenzen wird durch p mitbestimmt. Diese Formulierung des Spektrums ist unabhängig von der konkreten Geometrie und des umgebenden Dichteprofiles, da diese nur auf den Lorentzfaktor der Flüssigkeit und die Teilchendichte Einfluß nehmen. In Abbildung 1.10b ist der Afterglow von GRB970508 zu sehen, das theoretische Spektrum und das gemessene passen gut zusammen. Die 5 Parameter aus den gegebenen Spektra abgelesen bzw. gefittet, da über die physikalischen Bedingungen des Afterglows nicht genügend bekannt ist, die Werte auszurechnen.

Die zeitliche Entwicklung des Spektrums hängt von der Hydrodynamik des Systems ab. Für eine adiabatische Expansion einer externen Stoßfront mit Lorentzfaktor Γ in ein Medium mit konstanter Dichte z.B entspricht die von der Stoßfront aufgesammelte Masse

¹⁴1 Jy=1 Jansky= 10^{-26} W m⁻² Hz⁻¹

beim Radius R_m etwa $R^3\rho$, wenn ρ die Dichte ist. Der durchschnittliche Lorentzfaktor eines Teilchens vom Beobachtersystem aus gesehen entspricht etwa Γ^2 (ein Γ für die thermische Bewegung der Teilchen im mitbewegten System, eines für die Ausbreitungsbewegung). Die Gesamtenergie ist also $E \propto \Gamma^2 R^3 q c^2$, woraus folgt $\Gamma \propto R^{-3/2}$ und $\Gamma \propto t^{-3/8}$, sowie

$$\nu_m = 6 \times 10^{15} \text{ Hz } (1+z)^{1/2} \left(\frac{E}{10^{52}} \right)^{1/2} \epsilon_e^2 \epsilon_b^{1/2} t_d^{-3/2} \quad (1.58)$$

$$\nu_{cool} = 9 \times 10^{12} \text{ Hz } (1+z)^{-1/2} \left(\frac{E}{10^{52}} \right)^{-1/2} \epsilon_b^{-3/2} n_1^{-1} t_d^{-1/2} \quad (1.59)$$

$$\nu_{sa} = 2 \times 10^9 \text{ Hz } (1+z)^{-1} \left(\frac{E}{10^{52}} \right)^{1/5} \epsilon_e^{-1} \epsilon_b^{1/5} n_1^{3/5} \quad (1.60)$$

$$F_m = 20 \text{ mJy } (1+z) \epsilon_b^{1/2} n_1^{1/2} \left(\frac{E}{10^{52}} \right) d_{L,28}^{-2} \quad (1.61)$$

Für andere Umgebungen und hydrodynamische Bedingungen lassen sich ähnliche Beziehungen aufstellen.

Energieverluste durch Abstrahlung während der Expansion können die Dynamik des Afterglows mitbestimmen, selbst wenn ϵ_e deutlich kleiner als 1 ist, da u.U. ständig neue Elektronen nachbeschleunigt werden um die hochenergetische Elektronenpopulation zu erhalten – hier spielt die Zeitskala des Energieverlust durch Strahlung eine wichtige Rolle. Der Inverse Compton-Effekt kann meßbaren Einfluß auf Afterglow-Spektren nehmen, obwohl das Plasma optisch dünn für Synchrotron-Strahlung ist. Zum einen kann es eine hochenergetische Zusatzkomponente im Spektrum geben (siehe Gleichung 1.44), die über der Synchrotronstrahlung liegt. Zum anderen können Energieverluste durch IC-Streuung die zugrundeliegende Elektronenverteilung verändern und insbesondere ν_{cool} beeinflussen. Ein deutlicher IC-Beitrag ist zu erwarten für $\epsilon_e \gg \epsilon_B$, was bei der Modellierung von Afterglow-Daten gelegentlich naheliegt [65].

Aus den Verläufen von Afterglow-Lichtkurven kann man eventuell auf diese Art Informationen über z.B. die Dichte der Umgebung gewinnen.

Geometrie des Ausbruchs

Viele astrophysikalische Phänomene spielen sich nicht sphärisch ab, sondern in der Form von kollimierten Plasmaflüssen („Jets“). Insbesondere Objekte mit sehr hohen Energiedichten wie z.B. Blazare (hochvariable aktive Galaxien) oder Mikroquasare (Binäre Sternsysteme mit kompakten Objekt wie einem Neutronenstern oder schwarzen Loch), die gewisse Ähnlichkeiten mit Gamma-Strahlen Ausbrüchen zeigen – z.B. nicht-thermisches Spektrum, relativistische Bewegung¹⁵ – haben häufig Jets aufzuweisen (siehe beispielsweise [72]). Da außerdem bei relativistischen Strömungen der Beaming-Effekt auftritt und selbst von sphärischen Ausflüssen nur ein Kegel mit Öffnungswinkel $1/\Gamma$ zu sehen ist, lag es nahe, auch bei Gamma-Strahlen Ausbrüchen über das Vorhandensein von Jets zu spekulieren. Ein strahlförmiger Strom mit Energie E würde sich in den Lichtkurven von Gamma-Strahlen Ausbrüchen bzw. ihren Nachglühen bemerkbar machen. Es ist anzunehmen, daß

¹⁵allerdings mit Lorentzfaktoren, die typischerweise in der Größenordnung von 10 liegen

der anfängliche Raumwinkel des Jets θ_0 größer ist als derjenige, der durch den Beaming-Effekt gegeben ist, da der Lorentzfaktor Γ anfangs sehr groß ist. Man sieht also nur einen Teil der Querschnittsfläche des Jets, eine Unterscheidung zwischen Jet und Sphäre ist nicht möglich. Durch die Verlangsamung des Plasmastroms wird der Beaming-Winkel aber immer größer, bis er den Wert des Jet-Raumwinkels erreicht. Sobald das passiert, entsteht ein Unterschied zwischen einer spärlichen und einer strahlförmigen Geometrie für den Beobachter: im Falle eines Jets kommt keine weitere beobachtbare Oberfläche mehr hinzu, während bei einer Sphäre noch strahlendes Material in das Gesichtsfeld kommt. Dies äußert sich in einer zunehmenden Steilheit des Lichtkurvenabfalls um den Faktor $\Gamma^2 \propto t^{-3/4}$ [65], was zu einer Zeit t_{jet} für die $\theta_0 \approx 1/\Gamma$ stattfinden sollte. Damit kann der Öffnungswinkel des Jets θ_0 geschätzt werden aus

$$t_{jet} = 6.2 \text{ hr} (1+z) \left(\frac{E/10^{52} \text{ erg}}{n_1} \right)^{1/3} \left(\frac{\theta_0}{0.1} \right)^{8/3}. \quad (1.62)$$

Dieser Übergang sollte in allen Frequenzbereichen gleichzeitig sichtbar sein, da er nur von der Hydrodynamik des Systems bestimmt ist – eine kleine Verschiebung kann sich dadurch ergeben, daß unterschiedliche Frequenzen des Spektrums eventuell in unterschiedliche Bereich des Plasmas bevorzugt abgestrahlt werden.

Neben diesem Effekt können allerdings noch andere achromatische, d.h. frequenzunabhängige Breaks auftreten, wenn z.B. das Plasma von relativistischer in nichtrelativistische Bewegung übergeht, eine weitere Energiezufuhr stattfindet oder sich die Dichte des externen Materials schlagartig ändert.

In Abbildung 1.9 ist ein Beispiel für einen vermutlichen Jet-Übergang zu sehen. Der entsprechende Öffnungswinkel beträgt $\theta_0 = 0.08$, die Gesamtenergie beträgt 10^{51} erg (statt 3×10^{53} erg isotrop).

Die Existenz von Jets verringerte wie schon erwähnt (1.3.5) die benötigte Gesamtenergie. Neuere Untersuchungen finden [52] insbesondere in Gamma-Strahlen Ausbrüchen mit sehr hoher isotroper Energie Hinweise auf strahlförmige Geometrie. Es scheint dadurch eine Tendenz zu geben, daß die Gesamtenergie von GRBs eng um etwa 5×10^{50} erg verteilt ist [65, 52].

1.4.7 Die „innere Maschine“

Im Rahmen des Feuerball-Modells ist es schwierig, zwischen verschiedenen Arten von Vorgängerobjekten zu unterscheiden, da kein direkter Strahlungsbeitrag zu einem Gamma-Ray Burst erwartet – und wahrscheinlich auch gesehen¹⁶ – wird. Die meistverwendeten Modelle lassen sich in 2 Klassen einteilen: Verschmelzung von binären kompakten Objekten wie Neutronenstern-Neutronenstern oder Neutronenstern-Schwarzes Loch [41, 118] und Gravitationskollaps massiver Sterne mit einigen 10 Sonnenmassen – unter anderen fallen fehlgeschlagene Supernovae und Hypernovae in diese auch als Kollapsare bezeichnete Klasse [173, 128].

¹⁶bis auf das eventuelle Vorhandensein von Supernovae-Beiträgen in Afterglows

Die Verschmelzung kompakter Objekte, die auf eine Zeitskala von typischerweise < 1 s stattfindet, bietet möglicherweise eine Quelle für die immer noch mysteriösen kurzen Ausbrüche, wenn man dem Modell interner Stoßfronten folgt und eine Korrelation zwischen Quellenaktivität und Ausbruch annimmt. Kollapsare sind Kandidaten, Quellen für lange Ausbrüche zu sein [65]. Die mögliche Verbindung von GRBs mit Supernovae (siehe 1.3.6) unterstützt diese Art von Theorien.

Andere Modelle beschreiben den Spin-down von schnellrotierenden Neutronensternen, die ihre Energie in Form von hochmagnetisierten Plasma abgeben [13, 156, 161].

Wie schon vorher angedeutet, gibt es noch eine große Zahl anderer Vorschläge für Gamma-Ray Bursts, die oft recht exotische Objekte wie topologische Defekte, Quarksterne, Spiegelmaterie oder ähnliches als Quelle dieser hochenergetischen Phänomene angeben.

Sollten GRBs Jets und keine sphärischen Explosionen sein, muß eine Vorgängertheorie in der Lage sein, derartige Strukturen zu liefern.

1.5 Ausblick

Für die nahe Zukunft werden mit GLAST (Gamma-ray Large Area Space Telescope) und Swift zwei Satelliten erwartet, die große Möglichkeiten für die Gamma-Ray Burst-Forschung versprechen. Der Start von GLAST wird mit einem beobachtbaren Energiebereich von 10 KeV-300 GeV und um einen Faktor 30 verbesserter Auflösung soll 2006 erfolgen. Bereits 2003 soll Swift in einen Orbit gebracht werden, der speziell zur Untersuchung von GRBs gebaut wird. Swift soll in der Lage sein, innerhalb von 15 Sekunden nach Entdeckung eines Gamma-Ray Bursts genaue Positionsdaten weiterzugeben. Außerdem soll er Instrumente zur Beobachtung von X-Ray und optischen Signalen mit an Bord haben. Von beiden Satelliten werden wichtige neue Ergebnisse in der Gamma-Ray Burst-Forschung erwartet. Ab 2003 sollte auch HESS (das High Energy Stereoscopic System) mit gekoppelten Cherenkov-Teleskopen in Namibia fertiggestellt und in der Lage sein, Gamma-Ray Bursts auf Emission im TeV-Bereich zu untersuchen. Da GRBs über eine sehr hohe Leuchtkraft verfügen, könnten sie bis hin zu hohen Rotverschiebungen von $z = 5$ oder mehr verfolgt werden. Wenn sich das theoretische Verständnis verbessert, lassen sie sich vielleicht benutzen, um einen Einblick in das sehr frühe Universum zu gewinnen.

1.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde versucht, einen, wenn auch naturgemäß unvollständigen, Überblick über das Phänomen der Gamma-Ray Bursts zu geben. Diese sind als kurze Ausbrüche am Gamma-Himmel zu sehen, die während ihrer kurzen Lebensdauer die leuchtstärksten Objekte im bekannten Universum sind mit Peak-Frequenzen von in der Regel oberhalb 50 KeV. GRBs sind isotrop am Himmel verteilt und können in 2 Klassen nach ihrer Dauer eingeteilt werden, kurze Bursts mit Dauern von unter 2s und lange Bursts. Die Lichtkurven zeigen oft Variabilität auf einer Zeitskala von Millisekunden, was auf eine kompakte Quelle hindeutet. Für lange Bursts sind Afterglows gefunden worden,

die für deutlich länger als der eigentliche Burst in niederen Frequenzbereichen zu beobachten sind. Anhand der Rotverschiebung von Linien in einigen dieser Afterglows konnte gezeigt werden, daß sie typischerweise eine Rotverschiebung von $z \approx 1$ aufweisen, also eine Entfernungskala von Gpc besetzen. Bei kurzen Bursts verfügt man über keine Distanzinformationen. Die großen Distanzen lassen auf isotrope Gesamtenergie von bis zu 10^{54} erg schließen, was zusammen mit der nicht-thermischen Form der GRB-Spektren dafür spricht, daß die Strahlung von relativistischen Plasmaflüssen mit Lorentzfaktoren von 100 oder mehr erzeugt wird. Gamma-Ray Bursts werden derzeit durch ein internes-externes Stoßfronten-Modell erklärt. Eine kompakte Quelle sendet dabei einen relativistischen Plasmastrom mit variablem Lorentzfaktor aus, in dem sich interne Stoßfronten bilden, durch die Synchrotron- und IC-Strahlung abgegeben wird. Die internen Stoßfronten und ihre Verteilung, die der Aktivität der Quelle folgt, sind für die komplexen Lichtkurven verantwortlich. Zwischen dem Plasmastrom und dem umgebenden Medium bildet sich zusätzlich eine externe Stoßfront, die nach dem Abklingen des eigentlichen Burst für den langlebigeren Afterglow verantwortlich ist. Es gibt beobachtete Hinweise darauf, daß zumindest einige Bursts in der Form von Jets auftreten und nicht sphärisch. Gamma-Ray Bursts sind bei weitem nicht die einzige Klasse von Objekten, die relativistische Plasmaströme zeigen, auch AGN und Microquasare sowie Pulsarwinde gehören dazu. Im Rahmen dieser Arbeit ist von besonderem Interesse, daß GRBs von relativistischen Stoßfronten produziert werden. Für das Verständnis ihres Strahlungsverhaltens ist es von Bedeutung, die zugrundeliegende nicht-thermische Elektronenverteilung zu kennen.

Kapitel 2

Teilchenbeschleunigung in Stoßfronten

Wie in Kapitel 1 deutlich gemacht wurde, sind nicht-thermische Strahlungsprozesse in Gamma-Ray Bursts mit nicht-thermischen Verteilungen geladener Teilchen verbunden, die zumindest näherungsweise als Potenzgesetze beschrieben werden können. Ähnliches gilt für andere astrophysikalische Objekte mit nicht-thermischen Spektren.

Von großem Interesse sind daher die Beschleunigungsprozesse, die zu einer solchen Population hochenergetischer Teilchen führen können. Um ein Plasma, sei es astrophysikalisch oder erdgebunden, zu beschreiben, stehen im wesentlichen drei Zugänge zur Verfügung: die Beschreibung als Einzelteilchen, eine kinetische Theorie, die mittels statistischer Methoden Verteilungsfunktionen und ihre Entwicklung untersucht, sowie eine makroskopische Theorie, die Magnetohydrodynamik (MHD). Die Beschreibung als Einzelteilchen ergibt häufig wertvolle Informationen über wichtige mikroskopische Prozesse, ist aber aufgrund der großen Anzahl von Teilchen zur Beschreibung kollektiver Prozesse kaum geeignet. Um sich den hier zu betrachtenden Plasmaprozessen zu nähern, greift man deshalb auf die kinetische Theorie und MHD zurück, die selbstverständlich beide auf der Einzelteilchen-Theorie beruhen. Magnetohydrodynamik ist, wie der Name schon andeutet, vergleichbar mit der normalen Hydrodynamik, indem sie ein Plasma als elektrisch leitende Flüssigkeit mit kontinuierlicher Dichte unter Einfluß von Magnetfeldern beschreibt.

Normalerweise kann eine Flüssigkeitsnäherung nur durchgeführt werden, wenn die mittlere freie Weglänge eines Teilchen sehr klein ist im Vergleich zu allen anderen relevanten Längenskalen. Die Teilchendichte in den meisten astrophysikalischen Plasmen ist aber so gering (z.B.: Sonnenwind bei der Erde: $10^7/\text{cm}^3$, ISM $1/\text{cm}^3$), daß fast gar keine Kollisionen zwischen Teilchen passieren können. Da allerdings ein Magnetfeld in einem Plasma vorhanden ist, sei es auch sehr schwach, können sich über dieses Fluktuationen und Wellen verbreiten, die trotz allem eine kollisionsartige Wechselwirkung vermitteln. Die Längenskala, die hierfür interessant ist, ist der Gyroradius. Damit bleibt die Flüssigkeitsnäherung auch für dünne astrophysikalische Plasmen gültig (z.B. nach [15]).

Die hier betrachteten Plasmen bestehen im Wesentlichen aus Protonen, Positronen und Elektronen und sind global als elektrisch neutral zu betrachten. Da die Ladungsträger eines Plasmas frei beweglich sind, kann man davon ausgehen, daß seine elektrische Leitfähigkeit unendlich groß ist und deswegen keine elektrischen Felder im Ruhssystem (des Plasmas) existieren.

Es sollen bis auf explizit erwähnte Ausnahmen folgende Bezeichnungen vereinbart sein: Vektoren werden fett geschrieben, z.B. wird die Stoßfrontnormale mit \mathbf{n} bezeichnet, Skalare, wie Beträge von Vektoren, werden kursiv geschrieben, z.B. n . Es soll ab sofort außerdem gelten, daß die Lichtgeschwindigkeit c und die Boltzmann-Konstante k_B auf 1 gesetzt sind, $c = k_B = 1$.

Testteilchenbild Um die Beschleunigung relativistischer Teilchen zu beschreiben, kann man das betrachtete Plasma in zwei Komponenten aufteilen: die eine ist das Hintergrundplasma, das hydrodynamisch oder magnetohydrodynamisch beschrieben wird, die andere stellt die nicht-thermische Teilchenpopulation mit deutlich höherer Energie als der thermischen Energie des Hintergrundplasmas. Diese Teilchenpopulation soll so klein sein, daß sie die wesentlichen magnetohydrodynamischen Eigenschaften auf kurzen Zeitskalen nicht beeinflußt. Die Teilchen bewegen sich in einer Umgebung, die von den Eigenschaften des Hintergrundplasmas gegeben wird. Die Stoßfront mit ihren kollektiven Phänomenen wirkt aufgrund ihrer hohen Energie nicht direkt auf sie, sie unterliegen dafür anderen hier zu beschreibenden Prozessen. Diese Vorstellung wird als „Testteilchenbild“ bezeichnet. Diese zweite Teilchenpopulation wird als gegeben vorausgesetzt, man sagt, sie werde in den Beschleunigungsprozeß injiziert. Sie kann von außen in das Plasma kommen oder durch andere Prozesse vorbeschleunigt sein. Die Beschleunigung und Transport der Teilchen dieser wird mittels der kinetischen Theorie untersucht.

2.1 Stoßfronten

Eine Stoßfront wird idealisiert als infinitesimal dünne Unstetigkeitsfläche, die sich mit einer Geschwindigkeit u_- durch ein Plasma oder eine Flüssigkeit bewegt. An ihr können thermodynamische Größen der Flüssigkeit wie Temperatur, Geschwindigkeit oder andere, Sprünge aufweisen. Der Bereich hinter der Stoßwelle wird englisch „downstream“ genannt, der Bereich in den sie eindringt „upstream“. Eine Stoßfront bewegt sich schneller als die jeweilige Schallgeschwindigkeit (bzw. deren Äquivalente im Plasma) im Upstream-Bereich. Das vor ihr liegende Upstream-Material kann also durch normale Störungen (Schallwellen) nichts von der Stoßfront mitbekommen, wodurch sich eine scharfe Trennschicht ausbilden kann — eben die Unstetigkeitsfläche. Hinter der Stoßfront wird das Material abgebremst und bewegt sich mit Unterschallgeschwindigkeit.

Eine reale Stoßwelle im Plasma ist mit einer endlichen Dicke behaftet, die in der Regel durch den Gyroradius r_g der thermischen Teilchen downstream gegeben ist. Damit ein zu beschleunigendes Teilchen die Stoßwelle als Unstetigkeit wahrnehmen kann, muß sein

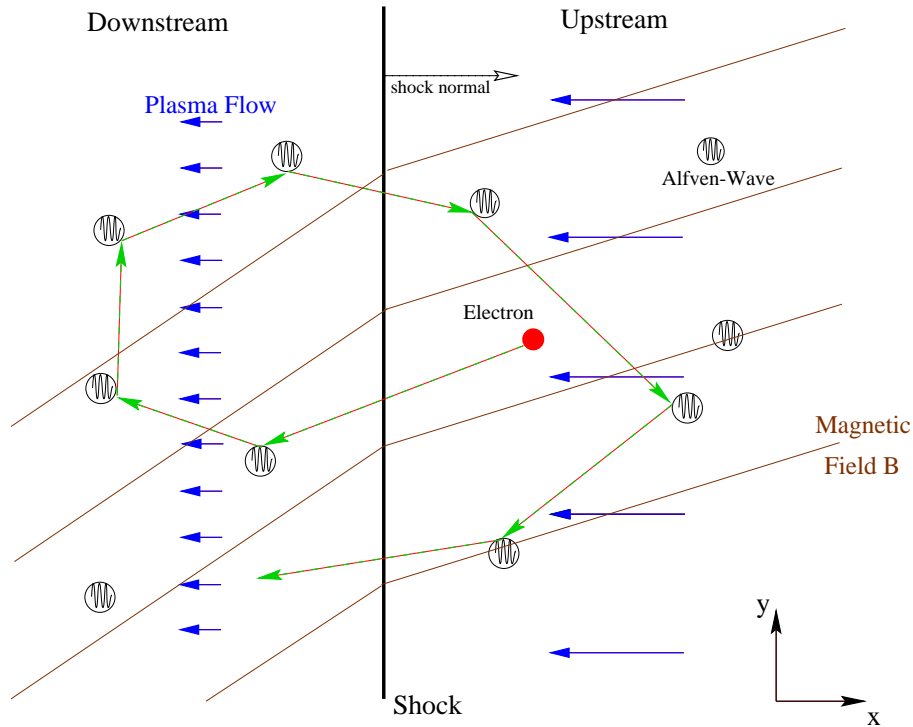


Abbildung 2.1: Skizze einer Stoßfront. Das Plasma strömt von rechts mit einer Geschwindigkeit v aus dem upstream-Bereich in die Stoßfront, wird komprimiert und verläßt sie nach downstream. Durch die Anwesenheit eines Magnetfeld können Wellen wie Alfvén-Wellen als Streuzentren für nicht-thermische Teilchen dienen. Falls das Magnetfeld dynamisch Einfluß nimmt, kann sich nach der Stoßfront auch die Strömungsrichtung ändern.

Gyroradius $r_u \gg r_g$ sein. Im Folgenden sollen ausschließlich ebene stationäre und nicht-tangentiale Stoßwellen behandelt werden.

2.1.1 Bezugssysteme

Die hier gegebene Betrachtung einiger Bezugssysteme mit besonderen Eigenschaften folgt [87].

Gegeben sei ein Laborsystem, in dem sich eine ebene Stoßfront mit Geschwindigkeit \mathbf{u}_- , zugehörigem Lorentzfaktor Γ_- und der Stoßfrontnormalen $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_-/u_-$ in ein ruhendes Medium bewegt. Außerdem existiere ein magnetisches Feld \mathbf{B} , das einen Winkel Φ_n mit $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = B \cos(\Phi_n)$ zur Normalen einschließe. Dieses System werde als das Upstream-Ruhsystem mit S_- benannt. Im Downstream-Bereich fließt in diesem System das Plasma mit der Geschwindigkeit \mathbf{u}_+ . Da das Plasma als ein extrem guter Leiter angenommen werden kann, gilt für das elektrische Feld im Upstream-Bereich in diesem System $\mathbf{E}_{\mathbf{u}_-} = 0$. Das E-Feld im Downstream-Bereich ist kann dagegen sehr komplex sein.

Um einige andere Systeme zu definieren, sei an einige Eigenschaften der Lorentz-Transformation erinnert:

- $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ ist lorentz-invariant.
- $|\mathbf{E}|^2 - |\mathbf{B}|^2$ ist lorentz-invariant.
- Komponenten von \mathbf{E} und \mathbf{B} parallel zur Richtung der Lorentz-Transformation bleiben unverändert.

Für die Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} gilt außerdem im stationären Fall:

- Die Normalkomponente von \mathbf{B} bleibt beim Überqueren der Stoßfront erhalten wegen $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.
- Die Tangentialkomponenten von \mathbf{E} bleiben beim Überqueren der Stoßfront erhalten wegen $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} = 0$ für den stationären Fall

Das de Hoffmann/Teller System Wenn nun gilt $u_{cr} = u_- / \cos(\Phi_n) < 1$, läßt sich eine Lorentz-Transformation mit der Geschwindigkeit eines Kreuzungspunktes von Magnetfeldlinie und Stoßfront vornehmen, die Stoßfront ist „subluminal“. Hierfür gilt

- Upstream fließt das Plasma entlang der Magnetfeldlinien, das elektrische Feld ist gleich null.
- Die Tangentialkomponente von \mathbf{E} downstream ist ebenfalls null.
- Da die Normalkomponente von \mathbf{B} an der Front erhalten bleibt, muß die Normalkomponente von \mathbf{E} downstream ebenfalls null sein.

Dieses System wird das de Hoffmann/Teller-System genannt, es hat die Eigenschaften, daß das elektrische Feld überall verschwindet, Plasma fließt überall entlang der Magnetfeldlinien und die Stoßfront ruht in ihm. Das heißt insbesondere, daß eine direkte Verbindung zwischen upstream und downstream über Magnetfeldlinien besteht.

Superluminale Stoßfronten Für $u_{cr} = u_- / \cos(\Phi_n) \geq 1$ wird die Stoßfront superluminal genannt, eine physikalische Transformation wie bei einem subluminalen Stoß läßt sich nicht durchführen.

Eine physikalisch mögliche Transformation entlang des Magnetfeldes mit v_t ergibt für die Geschwindigkeit v_{int} des Kreuzungspunktes einer Magnetfeldlinie mit der Stoßfront jedoch

$$v_{int} = \frac{v_t - u_- / \cos(\Phi_n)}{1 - v_t u_- / \cos(\Phi_n)} . \tag{2.1}$$

Wählt man nun

$$v_t \rightarrow \frac{\cos(\Phi_n)}{u_-} , \tag{2.2}$$

so gilt $|v_t| < 1$ und wegen Gleichung (2.1)

$$v_{int} \rightarrow \infty . \quad (2.3)$$

Damit ist man im sogenannten „upstream drift frame“ [10]. Dieses wird so genannt, weil in ihm die Magnetfeldlinien parallel zur Ebene der Stoßfront verlaufen. Upstream fließt das Plasma entlang der Magnetfeldlinien, die selbst Richtung Stoßfront driften; das elektrische Feld upstream bleibt Null. Wichtig ist, daß ein Teilchen, das in diesem System entlang ein- und derselben Magnetfeldlinie bleibt, mit dieser über die Stoßfront drifft und nicht entlang dieser Linie zurück kann. Durch eine weitere Transformation, diesmal entlang der Schocknormalen, kann man in ein System gelangen, in dem der Schock stationär wird.

Bezeichnungen Ab hier seien folgende Bezeichnungen und Systeme eingeführt:

- Das Upstream-Ruhsystem S^- : in diesem System ruht das Plasma im Upstream-Bereich. Auch als Laborsystem oder Beobachtersystem bezeichnet. Größen in diesem System werden mit dem Index $-$ bedacht. Die Stoßfront hat in diesem System die Geschwindigkeit $\mathbf{v} = \mathbf{u}_-$.
- Das Downstream-Ruhsystem S^+ : in diesem System ruht das Downstream-Plasma. Im ist der Index $+$ zugeordnet. Die Stoßfront bewegt sich hier mit $v = \mathbf{u}_+$ fort.
- Das Stoßsystem S . In diesem System ist die Stoßfront in Ruhe, Variablen in S werden mit dem Index s versehen. \mathbf{u}_- stellt in S die Strömungsgeschwindigkeit upstream und \mathbf{u}_+ diejenige downstream da.

Eine Verwendung der Vektornotation für die Strömungsgeschwindigkeiten entfällt bis auf Weiteres, da sie alle entweder parallel oder antiparallel zueinander sind. Für die relative Geschwindigkeit zwischen dem Plasma upstream und downstream gilt

$$u_r = \frac{u_- - u_+}{1 - u_- u_+} . \quad (2.4)$$

Γ_- und Γ_+ sowie $\Gamma_r \approx \Gamma_-/\sqrt{2}$ seien die zugehörigen Lorentzfaktoren. μ beschreibt den Kosinus des Winkels zwischen Teilchengeschwindigkeit und Magnetfeld im jeweiligen Ruhssystem, er wird im englischen „pitch angle“ genannt und deswegen manchmal auch nicht ganz konsequent als Pitch-Winkel bezeichnet. Teilchengeschwindigkeiten und -impulse werden, wenn nichts anderes explizit angegeben ist, immer im jeweiligen Ruhssystem des Plasmas angegeben.

2.1.2 Unmagnetisiertes Plasma

Häufig sind die Magnetfelder in astrophysikalischen Plasmen so schwach, daß sie auf die makroskopischen dynamischen Eigenschaften keine direkten Auswirkungen haben; wichtig ist ihre Existenz, so daß die Möglichkeit zu Fluktuationen und zur Vermittlung von Wechselwirkungen besteht. Falls die Magnetfelder dynamisch vernachlässigbar sind, kann man eine relativistische Stoßfront mit den Mitteln der Hydrodynamik beschreiben.

Dazu untersucht man die Sprungbedingungen, die sich aus den Energie-, Impuls- und Teilchenzahlerhaltungssätzen ableiten und lauten [67]:

$$\Gamma_- \beta_- n_- = \Gamma_+ \beta_+ n_+ , \quad (2.5)$$

$$\Gamma_-^2 \beta_- (e_- + p_-) = \Gamma_+^2 \beta_+ (e_+ + p_+) , \quad (2.6)$$

$$\gamma_-^2 \beta_-^2 (e_- + p_-) + p_- = \Gamma_+^2 \beta_+^2 (e_+ + p_+) + p_+ . \quad (2.7)$$

n ist hierbei die Teilchenzahldichte, e die Energiedichte und p der Druck, jeweils im lokalen Ruhesystem der Flüssigkeit. Dazu kommt noch eine Zustandsgleichung, die Energie und Druck miteinander in Verbindung bringt und von den physikalischen Bedingungen im System abhängen. Die Schallgeschwindigkeit läßt sich schreiben als [100]

$$c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial e}\right)_{ad}} , \quad (2.8)$$

wobei der Index ad bedeutet, daß die Ableitung adiabatisch durchgeführt wird. Hier sollen zwei Extremfälle für Zustandsgleichungen betrachtet werden.

Relativistisches Gas In beiden Bereichen, Upstream und Downstream, liege jeweils sehr heißes Plasma vor, mit thermischen Energienäquivalenten, die sehr viel größer sind als die Ruhemassen der Teilchen. Die Zustandsgleichung für ein solches Gas lautet dann [100]

$$p = \frac{e}{3} . \quad (2.9)$$

Ein solches Gas kann mit einem „Photonengas“ verglichen werden. Durch Einsetzen in die Gleichungen (2.5, 2.6, 2.7) und ein wenig Algebra erhält man

$$u_- = \left[\frac{3e_+ + e_-}{3(3e_- + e_+)} \right]^{1/2} , \quad (2.10)$$

$$u_+ = \left[\frac{3e_- + e_+}{3(3e_+ + e_-)} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

und damit

$$u_- u_+ = \frac{1}{3} . \quad (2.13)$$

Nach Gleichung (2.9) und (2.8) ist die Schallgeschwindigkeit im relativistischen Gas gegeben als

$$c_{rel} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.14)$$

Diese Art von Zustandsgleichung könnte im Falle von Gamma-Ray Burst bei internen Stoßfronten Verwendung finden, wenn eine von diesen in schon durch eine vorangehende Stoßwelle aufgeheiztes Material eindringt.

Synge-Zustandsgleichung Als weiteres soll ein starker Stoß betrachtet werden. In diesem Fall wird die thermische Energie des Plasmas upstream als vernachlässigbar gegenüber der kinetischen Energie des Plasmastroms angesehen, es soll also kalt sein. Dann ist der Druck p_- im Upstream-System vernachlässigbar und die dortige Energiedichte läßt sich schreiben¹ als $e_- = n_- m$, wobei m die Ruhmasse eines Plasmateilchens ist. Der Einfachheit halber sei das Plasma aus einer einzigen Teilchensorte zusammengesetzt. Für das Downstream-System wird die Synge-Zustandsgleichung (auch als Jüttner/Synge-Gleichung bekannt) eines idealen Gases verwendet [159, 67]

$$e_+ + p_+ = n_+ m G\left(\frac{m}{T_2}\right). \quad (2.15)$$

Hier steht T_2 für die Temperatur des Plasmas downstream und die Funktion $G(\xi)$ ist definiert als

$$G(\xi) = \frac{K_3(\xi)}{K_2(\xi)}, \quad (2.16)$$

mit den modifizierten Bessel-Funktionen erster Art $K_3(\xi)$ und $K_2(\xi)$.

Für $G(m/T)$ lassen sich asymptotische Reihenentwicklungen finden als

$$G\left(\frac{m}{T}\right) = 1 + \frac{5}{2} \frac{T}{m} + \mathcal{O}\left(\frac{T}{m}\right), \quad T \ll m, \quad (2.17)$$

$$G\left(\frac{m}{T}\right) = \frac{4T}{m} + \frac{m}{2T} + \mathcal{O}\left(\frac{m}{T}\right)^3, \quad T \gg m. \quad (2.18)$$

Da ein ideales Gas immer dem Gasgesetz $p = nT$ gehorcht, kann man überprüfen, daß aus diesen Näherungen (wenn nach dem 2. Term abgebrochen wird) die bekannten Zustandsgleichungen für klassisches und relativistisches Gas folgen (klassisch $e = nm + 3p/2$, relativistisch wie oben). Die reziproke Temperatur wird definiert als

$$\xi = \frac{m}{T_+} \quad (2.19)$$

und damit werden die die normierten Größen

$$\bar{e}_+ = \frac{e_+}{n_+ m} = G(\xi) - \frac{1}{\xi} \quad (2.20)$$

und

$$\bar{p}_+ = \frac{p_+}{n_+ m} = \frac{1}{\xi} \quad (2.21)$$

eingeführt. Man kann aus den Sprungbedingungen Gleichung (2.5) benutzen, um die Gleichungen (2.6) und (2.7) in diesen normierten Größen umzuschreiben. Daraus lassen sich

¹mit $c = 1$

Lösungen für Γ_1 und Γ_2 finden [88]:

$$\Gamma_+^2 = \frac{\bar{e}_+^2 - 1}{\bar{e}_+^2 - \bar{p}_+^2 - 1} , \quad (2.22)$$

$$\Gamma_- = (\bar{e}_+ + \bar{p}_+) \Gamma_+ . \quad (2.23)$$

Eine andere Darstellung erhält man mit Einführung des Parameters $\hat{\gamma}$ über

$$p = (\hat{\gamma} - 1)(e - nm) . \quad (2.24)$$

Im nichtrelativistischen Fall entspricht dies mit $\hat{\gamma} = 5/3$ dem adiabatischen Index des idealen Gases, für ein Gas mit überwiegend relativistischem Anteil geht $\hat{\gamma}$ zu $4/3$ über. Wenn man einen Wert $\hat{\gamma}$ downstream vorschreibt, läßt sich für eine starke Stoßfront ein etwas handlicherer Ausdruck als Lösung der Sprungbedingungen finden. Mit der Enthalpiedichte im Ruhssystem w und der Dichte $\rho = nm$ kann man nach [14] schreiben

$$\frac{w_+}{\rho_+} = \hat{\gamma}(\Gamma_r - 1) + 1 , \quad (2.25)$$

$$\Gamma_-^2 = \frac{(w_+/\rho_+)^2(\Gamma_r + 1)}{\hat{\gamma}(2 - \hat{\gamma})(\Gamma_r - 1) + 2} . \quad (2.26)$$

Ein Vergleich der Downstream-Geschwindigkeiten beider hier angegebenen Zustandsgleichungen läßt sich Abbildung 2.2 entnehmen.

Man sieht, wie für hohe Stoßgeschwindigkeiten sich die Kompressionen in beiden Fällen bei 3 treffen. Im Folgenden wurde aus Gründen der numerischen Einfachheit über den gesamten Geschwindigkeitsbereich ein fester Wert für $\hat{\gamma} = 4/3$ verwendet.

2.1.3 Magnetisiertes Plasma

Kommt ein Magnetfeld zum Plasma hinzu, ändern sich die Sprungbedingungen und werden deutlich komplizierter:

$$[\rho u^m] l_m = 0 , \quad (2.27)$$

$$[h^m u^n - u^m h^n] , \quad (2.28)$$

$$[T^{mn}] l_m = 0 , \quad (2.29)$$

Hierbei gilt die Einsteinsche Summenkonvention, $m, n = \{0, 1, 2, 3\}$, l_m ist der Normalenvektor zu Stoßfront, ρ die Massendichte, u^m die Vierergeschwindigkeit der Flüssigkeit und h das Magnetfeld.

T ist der Energie-Impuls-Tensor, dessen Komponenten mit μ_f , der magnetischen Permeabilität des Plasmas, definiert sind als

$$T^{mn} = [e + p + \mu_f |h|^2] u^m u^n + [p + \frac{1}{2} \mu_f |h|^2] g^{mn} - \mu_f h^m h^n . \quad (2.30)$$

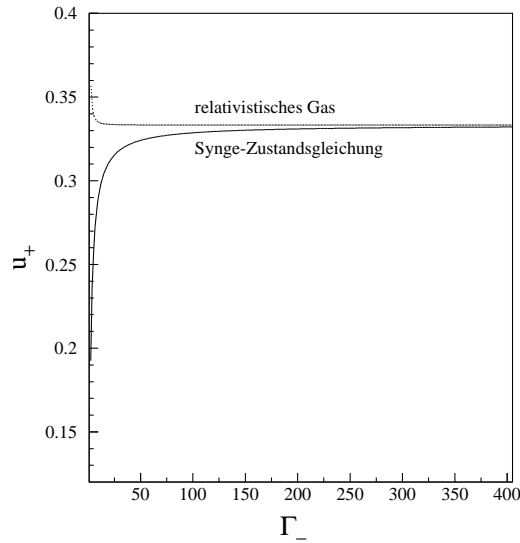


Abbildung 2.2: Die Downstream-Geschwindigkeiten als Funktion des Lorentzfaktors der Stoßfront für einen starken Stoß mit Sygne-Gleichung downstream und für ein relativistisches Gas auf beiden Seiten

Die Klammern bezeichnen die Differenz der Größen zwischen upstream und downstream $[F] = F_- - F_+$.

Für die hier verwendete Problemstellung, die gleich erläutert wird, gibt es Lösungen, so daß nicht weiter auf diese Sprungbedingungen eingegangen werden muß (für eine Behandlung siehe [105] oder [88]).

Die Bedeutung eines magnetischen Feldes in einem Plasma kann man parametrisieren nach dem Parameter σ . Dieser ist definiert als [82, 88]

$$\sigma = \frac{B^2}{4\pi w} \quad , \quad (2.31)$$

wobei die magnetische Induktion B und die Enthalpiedichte w im Ruhssystem des Plasmas gemessen sind (allerdings ist σ lorentz-invariant). Im Falle einer kalten MHD-Strömung mit einem Magnetfeld rechtwinklig zur Strömungsrichtung beschreibt dieser Wert das Verhältnis aus Poyntingfluß und der Energieflußdichte, die die Teilchen transportieren [82].

In der MHD-Näherung eines Plasmas können sich drei Arten von Wellen ausbilden: langsame magnetoakkustische Wellen (Geschwindigkeit v_s), schnelle magnetoakkustische Wellen (v_f) und Alfvén-Wellen ($v_A = B/(\rho\mu_0)^{1/2}$). Für die Geschwindigkeiten dieser Wellen gilt [105]

$$v_s < v_A < v_f$$

Hier soll nur ein Stoß betrachtet werden, der sich rechtwinklig zum Magnetfeld ausbreitet, in diesem Fall tritt nur die schnelle magnetoakkustische Welle auf. Die mit einer derartigen Ausbreitung verbundene Machzahl M_f ist gegeben als

$$M_f = u_- \sqrt{\frac{1 + \sigma}{\sigma + c_s^2}} , \quad (2.32)$$

wobei c_s die Schallgeschwindigkeit ist. Die Sprungbedingungen für diesen Fall lassen sich numerisch unter Einbeziehung der vollen Jüttner/Synge-Zustandsgleichung lösen und wurden als Hintergrund für die folgende Behandlung mit kinetischer Theorie benutzt.

2.2 Beschleunigung geladener Teilchen

2.2.1 Kinetische Theorie

Hier soll eine kinetische Gleichung hergeleitet werden, die den Transport der zu betrachtenden Testteilchenpopulation vor dem Hintergrund des Plasma beschreibt. Die Grundgleichung der klassischen kinetischen Plasma-Physik geht aus von der sogenannten Vlasov-Gleichung² [87]:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + q_0 [E(t, \mathbf{x}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(t, \mathbf{x})] \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right\} f(\mathbf{p}, t, \mathbf{x}) = \frac{df(\mathbf{p}, t, \mathbf{x})}{dt} \Big|_{coll} \quad (2.33)$$

$f(\mathbf{p}, t, \mathbf{x})$ ist die Teilchenverteilungsfunktion, q_0 und m die Ladung und Masse eines Teilchens, \mathbf{p} , \mathbf{x} , \mathbf{v} sind seine Impuls-, Orts- und Geschwindigkeitsvektoren, t die Zeit.

Das Besondere an dieser Gleichung ist, daß die Magnet- und elektrischen Felder nicht extern, also von außen vorgegeben sind, sondern selbst-konsistente Felder sind, die über die Felder der anderen Teilchen gemittelt sind. Dies macht diese Gleichung zu einer sehr komplexen Integro-Differentialgleichung.

Ebenso wie die Vlasov-Gleichung geht die Herleitung der relativistischen Transportgleichung (die nach [84] beschrieben wird) von der Boltzmann-Gleichung aus. Deren relativistische Verallgemeinerung läßt sich schreiben als

$$\frac{\partial}{\partial x^a} \left(\frac{dx^a}{d\tau} F_0 \right) + \frac{\partial}{\partial p^a} \left(\frac{dp^a}{d\tau} F_0 \right) = \left(\frac{\partial F_0}{\partial \tau} \right)_{coll} . \quad (2.34)$$

Hierbei ist τ die Eigenzeit, F_0 die lorentz-invariante Phasenraumdichte. Lateinische Indices gehen von 0 bis 3, griechische von 1 bis 3. Es gilt die Einsteinsche Summenkonvention, x^a und p^a stellen Orts- und Impulsvektor dar. $\partial F_0 / \partial \tau$ ist die Änderungsrate von F_0 in der Eigenzeit, verursacht durch Kollisionen oder Quellen und Senken. Diese Gleichung sagt einfach, daß die durch die rechte Seite beschriebenen Kollisionen die Ursache für

²Strenggenommen handelt es sich um ein System von Vlasov-Gleichungen, inklusive der Maxwell'schen und anderer. Im Allgemeinen wird aber diese eine als „die“ Vlasov-Gleichung bezeichnet

Divergenz des Teilchenflusses im Phasenraum ist.

Man kann nun eine Unterscheidung machen zwischen auf der einen Seite Streu- und Strahlungsprozessen, die nur einen kleinen Einfluß auf die Bewegung des Teilchens haben, und auf der anderen Seite der Wirkung externer Felder wie der des elektromagnetischen. Die kleinen Störungen werden dem Streuoperator zugerechnet. Für ein externes Feld läßt sich eine Hamiltonfunktion $H(x^a, p^a)$ finden, mit der sich die Bewegungsgleichung wie üblich schreiben lassen als

$$\frac{dx^a}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial p_a} , \quad (2.35)$$

$$\frac{dp^a}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial x_a} . \quad (2.36)$$

Unter Ausnutzung der bekannten Eigenschaften der Hamiltonfunktion läßt sich nach Einsetzen in Gleichung (2.34) und Verwendung von $p^a p_a = m$ (m ist die Teilchenmasse) finden

$$\frac{dx^a}{d\tau} \frac{\partial F_0}{\partial x^a} + \frac{dp^\lambda}{d\tau} \frac{\partial F_0}{\partial p^\lambda} = \left(\frac{\partial F_0}{\partial \tau} \right)_{coll} . \quad (2.37)$$

Wenn ein elektromagnetisches Feld mit Feldtensor F^{ab} auf das Teilchen wirkt, ergeben sich für die Bewegungsgleichungen im Phasenraum

$$\frac{dx^a}{d\tau} = p^a , \quad \frac{dp^a}{d\tau} = \frac{e}{m} F_b^a p^b - \Gamma_{bc}^a p^b p^c , \quad (2.38)$$

wobei e die Elementarladung und Γ_{bc}^a die Koeffizienten des Zusammenhangs darstellen. Das eingesetzt in Gleichung (2.37) verwandelt diese in

$$p^a \frac{\partial F_0}{\partial x^a} - \Gamma_{bc}^\lambda p^b p^c \frac{\partial F_0}{\partial p^\lambda} + \frac{e}{m} F_b^\lambda p^b \frac{\partial F_0}{\partial p^\lambda} = p^0 [C(F_0) + S] . \quad (2.39)$$

Hier sind eine Quellenfunktion S und der Kollisionsoperator $C(F_0)$ eingeführt worden, als Aufspaltung des rechten Terms. In der üblichen Herleitung beschreibt $C(F_0)$ die Wechselwirkung mit Alfvén-Wellen, an denen die betrachtete Teilchenpopulation gestreut werden soll. Sie kann allerdings auch auf andere Streuzentren erweitert werden.

Der Kollisionsoperator soll immer im lokalen Ruhesystem des Plasmas dargestellt sein. Es wird deshalb eine Transformation vorgenommen derart, daß die Raumzeit-Koordinaten (x^a) in einem Laborsystem (einem Inertialsystem) gemessen werden, während der Impuls \hat{p}^a im lokalen Ruhesystem der Flüssigkeit bestimmt ist; Größen in diesem System werden gekennzeichnet wie \hat{p} . Gleichung (2.39) sollte dann in diese Variablen transformiert werden wie folgt:

$$\hat{\Lambda}_b^a \hat{p}^b \frac{\partial F_0}{\partial x^a} - \hat{\Gamma}_{bc}^\lambda \hat{p}^b \hat{p}^c \frac{\partial F_0}{\partial \hat{p}^\lambda} + \frac{e}{m} \hat{F}_b^\lambda \hat{p}^b \frac{\partial F_0}{\partial \hat{p}^\lambda} = \hat{p}^0 [\hat{C}(F_0) + \hat{S}] . \quad (2.40)$$

Dabei ist $\hat{\Lambda}_b^a$ die Matrix der Lorentz-Transformation vom Flüssigkeitssystem in das Laborsystem. Der Einfachheit halber bewege sich die Flüssigkeit entlang der z -Achse des Koordinatensystems (o.B.d.A.), die Vierergeschwindigkeit ist dann $U^a = \{\Gamma, 0, 0, \Gamma u(z, t)\}$ wobei u die Plasmaströmungsgeschwindigkeit vom Laborsystem aus und Γ der zugehörige Lorentzfaktor sind. Sei weiterhin ein konstantes Magnetfeld B_0 ebenfalls in z -Richtung vorhanden. Mit Einführung der Größen Teilchenenergie $\hat{E} = \hat{p}^0$, der Geschwindigkeit $\hat{v} = \hat{p}/\hat{E}$ (wobei $\hat{p} = \sqrt{\hat{p}^a \hat{p}_a}$) und dem Kosinus des Pitchwinkels $\mu = \hat{p}_z/\hat{p}$ sowie der Schreibweise (x, y, z) für die Raum-Komponenten $(1, 2, 3)$ von p^a und x^a ergibt sich nach länglicher Algebra:

$$\begin{aligned} & \Gamma(1 + u\hat{v}\hat{\mu}) \left(\frac{\partial F_0}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \Gamma^2 \hat{E} \frac{\partial F_0}{\partial \hat{p}_z} \right) + \Gamma(u + \hat{v}\hat{\mu}) \left(\frac{\partial F_0}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial z} \Gamma^2 \hat{E} \frac{\partial F_0}{\partial \hat{p}_z} \right) \\ & + \hat{p}_x \frac{\partial F_0}{\partial x} + \hat{p}_y \frac{\partial F_0}{\partial y} + \frac{e}{m} B_0 \left(\hat{v}_y \frac{\partial F_0}{\partial p_x} - \hat{v}_x \frac{\partial F_0}{\partial \hat{p}_y} \right) = \hat{C}(F_0) + \hat{S} . \end{aligned} \quad (2.41)$$

Für die Koordinaten des Impulses bieten sich im Folgenden der Betrag des Impulses p , der Pitch-Winkel μ (der Winkel, den die Bewegungsrichtung mit dem Magnetfeld einschließt) und die Gyrationphase Φ an. Im Vergleich zu allen makroskopischen Zeitskalen ist die der Gyration sehr klein, man kann also davon ausgehen, daß sich eine gleichmäßige Phasenverteilung entwickeln kann – das Plasma wird „gyrotrop“ genannt. Mathematisch fällt dann durch Mittelung über die Phase diese Variable aus der Funktion heraus:

$$f(x, t, \hat{p}, \hat{\mu}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\hat{\Phi} F_0(z, t, \hat{p}, \hat{\mu}, \hat{\Phi}) . \quad (2.42)$$

Reduktion der Gleichung auf eine Raumdimension und Annahme der Quellenfreiheit ($S(f) = 0$) ergibt dann die gesuchte eindimensionale quellenfreie Transportgleichung:

$$\Gamma(1 + uv\mu) \left(\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \Gamma^2 E \frac{\partial f}{\partial p_z} \right) + \Gamma(u + v\mu) \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) - \frac{\partial u}{\partial z} \Gamma^2 E \frac{\partial f}{\partial p_z} = C(f) \quad (2.43)$$

2.3 Beschleunigungsmechanismen

Um die hohen Lorentzfaktoren von einigen 10^2 oder gar 10^6 bei Synchrotronstrahlung abgebenden Elektronen zu erreichen, wie sie z.B. in Stoßfronten von Supernovae oder in AGNs vorkommen [87], braucht man eine effektive Methode, Elektronen auf diese hohen Geschwindigkeiten zu beschleunigen.

Wenn ein geladenes Teilchen vom Upstream-Bereich die Stoßfront in den Downstream-Bereich überquert, kann es z.B. durch die Komprimierung des Magnetfeldes durch die Front Energie gewinnen, da auf das Teilchen ein elektrisches Feld wirkt, das durch die Änderung des Magnetfeldes im System des Teilchens entsteht, aber hier nicht explizit erscheint. Dieser Energiegewinn reicht aber nicht aus, um die erforderlichen hohen

Teilchenenergien hervorzurufen; dazu müßte ein Teilchen die Stoßfront viele Male überqueren. Dies kann passieren, wenn das Teilchen durch seine Gyrationbewegung um das Magnetfeld, hervorgerufen durch die Lorentzkraft, mehrmals durch die Stoßfront kreist, während es über sie hinwegdriftet. Dieser Prozeß ist als „Shock-Drift“ Beschleunigung bekannt. Der Energiegewinn durch Shock-Drift Beschleunigung ist dadurch beschränkt, daß ein Teilchen nur eine begrenzte Anzahl von Stoßüberquerungen durchführen kann, bis es zu weit ins Downstream-Medium hinweggedriftet ist, um die Front nochmals überqueren zu können. Die Form des Spektrums von durch diesen Prozeß beschleunigten Teilchen hängt stark vom Ausgangsspektrum der beschleunigten Teilchen ab und ist deshalb nicht charakteristisch [87, 88].

2.3.1 Fermibeschiebung erster Ordnung

Ein anderer Prozeß zur Teilchenbeschleunigung ist die sogenannte Fermi-Beschleunigung. Sie wurde ursprünglich ohne Bezug zu Stoßfronten entwickelt und setzt sehr allgemein dabei an, daß Teilchen durch Reflexionen an sich bewegenden Magnetfeldern Energie gewinnen können [46]. Im betrachteten Fall werden Teilchen durch Reflexion auf beiden Seiten des Schocks wiederholt dazu gebracht, den Schock zu überqueren. Sie können dabei ein erhebliches Maß an Energie aufnehmen, wenn sie die Stoßfront sehr häufig durchqueren, bevor sie das Beschleunigungsgebiet aufgrund der endlichen Wahrscheinlichkeit, dem Stoß zu entkommen, verlassen. Im stationären Fall stellt sich ein Gleichgewicht ein zwischen Beschleunigung und Entkommen der Teilchen, dadurch wird das Impulsspektrum der Teilchen bestimmt. Um das Prinzip der Fermibeschiebung etwas deutlicher zu machen, soll hier der Prozeß mikroskopisch erläutert werden [87].

Nichtrelativistischer Fall Angenommen ein Teilchen mit Geschwindigkeit v_- überquere eine parallele Stoßfront (d.h. das Magnetfeld sei parallel zur Normalen) mit Stoßgeschwindigkeit $u_- \ll 1$ und $v_- \gg u_-$ von Upstream nach Downstream. Im Folgenden bezeichne p den Teilchenimpuls im jeweiligen Ruhssystem.

Der Pitch-Winkel μ_- liegt dann bei $1 > \mu_- > -u_-/v_-$ und in erster klassischer Näherung läßt sich für den Impuls im neuen System schreiben

$$p_+ \approx p_- \left(1 + \mu_- \frac{\Delta u}{v_-} \right) . \quad (2.44)$$

Δu ist definiert als $u_- - u_+$. Wenn das Teilchen elastisch gestreut wird, ändert sich nur seine Richtung, mit $-1 < \mu_+ < -u_+/v_+$ kann es die Stoßfront wieder in Richtung Upstream überqueren. Sein neuer Impuls upstream ist dann

$$\bar{p}_- = p_+ \left(1 - \mu_+ \frac{\Delta u}{v_+} \right) . \quad (2.45)$$

Angenommen, eine Teilchenpopulation, die diesen Beschleunigungszyklus durchläuft, sei isotrop, d.h. die Streuung ist schnell genug, die Teilchen nach der Überquerung der Stoß-

front wieder zur Isotropie zu bringen, bevor sie den Zyklus erneut aufnehmen oder downstream verschwinden. Dann ist die Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen, die Stoßfront zu überqueren, proportional zur relativen Geschwindigkeit zwischen sich und der Stoßfront,

$$P_{cross} = |\mu v + u| \quad (2.46)$$

Insgesamt ergibt sich für das durchschnittliche Impulswachstum ($\Delta p = \bar{p}_- - p_-$) pro durchlaufenen Zyklus

$$\left\langle \frac{\Delta p}{p_-} \right\rangle = \frac{\int_{-u_-/v_-}^1 d\mu_- |\mu_- v_- + u_-| \int_{-1}^{-u_+/v_+} d\mu_+ |\mu_+ v_+ + u_+| (\bar{p}_- - p_-) / p_-}{\int_{-u_-/v_-}^1 d\mu_- |\mu_- v_- + u_-| \int_{-1}^{-u_+/v_+} d\mu_+ |\mu_+ v_+ + u_+|} ; \quad (2.47)$$

hier bedeutet $\langle \dots \rangle$ Mittelwertbildung. Bis zur ersten Ordnung in $\Delta u/v_-$ kann man $v_- \approx v_+ = v$ setzen und kann dann schreiben

$$\left\langle \frac{\Delta p}{p_-} \right\rangle = \frac{\Delta u \int_0^1 d\mu_- \int_{-1}^0 d\mu_+ |\mu_- \mu_+| (\mu_- - \mu_+)}{v \int_0^1 d\mu_- \int_{-1}^0 d\mu_+ |\mu_- \mu_+|} = \frac{4\Delta u}{3v} . \quad (2.48)$$

Die Bezeichnung „Fermi-Prozeß erster Ordnung“ liegt darin begründet, daß der durchschnittliche Impulsgewinn erster Ordnung in $\Delta u/v$ ist; für zufällig bewegte Streuzentren ergibt sich ein Prozeß zweiter Ordnung.

Wie man sieht, muß ein Teilchen viele Male den Beschleunigungszyklus durchlaufen, um eine wirklich große Beschleunigung zu erfahren. Jedes Mal, wenn es in den Downstream-Bereich kommt, besteht jedoch die Chance, daß es mit dem weiterströmenden Medium mitgerissen wird und die Stoßfront nicht wieder nach Upstream überqueren kann. Upstream stellt sich dieses Problem nicht, ein Teilchen kann nicht unbegrenzt weit gegen die Strömung entkommen. Um die Anzahl der in Downstream-Richtung entkommenden Teilchen zu ermitteln, vergleicht man die Rate der die Stoßfront nach Downstream durchquerenden mit der Rate der durch eine imaginäre Hilfsfläche weit Downstream entkommenden Teilchen. Die Anzahl der die Stoßfront von upstream nach downstream überquerenden Teilchen pro Sekunde ist

$$\begin{aligned} \dot{n}_{cross} &= 2\pi p_+^2 \int_{-u_+/v_+}^1 d\mu_+ |\mu_+ v_+ + u_+| f_+(p_+) \\ &= \frac{v}{4} N_+ , \end{aligned} \quad (2.49)$$

und der Teilchenfluß über die Hilfsfläche beträgt

$$\dot{n}_{esc} = 2\pi p_+^2 \int_{-1}^1 d\mu_+ (\mu_+ v_+ + u_+) f_+(p_+)$$

$$= N_+ u_+ , \quad (2.50)$$

wobei die Teilchenzahldichte $N = 4\pi p^2 f$ beträgt. Daraus erhält man die Wahrscheinlichkeit pro Zyklus, daß ein Teilchen entkommt zu

$$P_{esc} = \frac{\dot{n}_{esc}}{\dot{n}_{cross}} = \frac{4u_+}{v} . \quad (2.51)$$

Im stationären Fall ist die Anzahl der Teilchen pro Sekunde, die mit einem Impuls oberhalb $p + \Delta p$ in den Downstream Bereich dringen gleich der Anzahl derer, die dasselbe mit einem Impuls grösser als p durchführen, minus derer, die während eines Zyklus im Downstream-Bereich entkommen sind:

$$u_+ \int_{p+\langle \Delta p \rangle}^{\infty} dp' \dot{n}_{cross}(p') = (1 - P_{esc}) u_+ \int_p^{\infty} dp' \dot{n}_{cross}(p') . \quad (2.52)$$

Damit findet sich

$$\frac{\langle \Delta p \rangle}{p} p N_+(p) = P_{esc} \int_p^{\infty} dp' N_+(p') , \quad (2.53)$$

was gelöst wird von

$$N_+(p) \propto p^{-1 - P_{esc}/(\langle \Delta p \rangle/p)} = p^{-1 - (3u_+/\Delta u)} . \quad (2.54)$$

Das Impulsspektrum der Fermibesleunigung im klassischen Fall ist also ein Potenzgesetz, daß von den hydrodynamischen Bedingungen, speziell von der Kompressionsrate der Stoßfront gegeben ist. Durch etwas Umformen läßt sich schreiben $f(p) \propto p^{-s} = p^{-3u_-/\Delta u}$ oder $s = (r + 2)/(r + 1)$ mit $r = u_-/u_+$ der Kompressionsrate.

Reflexionsmechanismus - nichtrelativistisch Als Reflexionsmechanismus, um die Teilchen immer wieder die Schockfront überqueren zu lassen, bieten sich Streuprozesse an. Als Streuzentren können im betrachteten Plasma magnetische Inhomogenitäten, im Wesentlichen langwellige Alfvén-Wellen dienen [87, 88]. Diese bewegen sich im Plasmaruhsystem mit der Geschwindigkeit

$$v_a = \sqrt{\frac{\frac{B^2}{4\pi}}{w + \frac{B^2}{4\pi}}} \cos \Phi, \quad (2.55)$$

wobei Φ der Winkel zwischen Bewegungsrichtung der Welle im Plasmaruhsystem und dem Magnetfeld ist. Da B laut Voraussetzung sehr klein ist, sind die Alfvén-Wellen im Vergleich zu den mit fast Lichtgeschwindigkeit bewegten Teilchen sehr langsam und können als ruhend angesehen werden. Im Allgemeinen [88] nimmt man an, die Streuung an Alfvén-Wellen erfolge ohne Energieaufnahme der Teilchen, also durch elastische Stöße, die nur die Richtung der Teilchen ändern. Deswegen geht man davon aus, daß die Diffusion in Energie langsamer verläuft als die Pitchwinkel-Streuung und daß sie vernachlässigt

werden kann. Eine weitere Annahme ist, daß die Teilchen an Magnetfeldlinien gebunden sind [87, 88] und sich entlang dieser bewegen, da Alfvén-Wellen nicht in der Lage sind, eine Diffusion über Feldlinien hinweg zu erzeugen. Im nichtrelativistischen Fall führen diese Annahmen zur Theorie der diffusiven Stoßbeschleunigung, die für viele Bereiche, wie z.B. der Theorie der kosmischen Strahlung und bei den sogenannten „Hot Spots“, gute Erfolge liefert [42, 111].

2.3.2 Relativistische Transportgleichung

Zur weiteren Beschäftigung mit dem relativistischen Gegenstück zum eben beschriebenen Prozeß soll die Gleichung (2.43) näher betrachtet werden. Die Teilchenverteilung sei gyrotrop (siehe Gleichung (2.42)) und werde mit einem Lorentzfaktor in den Beschleunigungsprozeß injiziert, der größer ist als der der Stoßfront, aber sehr viel kleiner als die Lorentzfaktoren der beschleunigten Teilchen. Die Stoßfront habe im Upstream-System die Geschwindigkeit u_- und den zugehörigen Lorentzfaktor Γ_- . Die Hydrodynamik sei durch bestimmte Zustandsgleichungen gegeben, deren Sprungbedingungen u_- liefern. Die Streuungen im Ruhssystem seien elastisch, damit entfallen in Gleichung (2.43) sämtliche Terme mit $\partial/\partial p$. Die Geschwindigkeit der Teilchen v kann $v = 1$ gesetzt werden. Benennt man nun noch z in x um, erhält man für den stationären Fall ($\partial/\partial t = 0$) ohne Quellterm S und mit $C(f) = \frac{\partial}{\partial \mu} D_{\mu\mu} \frac{\partial f}{\partial \mu}$ (es liegt keine Diffusion in Energie vor):

$$\Gamma(u + \mu) \frac{\partial f(p, \mu, x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[D_{\mu\mu} \frac{\partial f(p, \mu, x)}{\partial \mu} \right], \quad (2.56)$$

mit der Verteilungsfunktion $f = f(\mu, u, p, x)$ der Ortskoordinate x und dem Streu-Operator $D_{\mu\mu}$. Das Besondere an der Gleichung (2.56) ist, daß sie in gemischten Koordinaten geschrieben ist. Der Winkel μ und Impuls p sind die im jeweiligen Plasmaruhssystem, während die Ortskoordinate x im Stoßsystem betrachtet wird, das führt zu der relativ einfachen Form. Es handelt sich um eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Im Vergleich zum klassischen Fall ergeben sich eine Reihe von Unterschieden.

Damit eine relativistische Stoßfront nicht superluminal wird (siehe 2.1.1), muß das Magnetfeld sehr fein justiert sein, so daß es parallel zur Normalen des Stosses steht. Durch die Stoßfront wird die Komponente des Magnetfelds in der Ebene der Stoßfront allerdings um $\approx \Gamma_-$ verstärkt, so daß ein subluminales System fast unmöglich wird. Da Teilchen aber in der üblichen Näherung an die Magnetfeldlinien gebunden sind, hieße das, das gar keine Fermi-Beschleunigung stattfinden kann. Deshalb wird ein Streumechanismus gebraucht, der Teilchen über Feldlinien hinweg streuen kann [10].

Dies kann eine Streuung erreichen, die durch Fluktuationen auf sehr viel kleineren Skalen als dem Gyroradius des Teilchens stattfindet. Da wie gleich noch gezeigt wird, im Falle relativistischer Stoßfronten ein Teilchen nur einen Teil eines Gyroradius zwischen Stoßfrontbewegungen ausführt, können solche kurzwelligen Fluktuationen nicht mehr

über mehrere Gyroradien herausgemittelt werden. Downstream können durch den Stoß große Turbulenzen und Inhomogenitäten des Magnetfeldes entstehen, sollten diese auf Skalen kleiner als dem Gyroradius die Magnetfeldrichtung ändern, führt dies ebenfalls dazu, daß keine komplette ungestörte Gyrobewegung mehr durchgeführt werden kann.

Es sei angenommen, ein solcher Streuvorgang existiere und könne mit einer Gleichung wie (2.56) beschrieben werden. Für eine solche Streuung macht eine Parametrisierung nach dem Pitchwinkel wenig Sinn, deswegen sei mit μ in der betrachteten Gleichung ab sofort der Kosinus des Winkels zwischen Stoßfrontnormalen und Bewegungsrichtung des Teilchens gemeint, der sogenannte Richtungswinkel.

Teilchendynamik und Energiegewinn Das Verhältnis der Energien nach (E_{f-}) und vor (E_{i-}) dem Durchlaufen eines Beschleunigungszyklus angefangen im Upstream-Bereich beträgt (analog zu Gleichungen (2.44) und (2.45), [67]):

$$\frac{E_{f-}}{E_{i-}} = \Gamma_r^2 (1 - u_r \mu_-^+) (1 + u_r \mu_+^-) , \quad (2.57)$$

wobei die Bezeichnung μ_-^+ den Kosinus des Winkels der Stoßfrontüberquerung hin zum Downstream-Bereich gemessen im Ausgangssystem S_- (upstream) bezeichnet und analog (unten steht das System, in dem gemessen wird, oben das Zielgebiet).

Sei $\Gamma_- \gg 1$, dann ergibt sich nach der Hydrodynamik (siehe 2.1.2), daß $u_+ = 1/3$. Damit ein Teilchen vom Downstream- ins Upstream-System wechseln kann muß gelten

$$1 \geq \mu_+^- > u_+ , \quad (2.58)$$

so daß der Faktor $1 + u_r \mu_+^-$ von der Größenordnung eins ist. Wenn eine annähernd isotrope Teilchenverteilung in das Upstream-Medium injiziert wird, die den Beschleunigungszyklus das erste Mal durchläuft, kann der Faktor $(1 - u_r \mu_-^+)$ ebenfalls von der Ordnung eins sein. Der Prozeß kann also beim der ersten Zyklus einen großen Anfangsboost mit $E_f/E_i \approx \Gamma_r^2$ vermitteln [163, 67].

Einer der wesentlichen Unterschiede zwischen der klassischen und der relativistischen Fermi-Beschleunigung ist nun aber, daß die Teilchenverteilung nach der Stoßüberquerung nicht isotropisiert wird, weil die Stoßfront zu schnell ist, um den Teilchen dafür Zeit zu lassen [83, 133].

Für ein ultrarelativistisches Teilchen mit Lorentzfaktor $\gamma \gg \Gamma_-$ ist die Bedingung, ins Upstream-Medium zurückkehren zu können $\theta_+^- < 1/\Gamma_-$, wobei θ der μ zugeordnete Winkel ist. Dort kann das Teilchen nicht weit aus diesem Kegel herausgestreut werden, bevor die Stoßfront es wieder einholt, also $\theta_-^+ \approx 1/\Gamma_-$ [66]. Für den Energiegewinn pro Zyklus ergibt sich daraus [67]

$$\frac{E_{f+}}{E_{i+}} \approx \frac{2 + (\Gamma_- \theta_-^+)^2}{2 + (\Gamma_- \theta_+^-)^2} \approx \frac{1 + \mu_+^-}{1 + \mu_+^+} . \quad (2.59)$$

Um dies weiter abzuschätzen, kann man nach [2, 66] zwei Extremfälle der Dynamik im Upstream-System betrachten: Ablenkung durch ein reguläres Magnetfeld mit einer Korrelationslängenskala von $l \gg R_L/\Gamma_-$ und Streuung durch Fluktuationen auf kleinen Skalen mit $l \ll R_L/\Gamma_-$, wobei R_L den Larmorradius des Teilchens bezeichnet. Für magnetische Ablenkung gilt für einen Einfallswinkel von $0 \leq \Gamma_- \theta_-^- < 1$ ein Ausfallswinkel

$$1 < \Gamma_- \theta_-^+ \leq 2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{3} > \mu_+^+ \geq \frac{1}{3} , \quad (2.60)$$

für den Fall von Streuung gilt die Beziehung

$$\langle (\theta_-^+)^2 \rangle \approx \frac{2}{\Gamma_-^2} - (\theta_-^-)^2 . \quad (2.61)$$

In beiden Fällen ist der typische Energiegewinn $\Delta E_+ = E_{f+} - E_{i+}$ von der Größenordnung von E_{i+} [66, 67].

Die Situation für den Energiegewinn sieht also zusammengefaßt so aus, daß eine isotrop injizierte Teilchenverteilung beim ersten Durchlaufen des Zyklus einen Anfangsboost mit Γ_r^2 erhält und danach aufgrund der anisotropen Verteilung bei jedem weiteren Durchlauf nur noch um den Faktor 2 beschleunigt wird.

Zeitskala Die Beschleunigungszeitskala ist definiert als die Zeit, die gebraucht wird, damit ein Teilchen seine Energie etwa verdoppelt. Mit Ausnahme des ersten Zyklus ist das also die Zeit für einen Zyklus, die sich zusammensetzt aus den Aufenthaltszeiten upstream t_u und downstream t_d . Im Falle, daß ein Teilchen upstream nur durch ein Magnetfeld abgelenkt wird, ist [66, 67]

$$t_{u-} \approx \frac{1}{\Gamma_- \omega_{c-}} = \frac{E}{e \Gamma_- B_{o-} c} , \quad (2.62)$$

wobei e die Teilchenladung, ω_c die Cyclotronfrequenz und B_{o-} die Komponente des Magnetfeldes orthogonal zur Bewegungsrichtung ist (c ist ausnahmsweise mal nicht 1). Downstream hängt die Zeit von der Form der Streuung ab und ist im Falle von Bohm-Diffusion etwa die Gyrationzeit downstream [66, 67] ,

$$t_{d+} \approx \frac{1}{\omega_{c+}} = \frac{E_+}{e B_{+c}} . \quad (2.63)$$

2.3.3 Der Streuoperator

Wie schon erwähnt, wird davon ausgegangen, daß der Streuoperator nicht als Pitchwinkel-Streuung wirkt, sondern den Richtungswinkel verändert. Für diese Streuung können verschiedene Streuoperatoren

$$D_{\mu\mu} = (1 - \mu^2) D(\mu) \quad (2.64)$$

angesetzt werden, die im jeweiligen Ruhssystem des Plasmas wirken. Es sollen zwei extreme Arten von Streuoperatoren untersucht werden.

Der isotrope Fall Für $D(\mu) = 1$ (isotrope Streuung) wirkt der Streu-Operator durch kleine Änderungen des Richtungswinkels in Richtung Isotropisierung der Winkelverteilung. Wie schon erwähnt, ist im relativistischen Fall nicht anzunehmen, daß es tatsächlich zu einer isotropen Verteilung in der Nähe der Stoßfront kommen kann.

$$D_{\mu\mu} = (1 - \mu^2). \quad (2.65)$$

Der anisotrope Streuoperator Durch einen relativistischen magnetohydrodynamischen Stoß wird ein im Upstream-Bereich vorhandenes Magnetfeld in der Stoßebene verstärkt. Eventuell vorhandene Fluktuationen in dieser Ebene sollten dann auch verstärkt werden, während das Magnetfeld in Richtung der Stoßnormalen unverändert bleibt. Es liegt also nahe anzunehmen, daß die Korrelationslänge in x -Richtung der Stoßnormalen wesentlich kürzer ist als die in der y - z -Ebene. Sei das Magnetfeld gegeben als $\mathbf{B} = (B_x(x), B_y(x), B_z(x))$, es sei statisch im Ruhesystem des Plasmas und fluktuiere nur als Funktion von x . Mit der Notation $\langle \dots \rangle$ für ein Ensemblemittel kann man die statistische Größe

$$\langle B_y(x')B_y(x+x') \rangle = \langle B_z(x')B_z(x+x') \rangle = S(|x|) \quad (2.66)$$

mit $S(x) = 0$ für $z > l_{\parallel}$ definieren. Dabei ist l_{\parallel} die Korrelationslänge parallel zur Stoßnormalen. Durch Integration der Bewegungsgleichung eines Teilchens mit Ladung e , Ruhemasse m und Lorentzfaktor γ mit zugehöriger Geschwindigkeit v , das sich in der x - y -Ebene mit einem Richtungswinkel $\theta = \arccos \mu$ bewegt, erhält man die Änderung $\Delta\mu$ in μ nach einer Zeit t zu

$$\Delta\mu = \frac{e}{\gamma mc} \int_0^t dt' \sqrt{1 - \mu^2} B_z[x(t')] . \quad (2.67)$$

Eine Integration über eine Zeitskala τ , die lang gegenüber der Korrelationszeit des Feldes (hier $l_{\parallel}/\mu v$) ist, aber kurz genug, um die ungestörte Bahn des Teilchens verwenden zu können ($\mu = \text{konstant}$, $x = \sqrt{1 - \mu^2}vt$, $z = 0$, $x = \mu vt$) erlaubt eine anschließende Ensemblemittelung zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten zu

$$\frac{\langle \Delta\mu^2 \rangle}{\tau} = \frac{e^2}{\gamma^2 m^2 c^2} \frac{1 - \mu^2}{|\mu|v} \langle B_{\perp}^2 \rangle l_{\parallel} , \quad (2.68)$$

wobei gilt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz S(|z|) = \langle B_{\perp}^2 \rangle l_{\parallel} . \quad (2.69)$$

Der Ausdruck (2.68) ist in der Nähe von $\mu = 0$ unphysikalisch, weil für dort eine unendliche Korrelationslänge in den y - und z - Richtungen vorliegt. Um das zu korrigieren, wird der Diffusionskoeffizient definiert als (wobei jetzt wieder $c = 1$ gesetzt wird)

$$\frac{\langle \Delta\mu^2 \rangle}{\tau} = \frac{e^2}{\gamma^2 m^2} \frac{1 - \mu^2}{\sqrt{\mu^2 + (l_{\parallel}/l_{\perp})^2}} \langle B_{\perp}^2 \rangle l_{\parallel} , \quad (2.70)$$

wobei l_{\perp} die Korrelationslänge rechtwinklig zur Stoßnormalen ist. Für das Upstream-Plasma, dessen Magnetfeld noch nicht durch den Stoß beeinflusst ist, ist dieser Streuoperator eher ungeeignet. Im nächsten Kapitel wird eine *a posteriori* Begründung geliefert, warum eine Verwendung dort trotzdem keine Probleme bereitet (siehe 3.5.3).

Kapitel 3

Lösung der Transportgleichung

3.1 Allgemeines

3.1.1 Der Ansatz

Die hier verwendete Methode, die Gleichung (2.56) zu lösen, ist eine Weiterentwicklung der von Kirk und Schneider [83] eingeführten „Methode der Q_i “. In dieser Methode wird ein Separationsansatz in μ , x und p für die Lösung durchgeführt. Für den Winkelanteil wird eine Entwicklung in Eigenfunktionen Q_i durchgeführt (daher der Name der Methode), die numerisch bestimmt werden; die Entwicklung wird ab einem bestimmten Wert N abgebrochen. Mit den dann bekannten Eigenfunktionen wird eine Matrix \underline{S} berechnet, deren Determinante für den interessierenden Index s des Impulsspektrums, das einem Potenzgesetz der Form p^{-s} gehorcht, null wird. In diesem Kapitel wird die Erweiterung der Anwendbarkeit dieser Methode von Lorentzfaktoren von ≈ 5 auf beliebig große dargestellt. Den rechnerisch größten Aufwand erfordert dabei die Bestimmung der Eigenwerte und Eigenfunktionen des Winkelanteils der Verteilungsfunktion. Sowohl die hier dargestellte Methode als auch die Ergebnisse sind veröffentlicht in [2, 71, 89].

3.1.2 Untersuchung der Transportgleichung

Die Transportgleichung (2.56) hat auf jeder der beiden Halbebenen $x < 0$ und $x > 0$ im jeweiligen Plasmaruhsystem die allgemeine Lösung [39, 86]

$$f(p, u, \mu, x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} g_i(p) Q_i(\mu, u) \exp\left(\frac{\Lambda_i x}{\Gamma}\right), \quad (3.1)$$

wobei Λ_i und Q_i die Eigenwerte und Eigenfunktionen der Gleichung

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} \left[D_{\mu\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \right] - \Lambda_i(u + \mu) \right\} Q_i(\mu, u) = 0 \quad (3.2)$$

sind, $g_i(p)$ eine Funktion ist, die nur vom Impuls abhängt, Γ den Lorentzfaktor der Stoßfront im jeweiligen Plasmaruhsystem darstellt und die anderen Variablen wie in Kapitel

4 definiert sind. Nach dem Satz von Liouville müssen die Verteilungsfunktion upstream f_- und downstream f_+ an der Stoßfront $x = 0$ identisch sein, es muß gelten

$$f_-(x=0) = f_+(x=0)$$

$$\iff \sum_{i=-\infty}^{\infty} g_i^-(p_-) Q_i^-(\mu_-, u_-) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g_i^+(p_+) Q_i^+(\mu_+, u_+). \quad (3.3)$$

Ziel ist es, das Impulsspektrum der beschleunigten Elektronen in einem Bereich zu bestimmen, der viel höher ist als der Impulsbereich der injizierten Elektronen, so daß es keinen bevorzugten Impuls gibt. Deshalb ist zu erwarten, daß die Verteilungsfunktion f auf beiden Seiten der Stoßfront von einem Potenzgesetz $f_{\pm} \propto p_{\pm}^{-s}$ dargestellt wird. Man kann also die Funktionen g_i^{\pm} mit den Konstanten a_i und b_i schreiben als

$$g_i^+(p^+) = a_i p_+^{-s}$$

$$g_i^-(p^-) = b_i p_-^{-s}. \quad (3.4)$$

Fortan soll Q_i eine Abkürzung sein für eine beliebige Eigenfunktion bzw. alle Eigenfunktionen, genauso wie Q_i^{\pm} eine Eigenfunktion, im Downstream- (Q_i^+) bzw. im Upstream-Bereich, bedeutet: Analoges gilt für z.B die Eigenwerte Λ_i .

3.1.3 Die physikalischen Transformationen

Gelegentlich wird es nötig sein, zwischen den 3 physikalisch wichtigen Systemen, dem Schocksystem S , dem Upstream-System S^- und dem Downstream-System S^+ zu wechseln. Dabei transformiert sich μ , gemessen im Plasmaruhsystem S^- oder S^+ zu μ_s im Schocksystem nach

$$\mu_s = \frac{\mu + u}{1 + \mu u} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} = \frac{(1 - \mu_s u)^2}{1 - u^2} \frac{\partial}{\partial \mu_s}. \quad (3.6)$$

Die Rücktransformation wird übernommen von

$$\mu = \frac{\mu_s - u}{1 - \mu_s u} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu_s} = \frac{(1 + \mu u)^2}{1 - u^2} \frac{\partial}{\partial \mu}. \quad (3.8)$$

Die Transformation ins Schocksystem bildet die Randwerte $\mu = \pm 1$ auf ebenfalls $\mu_s = \pm 1$ ab, der Wert $-u$ wird auf $\mu_s = 0$ abgebildet.

Die Transformation zwischen den Plasmaruhsystemen wird mit u_r , wie in Gleichung (2.4) definiert, bestimmt durch

$$\mu_+ = \frac{\mu_- + u_r}{1 + \mu_- u_r}. \quad (3.9)$$

Der Impuls eines Teilchens im Upstream-System schreibt sich mit $\Gamma_r = (1 - u_r^2)^{-\frac{1}{2}}$ im Downstream-System als

$$p_+ = p_- \Gamma_r (1 + u_r \mu_-). \quad (3.10)$$

Die hier nicht explizit erwähnten Transformationen werden im weiteren nicht benötigt, sie verlaufen analog zu den vorgestellten.

3.2 Eigenschaften der Q_i und Λ_i

Die Gleichung (3.2) ist eine partielle Differentialgleichung 2. Ordnung, die vom Sturm-Liouville Typ wäre, wenn nicht der Term $(u + \mu)$ einen Vorzeichenwechsel bei $\mu = -u$ hätte. Das führt dazu, daß das Spektrum der Gleichung unendlich viele diskrete, reelle Eigenwerte hat, die sowohl positive als auch negative Werte annehmen können. Deshalb kann man zwei Familien von Eigenfunktionen bilden, von denen eine die zu positiven Eigenwerten gehörigen Eigenfunktionen und den Fall $\Lambda = 0$ umfaßt und die andere aus denen zu negativen Eigenwerten besteht. Man kann die Eigenwerte der Größe nach sortieren und fortlaufend durchnummerieren, wobei die negativen Eigenwerte mit negativer Nummer $i < 0$ versehen werden und die positiven entsprechend mit positivem $i \geq 0$. Nun können sofort einige Bedingungen für die Konstanten a_i und b_i abgeleitet werden, da die Q_i nicht von x abhängen und trivialerweise nicht identisch null sein sollen: Damit die Verteilungsfunktion f nicht im unendlichen Downstream-Bereich divergiert ($x \rightarrow \infty$), muß gelten

$$a_i = 0 \quad \forall i > 0. \quad (3.11)$$

Analog gilt für den Upstream-Bereich mit ($x \rightarrow -\infty$) die Bedingung

$$b_i = 0 \quad \forall i \geq 0. \quad (3.12)$$

Upstream gilt auch $b_0 = 0$, da hier im Unendlichen keine vorbeschleunigten Teilchen existieren sollen; für den Bereich hinter dem Schock läßt sich derartiges nicht verlangen, da man hier ja die entkommenen beschleunigten Teilchen hat. Das bringt die Gleichung (3.3) für $x = 0$ auf die Form

$$\sum_{i=1}^{\infty} b_i p_-^{-s} Q_i^-(\mu_-, u_-) = \sum_{i=-\infty}^0 a_i p_+^{-s} Q_i^+(\mu_+, u_+). \quad (3.13)$$

Zu jedem Eigenwert gehört eine Eigenfunktion Q_i . Jedes Q_i folgt der Orthogonalitätsrelation [39, 86]

$$\int_{-1}^1 Q_i(\mu, u) Q_j(\mu, u) (u + \mu) d\mu = 0 \quad \forall i \neq j. \quad (3.14)$$

Der Eigenwert zur Eigenfunktion $i = 0$ ist, da $Q_0 = \text{const.}$, sofort als $\Lambda_0 = 0$ zu identifizieren. Jede Eigenfunktion oszilliert, mit $|i - 1|$ Durchgängen durch die x -Achse. Analytisch ist Gleichung (3.2) nur schwer zu behandeln, deswegen wird ein numerisches Verfahren angewandt.

3.2.1 Eine Näherung für Q_i

Für extreme hohe Lorentzfaktoren der Stoßgeschwindigkeit ist zu erwarten, daß im System S^- gesehen nur noch Teilchen, die direkt zurückgestreut werden, die Stoßfront wiederholt überqueren können. Deswegen sollten die zu untersuchenden Funktionen Q_i im Upstream-System nahe bei $\mu = -1$ konzentriert sein.

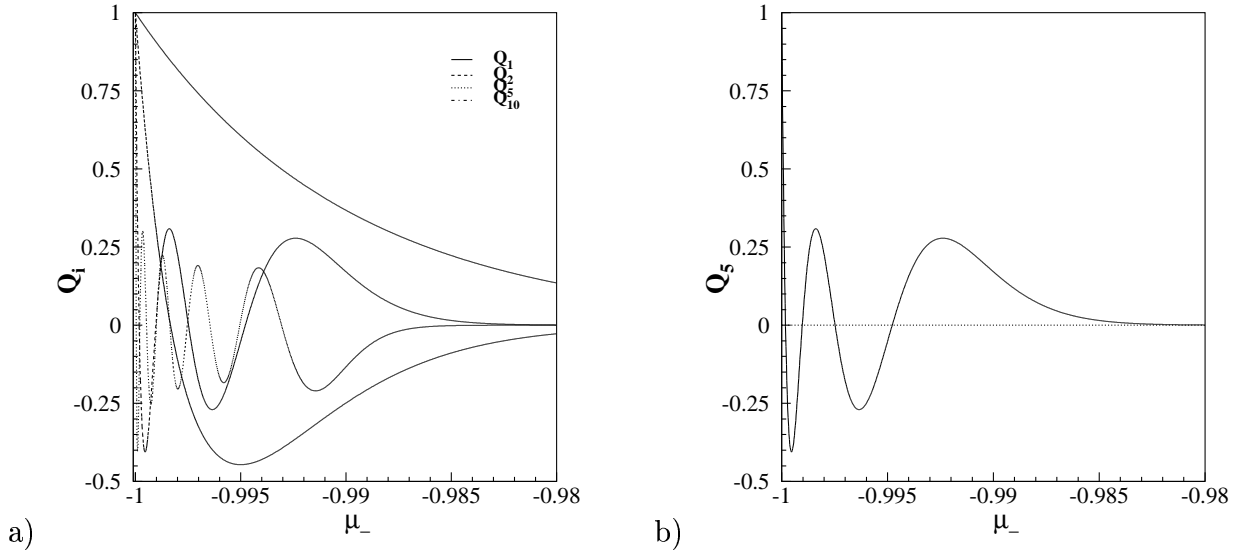


Abbildung 3.1: Die Lösungsfunktionen Q_i der analytischen Näherung für $u_- = 0.99$ bei isotropem $D_{\mu\mu}$. Für den Bereich $\mu_- > -0.98$ setzt sich der exponentielle Abfall fort.

Eine Betrachtung mit einer Taylor-Näherung um $\mu = -1$ für den Streuoperator

$$D_{\mu\mu} = (1 - \mu^2)D(\mu) \approx 2D(-1)(1 + \mu), \quad (3.15)$$

die Einführung von $\epsilon = 1 - u$ und die Transformation auf $y = (1 + \mu)/\epsilon$ ergibt für die Gleichung (3.2) in der asymptotischen Näherung $\epsilon \ll 1$ für beliebig hohe Stoßgeschwindigkeiten eine neue vereinfachte Form [86]:

$$yQ'' + Q' = \frac{\Lambda_i \epsilon^2}{2D(-1)}(y - 1)Q. \quad (3.16)$$

Die positiven Eigenfunktionen Q_i lassen sich nach [86] schreiben als

$$Q_i(y) = \exp\left(-\epsilon y \sqrt{\Lambda_i / 2D(-1)}\right) \sum_{n=0}^{i-1} c_n y^n, \quad (3.17)$$

mit den Eigenwerten Λ_i

$$\Lambda_i = \frac{2D(-1)(2i - 1)^2}{\epsilon^2} \quad (3.18)$$

und folgender Rekursionsformel für die Koeffizienten c_n

$$c_{n+1} = -\frac{(2i-1)[2(i-n-1)]}{(n+1)^2}c_n . \quad (3.19)$$

Das ergibt z.B die in Abbildung 3.1 gezeigten Funktionen.

Man kann sehen, daß sie bis zum Punkt $\mu = -u$ oszillierend abklingen, dann aber rein exponentiell gegen 0 gehen. Ein ähnliches Verhalten sollten auch die noch zu berechnenden Eigenfunktionen ohne Näherung aufweisen.

3.3 Faltung

Um eine verwertbare Darstellung des Winkel-Anteils der Verteilungsfunktion zu erhalten, wird eine Entwicklung nach Eigenfunktionen durchgeführt, die nach einer bestimmten Anzahl N abgebrochen wird — dieses Verfahren wird „ Q_i -Methode“ [86] genannt. Mit den Beziehungen aus (3.11) und (3.12) erhält man

$$\sum_{i=1}^N b_i p_-^{-s} Q_i^-(\mu_-, u_-) = \sum_{i=-\infty}^0 a_i p_+^{-s} Q_i^+(\mu_+, u_+). \quad (3.20)$$

Wenn man dies nun mit dem Term $p_+^s Q_j^+(u_+ + \mu_+)$ für $N \geq j > 0$ über $d\mu_+$ von $\mu_+ = -1$ bis $\mu_+ = 1$ faltet, erhält man

$$\int_{-1}^{+1} d\mu_+ p_+^s Q_j^+(u_+ + \mu_+) \sum_{i=1}^N b_i p_-^{-s} Q_i^- = \int_{-1}^{+1} d\mu_+ p_+^s Q_j^+(u_+ + \mu_+) \sum_{i=-\infty}^0 a_i p_+^{-s} Q_i^+ \quad (3.21)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^N b_i \int_{-1}^{+1} d\mu_+ p_+^s p_-^{-s} Q_i^- Q_j^+(u_+ + \mu_+) = \sum_{i=-\infty}^0 a_i \int_{-1}^{+1} d\mu_+ Q_i^+ Q_j^+(u_+ + \mu_+) . \quad (3.22)$$

Unter Verwendung der Orthogonalitätsrelation (3.14) ist die rechte Seite von (3.22) identisch null, da $i \leq 0$, aber j so gewählt wurde, daß $j > 0$ gilt, also $i \neq j \forall i, j$. Man erhält mit der Transformation des Impulses nach (3.10)

$$\sum_{i=1}^N b_i \int_{-1}^{+1} d\mu_+ \Gamma_r^s (1 + u_r \mu_-)^s Q_i^- Q_j^+(u_+ + \mu_+) = 0 \quad N \geq j > 0. \quad (3.23)$$

Da diese Gleichung für alle N und $0 < j \leq N$ gelten soll, kann man sie als homogene Matrixgleichung auffassen

$$\underline{S} \mathbf{b} = 0. \quad (3.24)$$

Die Elemente der $N \times N$ -Matrix \underline{S} definiert man als

$$S_{ij} = \int_{-1}^{+1} d\mu_+ (1 + u_r \mu_-)^s Q_i^- Q_j^+(u_+ + \mu_+), \quad (3.25)$$

der Vektor \mathbf{b} setzt sich zusammen aus den Entwicklungskoeffizienten b_i , also $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_N)$. Den konstanten Faktor Γ_r^s zieht man dabei vor das Integral und läßt ihn dann aus der Gleichung herausfallen. Man kann sich also zur Bestimmung der Matrix auf eine Familie von Eigenfunktionen beschränken, in diesem Fall auf die Familie der positiven Eigenwerten – man kann auch völlig analog nur mit den negativen Eigenwerten rechnen, man muß nur die Gleichung (3.20) mit einem anderen Term falten, siehe z.B. [39, 86]. Die nächste Aufgabe ist es nun, die Funktionen Q_i^- und Q_j^+ auszurechnen, damit man danach s bestimmen kann. Für den Grenzfall $\epsilon = 1 - u_- \rightarrow 0$ lassen sich die Matrixelemente schreiben als

$$S_{ij} \rightarrow \int_0^\infty dy Q_i(y) (y-1) y^{(+2)^{-s}} Q_j(\mu_+) , \quad (3.26)$$

mit den Bezeichnungen aus 3.2.1.

3.4 Berechnung der Funktionen Q_i

3.4.1 Transformation ins Schocksystem

Um zu verhindern, daß der schwingende Teil der Gleichung (3.2) sich im Bereich von $\mu = -1$ bis $\mu = -u$ abspielt, was bei hohen Schockgeschwindigkeiten ein äußerst kleiner Ausschnitt des Bereichs von $\mu = -1$ bis $\mu = 1$ ist, wird die Gleichung ins Stoßsystem transformiert — dann spielen sich die Oszillationen im Bereich von $\mu_s = -1$ bis $\mu_s = 0$ ab. Unter Verwendung von Gleichung (3.5) erhält man dann mit Einführung des neuen Streu-Operators $\overline{D} = \frac{D_{\mu\mu}}{1-\mu^2}$

$$\frac{\partial}{\partial \mu_s} \left[\overline{D} (1 - \mu_s^2) \frac{\partial}{\partial \mu_s} \right] Q_i = \Lambda_i \frac{(1 - u^2)^2}{(1 - \mu_s u)^3} \mu_s Q_i . \quad (3.27)$$

Die Einführung von \overline{D} hat den Vorteil, daß für den herkömmlichen, isotropen Pitch-angle Operator $D_{\mu\mu} = 1 - \mu^2$ der neue Operator den Wert 1 auf dem ganzen Winkelbereich annimmt; für andere, anisotrope Operatoren $D_{\mu\mu}$ kann man die Anisotropie an der Abweichung vom Wert 1 abschätzen. Um die Gleichung (3.27) zu lösen, besorgt man sich als erstes Randbedingungen, von denen 2 benötigt werden (da es sich um eine partielle DGL 2. Ordnung handelt), zusätzlich braucht man noch einen Eigenwert. Die erste Randbedingung besorgt man sich darüber, daß man aufgrund der Homogenität der Gleichung eine Normierungsfreiheit hat, es wird festgelegt, daß jede Eigenfunktion an der Stelle $\mu_s = -1$ den Wert 1 annehmen soll. Als zweite Randbedingung wird verlangt, daß die Funktionen Q_i an der Stelle $\mu_s = -1$ endlich und differenzierbar sein soll. Die Gleichung ist jetzt prinzipiell für beliebige Λ lösbar, wenn man allerdings keinen Eigenwert verwendet, führt sie zu einer an der Stelle $\mu = 1$ divergierenden Lösung. Nur für Eigenwerte Λ_i ergibt sich eine physikalisch sinnvolle Lösung, die nirgends divergiert. Um die Eigenwerte der Gleichung (3.27) bzw. (3.2) zu bestimmen, muß man ein numerisches Verfahren bemühen.

3.4.2 Numerische Methode zur Bestimmung eines Eigenwertes

Ein Computer gibt die Möglichkeit, ein derartiges Problem durch Ausprobieren zu lösen: man gibt einen Eigenwert vor und 2 Randbedingungen, läßt damit die Gleichung durchrechnen, und testet, ob das ein Ergebnis liefert, das die Gleichung erfüllt. Wenn nicht, nimmt man einen neuen Eigenwert. Das ganze Verfahren ist natürlich automatisiert und wird als „Shooting-“Methode [137] bezeichnet. Sie wurde in diesem Fall mit FORTRAN77 realisiert und kann mit etwas Geduld sogar auf einem alten PC laufen.

Da die Gleichung (3.27) aber sowohl am linken als auch am rechten Rand singularär wird, und eine numerische Integration in eine singularäre Stelle hinein im Allgemeinen äußerst problematisch ist, wird eine Abwandlung des normalen „Shooting-“Verfahrens angewendet: man nimmt einen Eigenwert an und integriert von beiden Seiten, aus den Singularitäten heraus. Sollten am Treffpunkt beide Funktionswerte innerhalb der Rechengenauigkeit übereinstimmen, hat man die Lösung gefunden [137]. Für die untersuchte Gleichung gibt es aber unendlich viele Lösungen — nämlich für jeden Eigenwert eine, und man kann nicht ohne weiteres kontrollieren, welches die laufende Nummer i des Eigenwertes ist, eine Information, die man für die Entwicklung braucht. Deshalb unterzieht man die Gleichung (3.27) einer mathematischen Transformation, der sogenannten Prüfer-Transformation, die es ermöglicht, die laufende Nummer des Eigenwertes i zu kontrollieren.

3.4.3 Die Prüfer-Transformation

Man kann Gleichung (3.27) leicht verändern und schreiben als

$$\frac{\partial}{\partial \mu_s} [\bar{D}(1 - \mu_s^2)Q'_i] - \Lambda_i \frac{(1 - u^2)^2}{(1 - \mu_s u)^3} \mu_s Q_i = 0, \quad (3.28)$$

wobei mit Q'_i die partielle Ableitung nach μ_s gemeint ist. Diese Gleichung hat die Struktur

$$[p(x)y'(x)]' + q(x)y(x) = 0 \quad (3.29)$$

mit

$$\begin{aligned} y &= Q_i & x &= \mu_s \\ p(x) &= \bar{D}(1 - x^2) \\ q(x) &= -\Lambda_i \frac{(1 - u^2)^2}{(1 - xu)^3} x, \end{aligned} \quad (3.30)$$

da Q_i , nachdem man die Geschwindigkeit einmal festgelegt hat, nur noch von μ_s abhängt. Im offenen Intervall $(-1, 1)$ gilt $p(x) > 0$, und $p'(x)$ und $q(x)$ sind stetig, nach [40] haben nichttriviale Lösungen Q_i also folgende Eigenschaften, die durch die mathematisch harmlosen Singularitäten nicht gefährdet werden:

- Wenn eine Lösung eine Nullstelle μ_{s0} hat, gilt für die Ableitung an dieser Stelle $Q'_i(\mu_{s0}) \neq 0$.

- In jedem geschlossenen Teil-Intervall hat eine Lösung nur endlich viele Nullstellen.
- Haben zwei Lösungen an derselben Stelle eine Nullstelle, so sind die Lösungen bis auf einen konstanten Faktor identisch.
- Bei zwei linear unabhängigen Lösungen liegt zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der einen Lösung (falls so viele vorhanden sind) genau eine Nullstelle der anderen und umgekehrt. Die Nullstellen der Lösungen separieren einander.
- Sollte $q(x) < 0$ auf einem Intervall gelten, so hat keine Lösung mehr als eine Nullstelle in diesem Intervall.

Der letzte Punkt spiegelt sich in dem schon erwähnten exponentiellen Abfall der Funktion im Bereich $\mu_s > 0$ wider, in der die Oszillationen verschwinden.

Die eigentlichen Prüfer-Transformationen [40] für eine Lösung Q_i definieren zwei Funktionen $\Theta(x)$ und $\rho(x)$ für den betrachteten Fall im Schocksystem folgendermaßen:

$$Q_i(\mu_s) = \rho(\mu_s) \sin \Theta(\mu_s) \quad (3.31)$$

$$p(\mu_s)Q_i' = \rho(\mu_s) \cos \Theta(\mu_s), \quad (3.32)$$

mit den Umkehrungen

$$\rho(\mu_s) = + \left[Q_i(\mu_s)^2 + p(\mu_s)Q_i'(\mu_s)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.33)$$

$$\Theta(\mu_s) = \tan^{-1} \left(\frac{Q_i(\mu_s)}{p(\mu_s)Q_i'(\mu_s)} \right), \quad (3.34)$$

mit der Einschränkung, daß für einen beliebigen Punkt a_0 aus dem Intervall gelten soll:

$$-\pi \leq \Theta(a_0) < \pi.$$

Damit ist die Eindeutigkeit der Definition [40] sichergestellt. Daraus erhält man nach etwas Umformen die Differentialgleichungen

$$\Theta'(\mu_s) = \frac{1}{p(\mu_s)} \cos^2 \Theta(\mu_s) + q(\mu_s) \sin^2 \Theta(\mu_s) \quad (3.35)$$

$$\frac{\rho'(\mu_s)}{\rho(\mu_s)} = \{\ln[\rho(\mu_s)]\}' = \left[\frac{1}{p(\mu_s)} - q(\mu_s) \right] \cos \Theta(\mu_s) \sin \Theta(\mu_s) . \quad (3.36)$$

Bei Gleichung (3.35) handelt es sich nur noch um eine Differentialgleichung erster Ordnung für $\Theta(\mu_s)$, die völlig unabhängig von der Funktion $\rho(\mu_s)$ ist. Interessant ist die Transformation deswegen, weil nach Gleichung (3.31) die Lösungsfunktion $Q_i(\mu_s)$ für Werte von $\Theta(\mu_s)$, die ganzzahlige Vielfache von π sind, Nullstellen hat. Genauer gesagt, wenn d_1, d_2, \dots aufeinanderfolgende Nullstellen einer Lösungsfunktion Q_i sind, dann gilt [40] für das zugehörige $\Theta(\mu_s)$ für $k \geq 0$:

$$\Theta(d_{k+1}) = (k+1)\pi \quad (3.37)$$

und für $d_k < x < d_{k+1}$ gilt

$$k\pi < \Theta(x) < (k + 1)\pi. \tag{3.38}$$

Eine Funktion $\Theta(\mu_s)$, die nach den Prüfer-Transformationen (3.31) und (3.32) zu einer Funktion Q_i mit $k = i - 1$ Nullstellen gehört, verläuft also folgendermaßen (siehe Abbildung 3.2): Die Funktion bleibt auf dem ganzen Bereich $-1 \leq \mu_s \leq 1$ unter einer oberen Grenze O von $O = (k + 1)\pi$. Sie nimmt im Bereich $-1 \leq \mu_s < 0$ alle positiven Vielfachen von π , die kleiner sind als O , genau einmal an, und ist in diesem Bereich streng monoton steigend. Zwischen zwei benachbarten π -Vielfachen $l\pi$ und $(l + 1)\pi$ gibt es einen Bereich mit einer geringeren Steigung, die mit zunehmendem l immer schwächer wird, deswegen entsteht das Aussehen einer Treppe. Im Bereich $0 < \mu_s \leq 1$ steigt die Funktion bis kurz unter die obere Grenze, bleibt da, ohne sie zu berühren, um dann auf einem sehr kleinen Bereich, der mit zunehmender Geschwindigkeit immer kleiner wird, sehr schnell, aber stetig und differenzierbar, auf einen Wert von $\Theta(1) = (i - \frac{1}{2})\pi$ abzufallen. Man kann also allein durch Angabe der Randbedingung an der Stelle $\mu_s = 1$ für die Funktion $\Theta_i(\mu_s)$ festlegen, wieviele Nullstellen Q_i hat, und damit genau kontrollieren, welche Eigenfunktion und welchen Eigenwert man erhält.

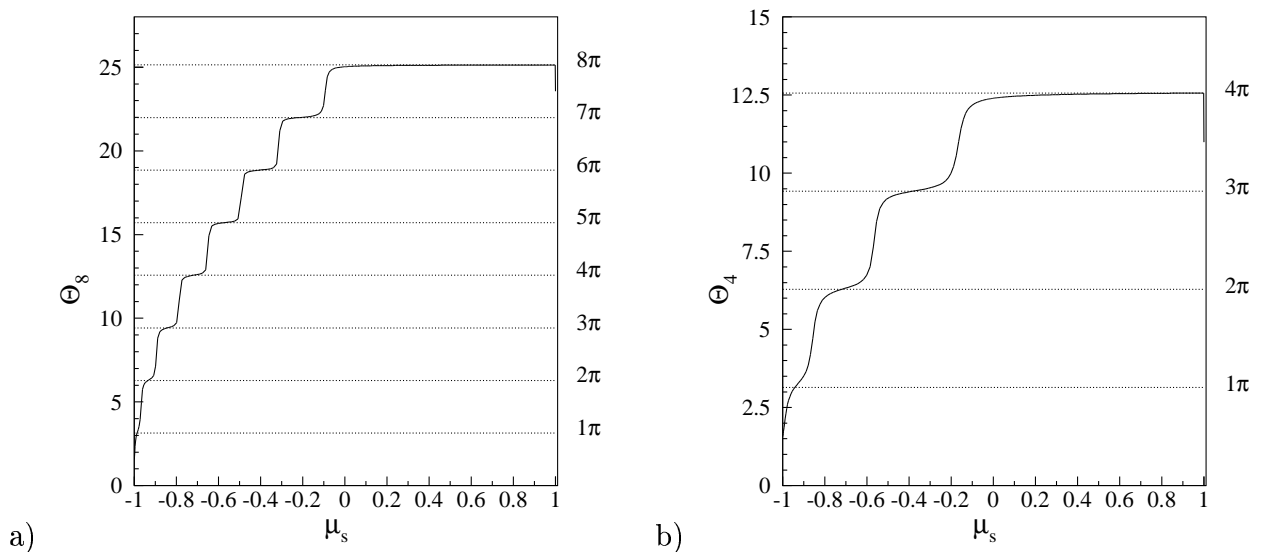


Abbildung 3.2: Funktionen a) Θ_8 und b) Θ_4 für $u_- = .99$ im Stoßsystem.

Die Funktion $\rho(\mu_s)$ kann mit Kenntnis von Θ aus Gleichung (3.36) integriert werden. Sie zeigt einen oszillatorischen Verlauf für negative μ_s und ein exponentielles Verhalten für positive μ_s (Abbildung 3.3).

Prinzipiell kann man aus $\rho(\mu_s)$ und $\Theta(\mu_s)$ auch die Funktion Q_i nach (3.31) konstruieren. Aus numerischen Gründen wird die Prüfer-Transformation allerdings nur für die Ermittlung der Eigenwerte verwendet.

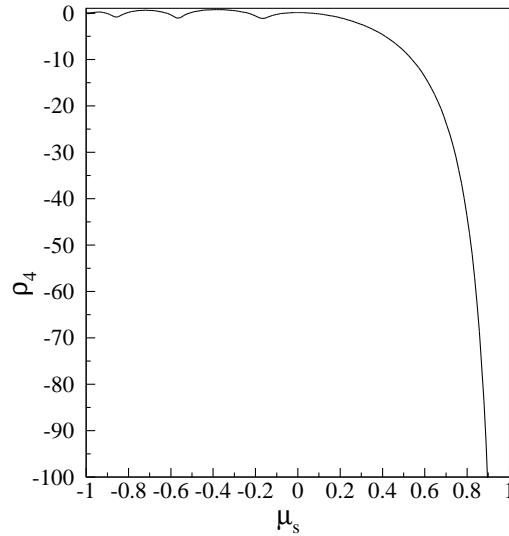


Abbildung 3.3: Die Funktion $\rho_4(\mu_s)$ für ein relativistisches Gas und $u_- = 0.99$.

3.4.4 Die Eigenfunktionen Q_i^\pm

Mit den ermittelten Eigenwerten wurden die Eigenfunktionen bestimmt. Es wurde analog zum Shooting-Verfahren jeweils vom linken und rechten Rand aus den Singularitäten heraus zur Mitte integriert, außerdem wurden einige Transformationsformeln verwendet, um die bei hohen Lorentz-Faktoren sehr „unbequem“ werdenden Eigenfunktionen und Eigenwerte an die Anforderungen des verwendeten Rechners und der numerischen Methode anzupassen. Diese eher technischen Details werden an dieser Stelle ausgelassen, da sie weder von großem physikalischen noch mathematischen Interesse sind. Die Eigenfunktionen zeigen das schon in Abschnitt 3.2 erwähnte Verhalten. Im Stoßsystem unterscheiden sich die Eigenfunktionen zu verschiedenen Lorentz-Faktoren nur unmerklich voneinander, da die Transformation auf das Stoßsystem ja gerade dafür sorgt, daß ein großer Teil der Geschwindigkeitsabhängigkeit verschwindet. Man kann aber hier schon erkennen, daß sich in der Summe der größte Teil der Beiträge der höheren Eigenfunktionen durch die gegenläufigen Oszillationen hinwegheben werden (siehe Abbildung 3.4).

Durch Rücktransformation in die Plasmaruhsysteme S^- und S^+ nach (3.7) erhält man da schon ein anderes Bild: mit zunehmender Geschwindigkeit drängt sich der oszillierende Teil der Q_i s für den Upstream-Bereich immer mehr an $\mu_- = -1$ heran. Ein ähnliches Verhalten ist dann auch für die Winkelverteilungsfunktion, die sich ja aus der Summe der Eigenfunktionen berechnet, zu erwarten. Die Lösungsfunktion im Downstream-Bereich im Downstream-System gesehen, $Q_i^+(u_+)$, verändern sich im ultrarelativistischen Bereich mit zunehmender Stoßgeschwindigkeit nicht sonderlich, da beide verwendeten Zustandsgleichungen die Downstream-Geschwindigkeit für hohe Lorentzfaktoren gegen $u_+ = \frac{1}{3}$ laufen lassen (siehe Abbildung 2.2 und 3.5).

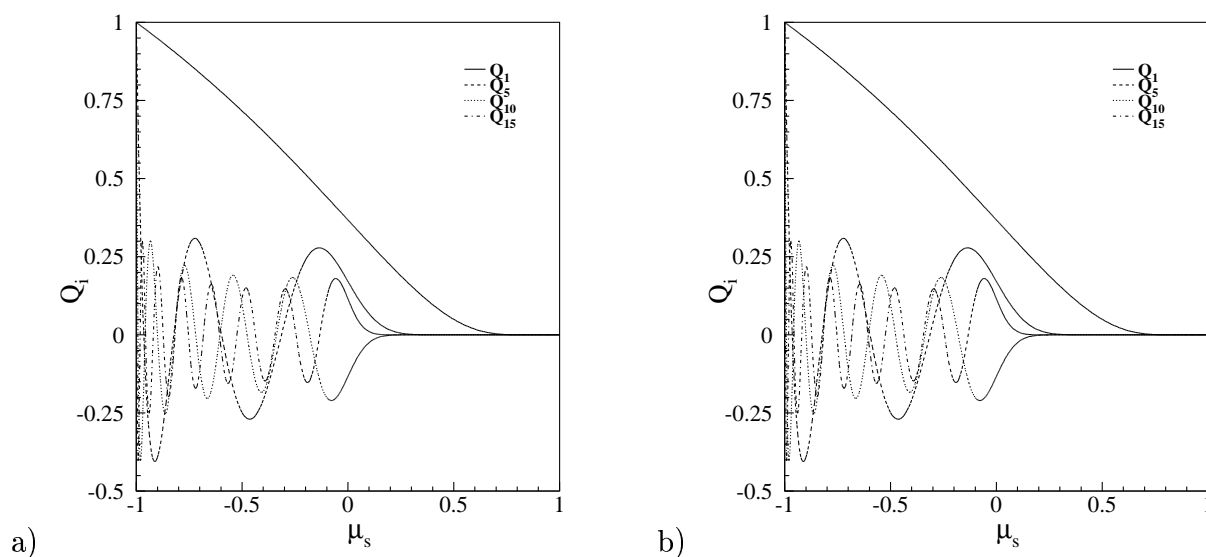


Abbildung 3.4: Jeweils 4 Funktionen Q_i im Stoßsystem für ein relativistisches Gas mit a) $\Gamma_- = 1 \times 10^3$ und b) $\Gamma_- = 22 \times 10^3$.

3.4.5 Bestimmung des Potenzgesetz-Indexes s

Nachdem man die Eigenfunktionen für beide Bereiche ausgerechnet hat, kann man ebenfalls numerisch die Elemente der Matrix \underline{S} bestimmen. Mit einer Intervallschachtelung berechnet man dann denjenigen Index s , der Gleichung (3.23) erfüllt. Dazu überprüft man, ob die Determinante der Matrix \underline{S} im Rahmen der numerischen Genauigkeit null wird, ob $\det \underline{S} = 0$.

Wenn man andererseits die Matrix \underline{S} und den Index s kennt, kann man z.B. mit dem Verfahren der Singular-Value-Decomposition (SVD) bzw. ihrem Gegenstück die Winkelkomponente der Verteilungsfunktion $f(\mu, u, p)$ an der Stoßfront berechnen.

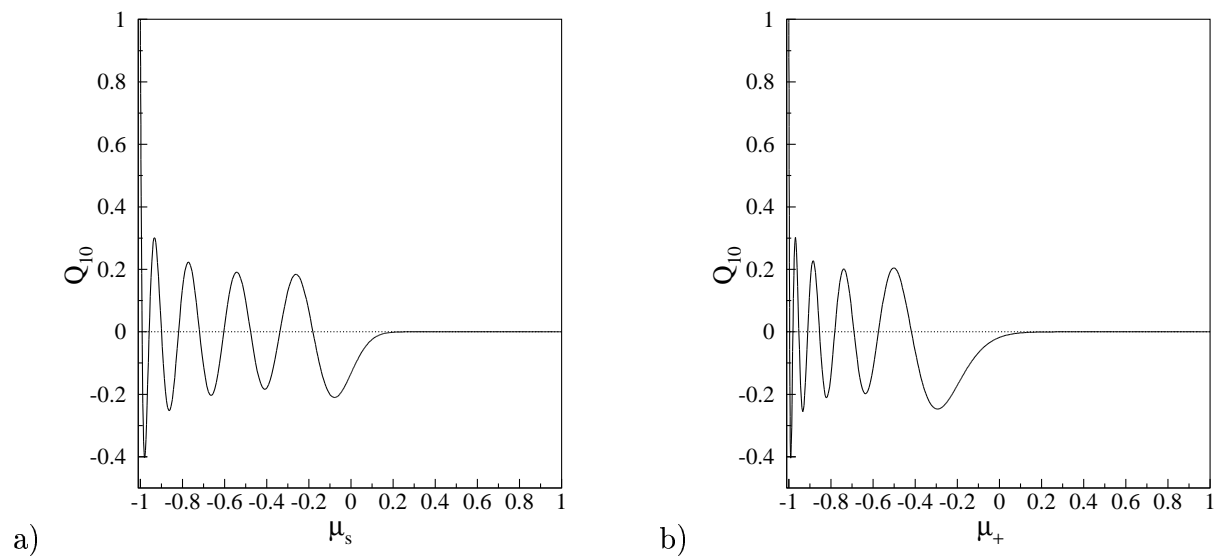


Abbildung 3.5: Q_{10} für $\Gamma_- = 22 \times 10^3$ für ein a) relativistisches Gas im Stoßsystem und b) für ein Gas mit Sygne-Zustandsgleichung im Downstream-System.

3.5 Ergebnis

3.5.1 Überprüfung der Methode

Um die numerische Umsetzung der Methode zu überprüfen, wurde versucht, die mit einer ähnlichen Methode erzielten Ergebnisse für Geschwindigkeiten bis $u_- = .98$ von Kirk und Schneider [83, 88] für beide Zustandsgleichungen zu reproduzieren.

Diese Ergebnisse reichen bis zu einem Lorentzfaktor von etwa $\Gamma \approx 5$ und lassen vermuten, daß der spektrale Index s der Elektronenimpulsverteilung gegen einen bestimmten Wert konvergiert und daß für zunehmende Lorentzfaktoren unterschiedliche Zustandsgleichungen sich immer weniger voneinander unterscheiden lassen, zumindest was ihre Auswirkung auf Teilchenbeschleunigung betrifft. Bis auf geringfügige numerische Schwankungen, die durch die begrenzte Rechengenauigkeit des Computers hervorgerufen wurden, gelang die Reproduzierung wie Abbildung 3.6a zeigt.

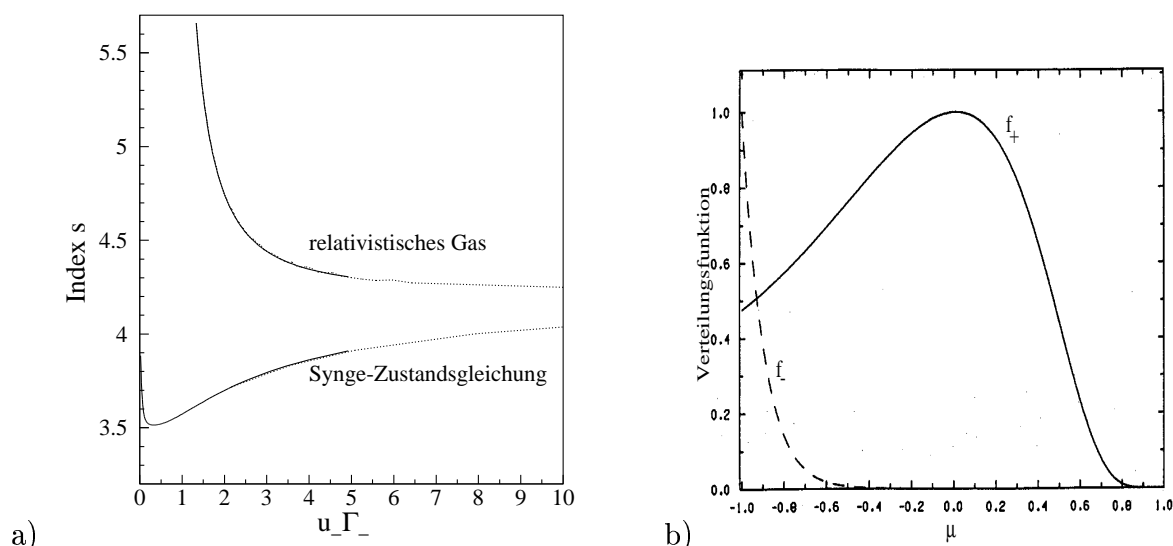


Abbildung 3.6: a) Der Index s , die durchgezogene Linie stellt die älteren Ergebnisse von Kirk und Schneider von 1987 [83] dar, die obere Kurve für die Zustandsgleichung (2.9) für relativistisches Gas, die untere für die Synge-Zustandsgleichung (2.15). b) Die Verteilungsfunktion f für ein relativistisches Gas, $u_- = 0.9$; durchgezogen ist f_+ in S^+ , gestrichelt f_- in S^- , aus [83]

Ebenfalls übereinstimmend sind die mit beiden Methoden berechneten Winkelverteilungsfunktionen für $u_- = .9$ (siehe Abbildung 3.6b).

Die Entwicklung nach Eigenfunktionen mit 20 verwendeten Eigenfunktionen scheint sehr stabil zu sein; ein Unterschied zu 30 verwendeten Eigenfunktionen war nicht zu erkennen, der Unterschied zu 10 verwendeten Eigenfunktionen befindet sich am Rande der numerischen Rechengenauigkeit. Schon für $N = 1$ wurde in allen Fällen eine Genauigkeit von unter 10% für den Index s erreicht.

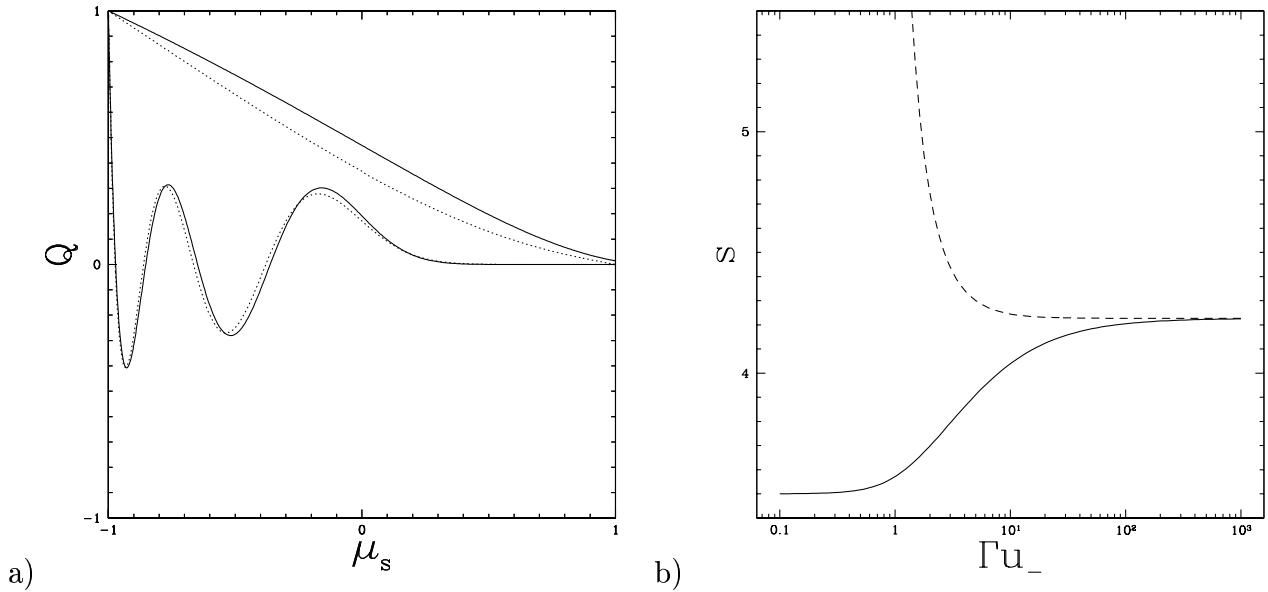


Abbildung 3.7: a) Ein Vergleich der analytisch ermittelten Eigenfunktionen $i = 1, 5$ aus 3.2.1 für $u_- \rightarrow 1$ (gepunktete Linie) mit numerisch ermittelten für $u_- = 0.5$ (durchgezogene Linie) im System der Stoßfront. b) Der Potenzgesetz-Index s in Abhängigkeit von der räumliche Komponente der Vierer-Geschwindigkeit der Stoßfront gemessen im Upstream-System $\Gamma_- u_-$. Durchgezogene Linie: starker Stoß mit adiabatischem Index $\hat{\gamma} = 4/3$. Gestrichelte Linie: Relativistisches Gas up- und downstream. Der asymptotische Wert ist $s = 4.23$. Für a) und b) wurde der isotrope Streuoperator verwendet.

3.5.2 Isotroper Streuoperator

Für den isotropen Streuoperator (siehe 2.65) wurden zwei Zustandsgleichungen unmagnetisierten Plasmas untersucht. Der erste Fall beschreibt ein relativistisches Gas up- und downstream 2.9, der andere ein Gas mit vorgeschriebenem $\hat{\gamma}$ (siehe 2.15).

Für diesen beiden Sprungbedingungen ergibt sich deutlich eine Konvergenz gegen einen Grenzwert von s für $u_- \rightarrow 1$ (siehe Abbildung 3.5.2b). Dieser Wert von

$$s = 4.23 \pm 0.01 \quad (3.39)$$

entspricht dem Index aus der analytischen Näherung aus Gleichung (3.26); die Fehler stammen aus Abschätzung der numerischen Fehler und dem Abbruch der Reihenentwicklung.

Zugehörige Winkelverteilungsfunktionen sind in Abbildung 3.5.2 dargestellt für unterschiedlich Stoßgeschwindigkeiten. Im nichtrelativistischen Fall ist die Verteilung näherungsweise isotrop (eine fast horizontale Linie). Mit zunehmender Geschwindigkeit der Stoßfront „verliert“ die Verteilungsfunktion ihre Isotropie mehr und mehr.

Das liegt daran, daß die Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen aus dem Downstream-Bereich wieder in den Upstream-Bereich kommen, von ihrem Richtungswinkel abhängt – nur Teilchen, die in einen kleinen Kegel um die Stoßnormalenrichtung gestreut werden, können

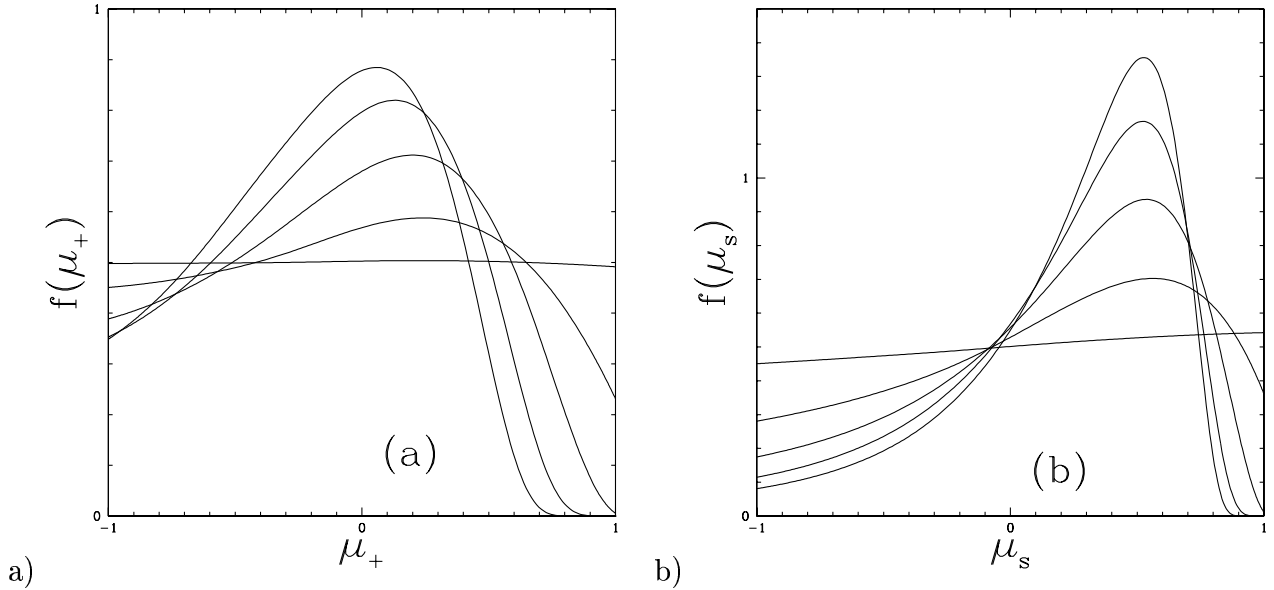


Abbildung 3.8: Winkelverteilungsfunktionen für isotropen Streuoperator und Syng-Zustandsgleichung downstream (a) aus der Sicht des Downstream-Systems und (b) aus der der Stoßfront. Durchgezogen sind die Verteilungen für verschiedene Upstream-Geschwindigkeiten mit $\Gamma_- u_- = 0.1, 0.5, 1, 2, 10$ dargestellt. Die gepunktete Linie in (b) zeigt die analytische Näherung. Je höher der Peak, desto höher die Geschwindigkeit.

die Stoßfront wieder einholen. Upstream haben diese dann nur weniger als eine Gyroperiode, bis sie wieder eingefangen werden, sie können in dieser Zeit ihre Richtung nicht stark durch Streuung verändern.

Es werden bevorzugt Teilchen mit $\mu_s \lesssim 0.6$ von der Stoßfront eingefangen, dies sorgt dafür, daß der Energiegewinn der Teilchen nach dem ersten Reflektionszyklus moderat bleibt, da dann keine isotrope Verteilung mehr existiert – die Teilchen können nicht schnell genug gestreut werden, um Isotropie herzustellen, bevor sie wieder auf die Stoßfront treffen.

Im Fall isotroper Streuung wurde die Winkelverteilungsfunktion gut von der analytischen Approximation dargestellt ab etwa $u_- > 0.5$, im Stoßfrontensystem kann sie geschrieben werden als

$$f_s \propto (1 - \mu_s u_-)^{-s} \exp\left(-\frac{1 + \mu_s}{1 - u_- \mu_s}\right). \quad (3.40)$$

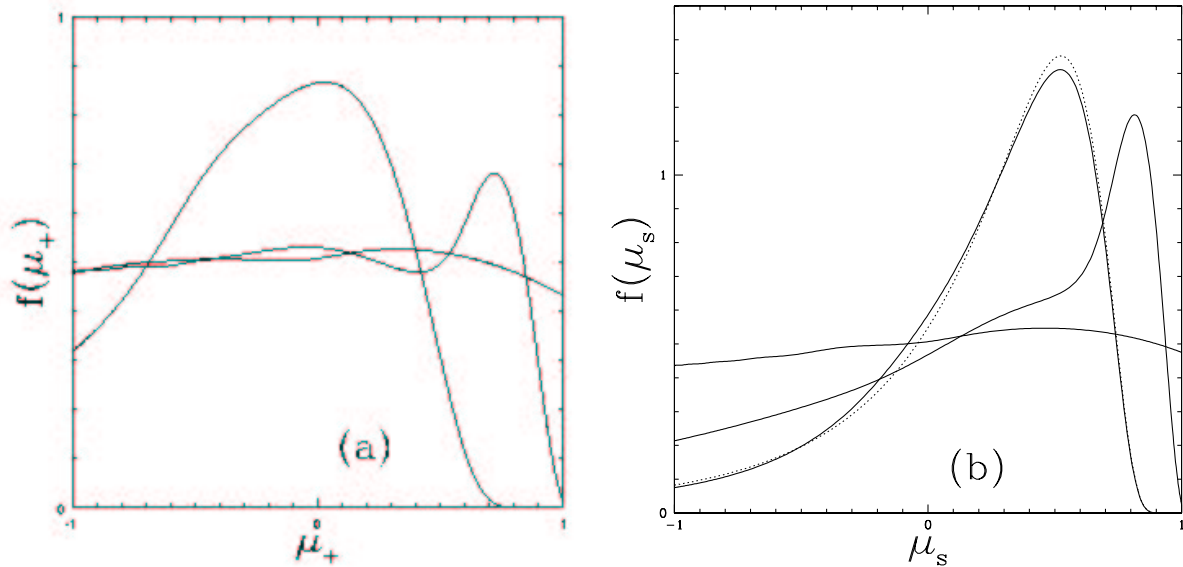


Abbildung 3.9: Winkelverteilungsfunktion für anisotropen Diffusionoperator mit $l_{par}/l_{ort} = 0.1$, gesehen a) im Downstream-System und b) im Stoßsystem. $\Gamma_- u_-$ nimmt Werte von 0.1, 1, 10 an, der maximale Wert von f wächst monoton mit u_- . Für $\Gamma_- u_- > 10$ gibt es keine erkennbare Veränderung von f mehr.

3.5.3 Anisotroper Streuoperator

Hier wurde der anisotrope Streuoperator (Gleichung 2.70) verwendet. In Abbildung 3.9 sind Winkelverteilungsfunktionen für $l_{||}/l_{\perp} = 0.1$ mit verschiedenen Geschwindigkeiten für eine starke Stoßfront mit Jüttner/Syngge-Zustandsgleichung abgebildet. Dieser Operator läßt Teilchen mit kleinem μ schnell diffundieren, was sich besonders bei mittleren Geschwindigkeitsbereichen auswirkt; Teilchen diffundieren bevorzugt in Richtung der Stoßfrontnormalen, anstatt entlang der Stoßebeane. Pro Reflektionszyklus erhöht sich dadurch der durchschnittliche Energiegewinn, dafür erhöht sich Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen im Downstream-Bereich verschwinden. Dies äußert sich in einem härteren Spektrum (Abbildung 3.10). Der Unterschied in s ist am größten für mittlere Werte $\Gamma_- u_-$, geht aber auch dann über 0.06 nicht hinaus. Im Grenzfall hoher u_- bleibt ein kleiner, aber bemerkbarer Unterschied von etwa 0.02. Obwohl dieser Streuoperator zur Beschreibung des Upstream-Mediums nicht besonders gut geeignet ist, macht seine Benutzung dort keinen großen Unterschied, da im Upstream-System die Winkelverteilung sich nur über den äußerst kleinen Bereich $-1 \leq \mu_- < -u_-$ erstreckt.

Auch bei sehr großen Stoßgeschwindigkeiten bleibt die Verteilungsfunktion deutlich verschieden von der Approximation, bei anisotropen Medien reicht die erste Eigenfunktion als Näherung selbst in diesem Fall also nicht aus.

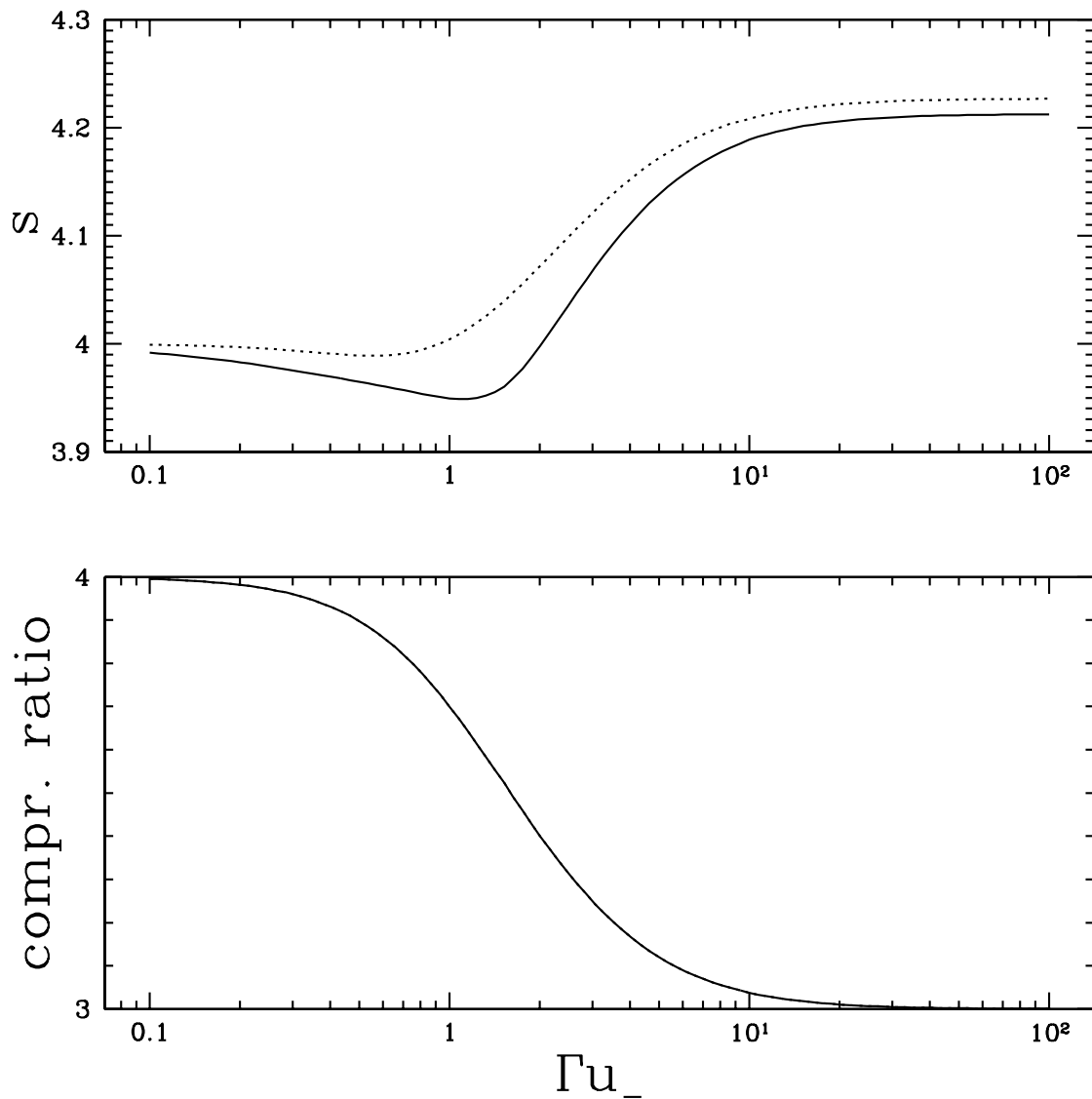


Abbildung 3.10: Der Potenzgesetz-Index s für anisotrope Streuung bei starkem Stoß wird durchgezogen gezeigt. Zum Vergleich der isotrope Wert gepunktet. Die untere Kurve zeigt die Kompressionsrate der Stoßfront, die für den Grenzfall $u_- \rightarrow 1$ gegen 3 läuft, wie bei jedem hydrodynamischen Stoß.

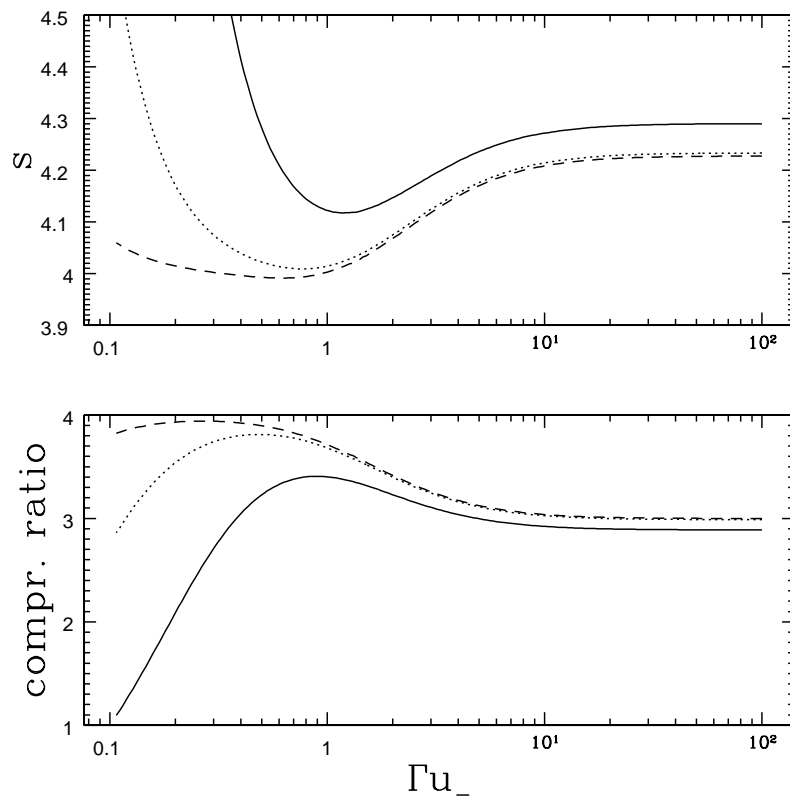


Abbildung 3.11: Oben: Der Index s für magnetisiertes Plasma bei einem starken Stoß. Durchgezogene Linie: $\sigma = 10^{-2}$, gepunktete: $\sigma = 10^{-3}$ und gestrichelte: $\sigma = 10^{-4}$. Unten: Die zugehörigen Kompressionsraten.

3.5.4 Magnetisiertes Plasma

Die Abbildung 3.5.4 zeigt den Index s für ein Plasma mit dynamisch wichtigen Magnetfeld mit einer Jüttner/Synge-Zustandsgleichung für einen starken Stoß, siehe 2.1.3. Upstream ist das Plasma kalt, es gilt $c_s = 0$. Damit ergibt sich aus Gleichung (2.32)

$$M_f = u_- \sqrt{\frac{1 + \sigma}{\sigma}} .$$

Das Magnetfeld ist rechtwinklig zur Stoßnormalen und verändert die Sprungbedingungen an der Stoßfront, die Kompressionsrate wird im Allgemeinen durch ein Magnetfeld verringert. Dadurch wird s größer als im unmagnetisierten Plasma [5].

Das hier betrachtete magnetisierte Plasma hat eine sehr einfache Struktur, ohne Streuung über Magnetfeldlinien hinweg wäre speziell in diesem Fall keine Fermi-Beschleunigung möglich, da die Stoßfront auf jeden Fall superluminal ist, selbst für langsame Stoßfronten.

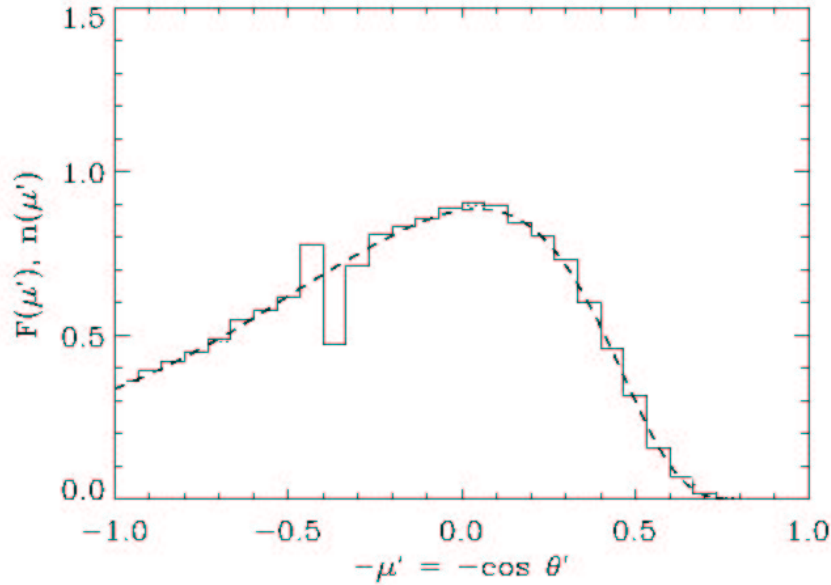


Abbildung 3.12: Vergleich der Asymptotischen Winkelverteilungen im Downstream-System, isotroper Streuoperator. Durchgezogene Linie: mit der Monte-Carlo Methode berechnete Winkelverteilung, gestrichelte Linie: mit der „ Q_i “-Methode errechnet. Aus [67].

3.5.5 Vergleich mit anderen Ergebnissen

Eine andere Methode, die Teilchenbeschleunigung an relativistischen Stoßfronten im ultrarelativistischen Limit $u_- \rightarrow 1$ zu behandeln, benutzt einen komplett numerischen Ansatz mit Monte-Carlo Simulationen. Die damit errechnete Winkelverteilung ist zum Vergleich in Abbildung 3.5.5 zu sehen [2]. Die Ergebnisse stimmen hervorragend überein. Der mit dieser Methode bestimmte Index s für isotrope Streuung liegt ebenfalls bei $s = 4.23$. Eine etwas andere Variante von MC-Simulationen, die ein geordnetes Magnetfeld mit Fluktuationen mit Lorentzfaktoren bis einige hundert behandelt, ergab einen Index $s \approx 4.2$ [9].

3.5.6 Vergleich mit Beobachtungen

Eine Elektronenverteilung $N \propto \gamma_e^{-p}$ mit einem Potenzgesetzindex $p = 2 - s = 2.23$ hinterläßt ihre Spuren in einem Synchrotronspektrum (siehe 1.4.4), das dann ebenfalls ein Potenzgesetz-Verhalten zeigt mit $\alpha = 0.62$ für langsame Kühlung und $\alpha = 1.12$ für schnell kühlende Elektronen.

Gamma-Ray Bursts mit Plasma-Lorentzfaktoren von 100 oder mehr sind gute Kandidaten, um nach Hinweisen auf ultrarelativistische Teilchenbeschleunigung zu suchen. Wie Abbildung 3.13 zeigt, gibt es eine Häufung von GRB-Spektra, deren Hochenergie-Spektrum mit $\alpha \approx 1.1$ dem eines Synchrotronspektrums mit $s = 4.23$ und schneller Kühlung entsprechen [135]. Auch in Afterglows werden häufig Spektra gefunden, die einem Elektronenindex von $p = 2.2 - 2.5$ entsprechen [65]; so zeigt z.B. der Afterglow

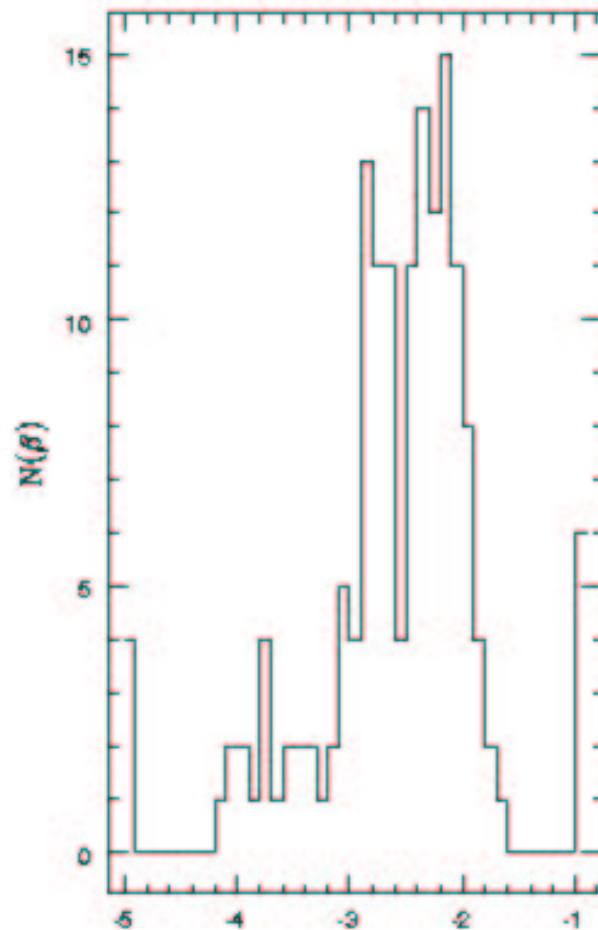


Abbildung 3.13: Die Verteilung des Hochenergie-Spektralindex von Gamma-Ray Bursts. Aufgetragen ist die Anzahl der gemessenen Burst bei einem bestimmten $\beta = -(\alpha + 1)$. Aus [135].

des GRB970508 teilweise ein $\alpha = 1.12$ [60]. Aus den Afterglows von GRB970402 und GRB970228 ließ sich ebenfalls auf eine Elektronenverteilung mit $s \approx 4.23$ schließen [166]. Bei eigentlichen Bursts durch interne Stoßfronten muß allerdings darauf geachtet werden, daß sich die relativen Lorentzfaktoren der Stoßfronten eher im Bereich von 10 als 10^2 befinden und deswegen im noch nicht konvergierenden Bereich liegen können (siehe Abbildung 3.5.2). Desweiteren kann je nach innerer Maschine ein starkes Magnetfeld vorhanden sein.

Auch im Spektrum des Krebsnebels (der den Krebs-Pulsar umgibt), der eine ultrarelativistische Stoßfront aufweist, wurde in mehreren Frequenzbereichen ein Spektraler Index von etwa $\alpha = 1.1$ gefunden [82].

Die Übereinstimmung der Beobachtungen mit der Theorie im einfachen Testteilchenbild mag etwas überraschen, da sich im Falle der nichtrelativistischen Fermibesleunigung die Beobachtungen von der einfachen Theorie unterscheiden.

3.6 Diskussion und Ausblick

Die hier vorgestellte semi-analytische Methode zur Bestimmung der Verteilungen von an relativistischen Stoßfronten durch einen Fermi-Prozeß beschleunigten Teilchen liefert asymptotisch ein „universelles“ Spektrum, das von der Art der Streuung der Teilchen kaum abhängt. Die Anwesenheit eines dynamisch bemerkbaren Magnetfeldes kann den Index des Spektrums der Impulsverteilung merklich beeinflussen.

Die Ergebnisse stimmen hervorragend mit Monte-Carlo Simulationen überein. Einige Beobachtungen von Objekten, die mit ultrarelativistischen Stoßfronten in Verbindung gebracht werden, lassen vermuten, daß der hier beschriebene Teilchenbeschleunigungsprozeß zum Einsatz kommt.

Die Vorteile der Methode sind, daß sie mit nicht allzu großer Rechnerleistung schnell und für einen beliebigen Bereich von Stoßfrontengeschwindigkeiten die Teilchenverteilungsfunktion bestimmen kann. Sie kann außerdem beliebige Streuoperatoren behandeln und auf eine Vielzahl magnetohydrodynamischer Modelle angewendet werden.

Man sollte in der Zukunft in der Lage sein, diese Theorie anzuwenden auf die entsprechenden Quellen von nicht-thermischer Strahlung, die relativistisches Verhalten zeigen wie Gamma-Ray Bursts, Pulsarwinde oder Blazare. Diese könnten aufgrund ihrer hohen Leuchtkraft auch Quellen von UHECR (Ultra-High Energy Cosmic Rays) sein, also extrem hochenergetischer kosmischer Strahlung, die auch ein nicht-thermisches Spektrum aufweist. Das Verständnis des Beschleunigungsprozesses kann helfen, einen tieferen Einblick in die in diesen Objekten herrschenden physikalischen Bedingungen zu erhalten. Die hier entwickelte Methode kann auch helfen, die Beschreibung des Teilchentransports in Simulationen relativistischer Flüssigkeiten zu verbessern.

Die hier gemachten Annahmen über die Art der Streuung, die zum Überqueren von Magnetfeldlinien führen soll, sind eher allgemeiner Natur. Es ist deswegen von Interesse, mehr darüber in Erfahrung zu bringen, welche Art von Turbulenzen und Instabilitäten als Streuzentren in Frage kommen und ob sie wie im nichtrelativistischen Fall von den beschleunigten Teilchen selbst erzeugt werden können. Dahinein spielt, daß die Erzeugung magnetischer Felder an Stoßfronten noch nicht sehr gut verstanden ist.

Kapitel 4

Zusammenfassung

Motiviert durch Beobachtungen von Gamma-Ray Bursts wird in dieser Arbeit die Fermi-beschleunigung von Teilchen an relativistischen Stoßfronten untersucht. Gamma-Ray Bursts sind kurzlebige Ausbrüche von Gamma-Strahlung mit typischen Spektren bis in den MeV-Bereich, die bis zu einigen 100 Sekunden dauern können. Sie zeichnen sich durch zum Teil hochvariable Lichtkurven aus, die auf einer Zeitskala von bis zu Millisekunden veränderlich sein können, was auf eine kompakte Quelle hindeutet. Man unterscheidet kurze ($t < 2s$) und lange Gamma-ray Bursts ($t > 2s$).

GRBs sind isotrop und inhomogen am Himmel verteilt. Vorgängerobjekte wurden noch nicht beobachtet, aber gelegentlich tauchen nach einem langen Burst an derselben Stelle vergängliche Quellen in niederfrequenten Bereichen auf, deren Lebensdauer die der eigentlichen Gamma-Ray Bursts deutlich übersteigt — sogenannte Afterglows. Aus diesen lassen sich Entfernungsbestimmungen für GRBs vornehmen, die auf Rotverschiebungen zwischen $z = 0.0085$ und $z = 4.5$ hindeuten, mit einem Mittel bei $z \approx 1.1$. Damit sind Gamma-Ray Bursts mit einer isotropen Gesamtenergie von typisch 10^{51} erg bis hin zu bisher maximal beobachteten 3×10^{54} erg die elektromagnetisch leuchtstärksten Objekte im Universum. In den Verläufen einiger Lichtkurven von Afterglows finden sich Hinweise, daß GRBs nicht isotroper, sondern strahlförmiger Struktur sind, dies würde eine niedrigere Gesamtenergie bedeuten. Für kurze Ausbrüche konnten noch keine Afterglows identifiziert werden. Eine zeitgleiche Entdeckung einer Supernova im Fehlerbereich einer GRB-Lokalisierung nährt und erhärtet den Verdacht, daß es eine Verbindung zwischen GRBs und besonders großen Supernovae gibt. Aber auch die Verschmelzung kompakter Objekte zu schwarzen Löchern als Quellen von GRBs sind, neben anderen, zum Teil exotischeren Modellen, im Gespräch.

Die Theorie beschreibt GRBs durch ein Feuerball-Modell aus internen und externen Stoßfronten. Dabei sendet eine „innere Maschine“ einen relativistischen Plasmastrom aus, in dem sich Stoßfronten ausbilden, die eine nicht-thermische Teilchenpopulation beschleunigen, die dann Synchrotron- und Inverse Compton-Strahlung abgibt. Danach pflügt der Plasmastrom durch das den Ausbruch umgebende Medium und bildet eine

externe Stoßfront aus, deren Abstrahlung den Afterglow ergibt. Die typischen Lorentzfaktoren für Plasmaströme in GRBs werden mit 100 oder mehr angegeben, sonst könnten GRBs wegen des Kompaktheitsproblems keine nicht-thermische Strahlung abgeben.

Die Beschleunigung geladener Teilchen an derartigen Stoßfronten kann durch einen Fermi-Prozeß erfolgen. Dabei werden Teilchen immer wieder an magnetischen Irregularitäten so gestreut, daß sie die Stoßfront mehrmals überqueren. Bei jeder Überquerung können sie an Energie gewinnen. Im Gegensatz zum nichtrelativistischen Fall reicht hierbei aber die Zeit bis zur nächsten Überquerung der Stoßfront nicht, um die Winkelverteilung einer Teilchenpopulation durch Streuung zu isotropisieren, insbesondere im Upstream-Bereich bleibt den Teilchen nur weniger als eine Gyroperiode, bis sie wieder von der Stoßfront eingefangen werden. Dadurch ergibt sich eine anisotrope Winkelverteilung aus Teilchen, die noch in der Lage sind, die Stoßfront zu überqueren. Dieses verringert den richtungsabhängigen Energiegewinn pro Überquerung von $\approx \Gamma^2$ bei der ersten Überquerung als isotrope Verteilung auf einen Faktor von etwa 2 für spätere.

Die zu diesem Problem gehörende Differentialgleichung wurde aufgestellt und unter Verwendung einer Prüfer-Transformation semi-analytisch für den stationären Fall gelöst. Die Lösung besteht aus einer Entwicklung nach Eigenfunktionen und läßt sich in winkelabhängige und impulsabhängige Komponenten separieren.

Für die Impuls-Komponente der Verteilungsfunktion f der beschleunigten Teilchen ergibt sich ein Potenzgesetz $f \propto p^{-s}$. Dieser Index kann mit der hier vorgestellten Methode für beliebige Lorentzfaktoren bestimmt werden und im asymptotischen Falle $\Gamma \rightarrow \infty$ beträgt er für isotrope Streuung $s = 4.23 \pm 0.01$. Dieser Wert ist unabhängig von den hydrodynamischen Randbedingungen, da im ultrarelativistischen Limit die Kompressionsrate für alle Zustandsgleichungen gegen 3 konvergiert.

Falls die Streuung anisotrop vor sich geht, weil z.B. unterschiedliche Korrelationslängen des magnetischen Feldes existieren, ergibt sich eine relativ kleine Veränderung dieses Index. Die Winkelverteilungsfunktion ist in beiden Fällen wie erwartet hochgradig anisotrop; während sie für isotrope Streuung jedoch noch gut durch die analytische Näherung der 1. Eigenfunktion dargestellt werden kann, müssen für anisotrope Streuoperatoren mehr Eigenfunktionen in die Entwicklung aufgenommen werden.

Der „universelle“ Index der Impulskomponente läßt sich durch ein dynamisch wichtiges magnetisches Feld verändern. In diesem Fall wird die Stoßfront weicher und dadurch das betrachtete Potenzgesetz steiler, s nimmt abhängig vom Magnetisierungsparameter σ zu.

Vergleich mit Monte-Carlo Ansätzen zur Lösung dieses Problems ergibt vergleichbare bis identische Werte für s und die Winkelverteilung für verschiedene physikalische Situationen.

In einer Reihe von beobachteten astronomischen Objekten, die mittel- bis hochrelativistische Plasmaströmungen aufweisen, sind Spektren gemessen worden, die in Bereichen

Potenzgesetzen gehorchen. Diese lassen sich mittels Synchrotron- bzw. IC-Theorie auf eine Elektronenverteilung zurückrechnen, die ebenfalls einem Potenzgesetz gehorcht. In einigen Gamma-Ray Bursts und Afterglows sowie dem Pulsarwind des Krebs-Nebels sind Indizien für einen Elektronenindex von $s = 4.23$ bestimmt worden.

Anhang A

Ergänzung zur Synchrotronstrahlung

Eine genauere Analyse des Synchrotron-Spektrums eines Elektrons nach [107, 80] ergibt mit den Bezeichnungen wie in 1.4.4 für den spezifischen Emissionskoeffizienten

$$j_s(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \alpha}{m_e c^2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right), \quad (\text{A.1})$$

dieser ist in Abbildung A.1 dargestellt. Hierbei ist $F(x)$ definiert als

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(y) dy \quad (\text{A.2})$$

und $K_{5/3}$ die modifizierte Bessel-Funktion der Ordnung $5/3$. Asymptotisch läßt sich $F(x)$ darstellen als

$$\text{für } x \ll 1 : \quad F(x) \approx \frac{4\pi}{3^{1/2} 2^{1/3} \Gamma(1/3)} x^{1/3} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{für } x \gg 1 : \quad F(x) \approx \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp(-x) x^{1/2} \quad (\text{A.4})$$

$$(\text{A.5})$$

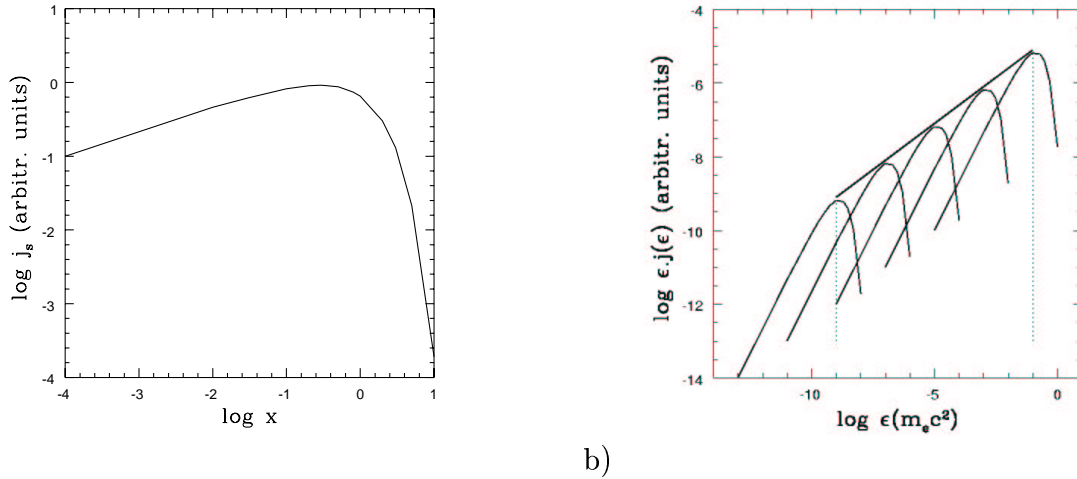
mit einem Maximum bei $x \approx 0.29$, $\Gamma(x)$ ist die Riemann'sche Gamma-Funktion.

Man kann qualitativ an Abbildung A.1b erkennen, daß sich durch eine Überlagerung der Synchrotronemissivitäten einer Potenz-Gesetz-Verteilung von Elektronen wieder ein Potenzgesetz ergibt. Eine quantitative Abschätzung dazu kann durchgeführt werden [107] mit der Annahme, $j_s(\nu)$ lasse sich schreiben als

$$j_s = A \epsilon_0 \delta(\epsilon - \epsilon_0) , \quad (\text{A.6})$$

wobei ϵ der Energie eines abgestrahlten Photons entspricht und ϵ_0 die Energie ist, bei der das Elektron in dieser δ -Näherung strahlt. A ist ein Normierungskoeffizient, der so gewählt wird, die gesamte abgestrahlte Leistung mit diesem j_s der Gleichung (1.32) genügt. Für ϵ_0 sei nun angenommen,

$$\frac{\epsilon_0}{m_e c^2} = b \gamma_e^2 , \quad (\text{A.7})$$



a)

b)

Abbildung A.1: a) Die Synchrotron-Emissivität eines einzelnen Elektrons über $x = \nu/\nu_{cr}$ mit dem Maximum bei $0.29 \nu_{cr}$. b) Entstehung eines Potenzgesetz-Spektrums aus der Einhüllenden einer Überlagerung von Elektronen mit $N(\gamma_e) \propto \gamma_e^p$. Doppeltlogarithmische Darstellung, aus [107].

wobei $B = B/B_c$ mit $B_c = m^2 c^3 / (e\hbar)$. B_c wird auch das kritische Magnetfeld genannt. Möge nun eine Elektronendistribution der Form $N_\epsilon(\gamma_e) = K_\epsilon \gamma_e^{-p}$ zwischen $\gamma_{min} \leq \gamma_e \leq \gamma_{max}$ gegeben sein. Die Faltung der dieser Verteilung mit der Emissivität ergibt

$$j(\epsilon) = \int_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} d\gamma_e j_s(\epsilon, \gamma_e) N_\epsilon(\gamma_e) = \int_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} d\gamma_e A \epsilon_0 \delta(\epsilon - \epsilon_0) K_\epsilon \gamma_e^{-p} . \quad (\text{A.8})$$

Mit Gleichung (A.7) läßt sich das Auflösen zu

$$j_s \propto \epsilon^{-\frac{p-1}{2}} . \quad (\text{A.9})$$

Sei weiter S_L ein Laborsystem, in dem ein Elektron nach Gleichung (1.29) Gyrationenbewegungen um eine Magnetfeldlinie vornimmt. Sei weiterhin S_0 ein (instantanes) Ruhssystem des Elektrons, indem dieses ein isotropes elektrisches Feld hat. Für $\gamma_e \gg 1$ mit der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} gilt für die Abstrahlung in S_L nach [87] (siehe Abbildung A.2):

- Die kugelförmige Emission in S_0 wird in einen Vorwärtskegel mit Halbwinkel $\approx (1/\gamma_e)$ um die Richtung von \mathbf{v} transformiert, mit Ausnahme eines Teils der Größenordnung $(1/\gamma_e)$ um die Richtung von $-\mathbf{v}$.
- Bis auf einen Bruchteil von $1/\gamma_e$ wird die gesamte Strahlungsleistung in S_L in einen Vorwärtskegel mit einem Halbwinkel von $\approx (1/\gamma_e)$ um die Richtung von \mathbf{v} abgestrahlt.

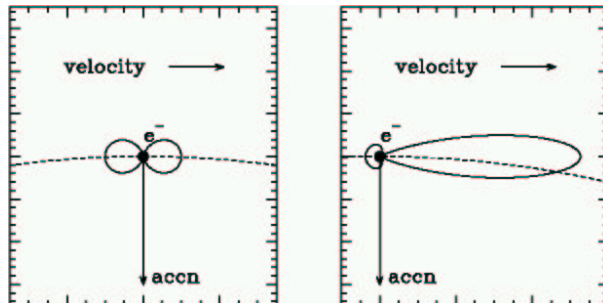


Abbildung A.2: Verzerrung der Synchrotronstrahlung durch relativistische Bewegung. Links das klassische Cyclotron-Strahlungsfeld. Rechts bei relativistischer Bewegung des Elektrons. Der Vorwärtskegel hat einen Öffnungswinkel von etwa $1/\gamma_e$. Von [176].

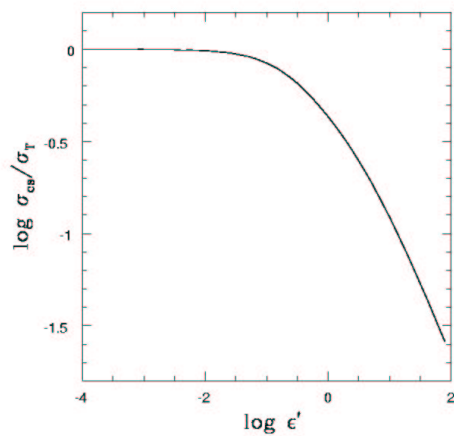


Abbildung A.3: Der Klein-Nishina Wechselwirkungsquerschnitt σ_{KN} für Compton-Wechselwirkung in Einheiten von σ_T logarithmisch dargestellt, mit $\epsilon' = \epsilon_{IC}$ wie in Gleichung (1.38) definiert.

Literaturverzeichnis

- [1] Abramowitz, M., Stegun, I.A.; 1972, *Handbook of Mathematical Functions*, Washington DC: National Bureau of Standards
- [2] Achterberg, A., Gallant, Y.A., Kirk, J.G. & Guthmann, A.W.; 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **328**, 393
- [3] Akerlof, C. et al.; 1999, *Nature*, **398**, 400
- [4] Andersen, M.I. et al.; 2000, *Astronomy & Astrophysics*, **364**, L54
- [5] Ballard, K.R. & Heavens, A.F.; 1991, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **251**, 438
- [6] Band, D.L., Matteson, J. et al.; 1993, *The Astrophysical Journal*, **413**, 281
- [7] Band, D.L., Ryder, S. et al.; 1996, *The Astrophysical Journal*, **458**, 746
- [8] Die BATSE Homepage <http://www.batse.msfc.nasa.gov/>
- [9] Bednarz, J. & Ostrowski, M.; *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 3911
- [10] Begelman, M.C. & Kirk, J.G.; 1990, *The Astrophysical Journal*, **353**, 66
- [11] Belli, B.M.; 1999, *Astronomy & Astrophysics Supplement Series*, **138**, 415
- [12] Bhat, P.N., Fishman, G.J. et al.; 1992, *Nature*, **359**, 217
- [13] Blackman, E.G. & Yi, I.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **498**, L31
- [14] Blandford, R.D. & McKee, C.F.; 1976, *Phys. Fluids*, **19**, 1130-1138
- [15] Blandford, R.D. & Rees, M.J.; 1978, *Physica Scripta*, **17**, 265
- [16] Bloom, J.S. et al.; 1999, *Nature*, **401**, 453
- [17] Bloom, J.S., Kulkarni, S.R. & Djorgovski, S.G.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **554**, 678
- [18] Brainerd, J.J.; 1992, *Nature*, **355**, 522

- [19] Bremer, M. et al.; 1998, *Astronomy & Astrophysics*, **332**, L13
- [20] Briggs, M.S: et al.; 1996, *The Astrophysical Journal*, **459**, 40
- [21] Castro-Tirado, A. et al.; 1998, *Science*, **279**, 1011
- [22] Castro-Tirado, A. et al.; 1999, *Science*, **283**, 2069
- [23] Castro-Tirado et al., *GCN Circular* **605**
- [24] Cohen, E. et al.; 1997, *The Astrophysical Journal*, **488**, 330
- [25] Cline, T.L., Desai, U.D., Klebesadel, R.W. & Strong, I.B.; 1973, *The Astrophysical Journal*, **185**, L1
- [26] Costa, E. et al., 1997, *Nature*, **387**, 738
- [27] Covino, S. et al.; 1999, *Astronomy & Astrophysics*, **348**, L1
- [28] Dermer, C.D. & Chiang, J.; 1998, *New Astronomy*, **3**, 157
- [29] Dermer, C.D. & Mitman, K.E.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **513**, L5
- [30] Dermer, C.D.; 1999, *Astronomy & Astrophysics Supplement Series*, **138**, 519
- [31] Dermer, C.D., Böttcher, M. & Chiang, J.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **515**, L49
- [32] Dickinson, H. & Tamarkin, P., *Proceedings of the IEEE 53 December 1965*, pp. 1921-1934
- [33] Djorgovski, S.G. 1999, *ITP Conf*
- [34] Djogovski, S.G. et al., *GCN Circular* **137**
- [35] Djogovski, S.G. et al., *GCN Circular* **189**
- [36] Djogovski, S.G. et al., *GCN Circular* **251**
- [37] Djogovski S.G. et al., *GCN Circular* **289**
- [38] Djogovski, S.G. et al., *GCN Circular***481**
- [39] Drury, L. O'C, Markiewicz, W.J. & Voelk, H.J.; 1989, *Astronomy & Astrophysics*, **225**, 179
- [40] Eastham, M.S.P.; 1979, *Theory of ordinary differential equations*, The New University Mathematics Series, Van Nostrand Reinhold Company
- [41] Eichler, D. et al.; 1989, *Nature*, **340**, 126

- [42] Ellison, D.C., et al.; 1994, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **106**, 780-797
- [43] Esin, A.A. & Blandford, R.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **534**, L151
- [44] Fenimore, E.E. et al.; 1988, *The Astrophysical Journal*, **335**, L71
- [45] Fenimore, E.E., Madras, C.D. & Nayakchin, S.; 1996, *The Astrophysical Journal*, **473**, 998
- [46] Fermi, E.; 1949, *Phys. Rev. letters*, **75**, 1169, auch 1965, *Collected Papers Vol II*, S, 656, University of Chicago, Chigaco
- [47] Feroci, M. & Frontera, F.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **515**, L9
- [48] Fishman, G.J., Meegan, C.A. et al.; 1993, *Astronomy & Astrophysics Supplement Series*, **97**, 17
- [49] Fishman, G.J. & Meegan, C.A.; 1995, *ARA&A*, **33**, 415
- [50] Ford, L.A. et al.; 1995, *The Astrophysical Journal*, **439**, 307
- [51] Frail, D.A. et al.; 1997, *Nature*, **389**, 261
- [52] Frail, D.A. et al; 2001, *The Astrophysical Journal*, **562**, 654
- [53] Freeman, P.E., Graziani, C. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **524**, 753
- [54] Fruchter, A.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **512**, L1
- [55] Fruchter, A. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **519**, L13
- [56] Fruchter, A. et al.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **545**, 664
- [57] Fruchter, A., Krolik, J.H. & Rhoads, J.E.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **563**, 597
- [58] Galama, T.J. et al., *GCN Circular* **388**
- [59] Galama, T.J. et al.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **497**, L13
- [60] Galama, T.J. et al.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **501**, L97
- [61] Galama, T.J. et al.; 1998, *Nature*, **395**, 670
- [62] Galama, T.J. et al.; 1999, *Nature*, **398**, 394
- [63] Galama, T.J. et al.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **536**, 185
- [64] Galama, T.J. & Wijers, R.M.A.J.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **549**, L209

- [65] Galama, T.J. & Sari, R.; 2002, in *Relativistic Flows in Astrophysics*, Lecture Notes in Physics 589, eds: Guthmann, A.W. et al., Springer Verlag
- [66] Gallant, Y.A. & Achterberg, A.; 1999, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **305**, L6
- [67] Gallant, Y.A.; 2002, in *Relativistic Flows in Astrophysics*, Lecture Notes in Physics 589, eds: Guthmann, A.W. et al., Springer Verlag
- [68] Gould, R.J. & Schreder, G.P.; 1967, *Phys. Rev.*, **155**, 1408
- [69] Guetta, D., Spada, M. & Waxman, E.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **557**, 399
- [70] Guilbert, P.W., Fabian, A.C. & Rees, M.J.; 1983, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **205**, 593
- [71] Guthmann, A.W., Kirk, J.G., Gallant, Y.A. & Achterberg, A.; 2000, in *5th Huntsville Gamma-Ray Burst Symposium*, eds: Kippen, R.M., Malozzi, R.S. & Fishman, G.J.; AIP, New York
- [72] Guthmann, A.W. et al. (eds.); 2002, *Relativistic Flows in Astrophysics*, Lecture Notes in Physics 589, Springer Verlag
- [73] Hakkila, J. et al.; 1994, *The Astrophysical Journal*, **422**, 659
- [74] Harrison, F.A. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **523**, L121
- [75] Hartmann, D.; 1993, *The Lives of the Neutron stars*, Nato ASI Series, Kluwer C450, 495
- [76] Hartmann, D.; 1995, *Astrophysics & Space Science*, **231**, 361
- [77] Heavens, A.F., Drury, L.O'C; 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **235**, 997
- [78] Hughes, D.H. et al.; 1998, *Nature*, **394**, 241
- [79] Hurley, K. et al.; 1994, *Nature*, **372**, 652
- [80] Jackson, J.D.; 1975, *Classical Elektrodynamics*, J. Wiley and Sons, New York
- [81] Katz, J.I. & Piran, T.; 1998, *Gamma-Ray Bursts : 4th Huntsville Symposium*, eds. Meegan, C.A., Preece, R.D. & Kosshut, T.M.; AIP conference proceedings **428**, 689
- [82] Kennel, C.F. & Coroniti, F.; 1984, *The Astrophysical Journal*, **283**, 694
- [83] Kirk, J.G. & Schneider, P.; 1987, *The Astrophysical Journal*, **315**, 425
- [84] Kirk, J.G., Schlickeiser, R. & Schneider, P.; 1988, *The Astrophysical Journal*, **328**, 269

- [85] Kirk, J.G. & Heavens, A.F.; 1989, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **239**, 995
- [86] Kirk, J.G. & Schneider, P.; 1989, *Astronomy & Astrophysics*, **225**, 559
- [87] Kirk, J.G., Melrose, D.B. & Priest, E.R.; 1994, *Plasma Astrophysics*, Saas-Fee Advanced Course 24, Springer Verlag
- [88] Kirk, J.G. & Duffy, P.; 1999 *Journal Phys. G*, **25**, R163
- [89] Kirk, J.G., Guthmann, A.W., Gallant, Y.A & Achterberg, A; 2000, *The Astrophysical Journal*, **542**, 235
- [90] Klebesadel, R.W., Strong, I.B. & Olson R.A.; 1973, *The Astrophysical Journal*, **182**, L85
- [91] Kobayashi, S., Piran, T. & Sari, R.; 1997, *The Astrophysical Journal*, **490**, 92
- [92] Kommers, J.F. et al.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **533**, 696
- [93] Kouveliotou, C., Meegan, C.A. et al.; 1993, *The Astrophysical Journal*, **413**, L101
- [94] Kouveliotou, C., Preece, R. et al.; 1994, *The Astrophysical Journal*, **422**, L59
- [95] Krolik, J.H. & Pier, E.A.; 1991, *The Astrophysical Journal*, **373**, 277
- [96] Kulkarni, S.R. et al., *Nature*, **393**, 35
- [97] Kulkarni, S.R. et al., *Nature*, **395**, 663
- [98] Kulkarni, S.R. et al.; 1999, *nature*, **398**, 389
- [99] Lamb, D.Q.; 1995, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **107**, 1152
- [100] Landau, L.D. & Lifschitz, E.M.; *Lehrbuch der theoretischen Physik VI: Hydrodynamik*, 5. Auflage, 1991, Akademie Verlag
- [101] Liang, E. & Kargatis, V.; 1996, *Nature*, **381**, 49
- [102] Link, B., Epstein, R.I & Priedhorsky, W.C; 1993, *The Astrophysical Journal*, **408**, L81
- [103] Lloyd, N.M. & Petrosian, V.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **543**, 722
- [104] Madau, P., Pozetti, L. & Dickinson, M.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **498**, 106
- [105] Majorana, A. & Anile, M.; 1987, *Phys. Fluids*, **30**, 3045
- [106] Mao, S. & Paczynski, B.; 1992, *The Astrophysical Journal*, **389**, L45

- [107] Mastichiadis, A.; 2002, in *Relativistic Flows in Astrophysics*, Lecture Notes in Physics 589, eds: Guthmann, A.W. et al., Springer Verlag
- [108] Mazets, E.P. et al.; 1981, *Nature*, **290**, 378
- [109] Meegan, C.A., Fishman, G.J. & Wilson, R.B.; 1985, *The Astrophysical Journal*, **291**, 479
- [110] Meegan, C.A. et al.; 1992, *Nature*, **355**, 143
- [111] Meisenheimer, K.; 1989, *Hot Spots in extragalactic radio sources; Proceedings of the Workshop, Tegernsee, Federal Republic of Germany, Feb. 8-12,1988*, Berlin und New York, Springer Verlag, S. 253-259
- [112] Melrose, D.B.; 1980, *Plasma Astrophysics Vol. 1 & 2*, Gordon and Breach Science Publishers
- [113] Mészáros, P. & Rees, M.J.; 1993, *The Astrophysical Journal*, **405**, 278
- [114] Mészáros, P. & Rees, M.J.; 1997, *The Astrophysical Journal*, **476**, 232
- [115] Metzger, M. et al., *IAUC* **6655**
- [116] Metzger, M.R. et al.; 1997, *Nature*, **387**, 879
- [117] Mitrofanov, I.G. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **522**, 1069
- [118] Mochkovitch, R. et al.; 1993, *Nature*, **361**, 236
- [119] Murakami, T. et al.; 1988, *Nature*, **335**, 234
- [120] Nemiroff, R.J.; 1994, *Comments Astrophys* **17**, **4**, 189
- [121] Norris, J.P. et al.; 1986, *The Astrophysical Journal*, **301**, 213
- [122] Norris, J.P., Bonnell, J.T. et al.; 1995, *The Astrophysical Journal*, **439**, 542
- [123] Paciesas, W.S. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal Supplements*, **122**, 465
- [124] Paczyński, B.; 1986, *The Astrophysical Journal*, **308**, L43
- [125] Paczyński, B.; 1992, *Nature*, **355**, 521
- [126] Paczyński, B. & Rhoads, J.; 1993, *The Astrophysical Journal*, **418**, L5
- [127] Paczyński, B.; 1995, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **107**, 1167
- [128] Paczyński, B.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **494**, L45

- [129] Palmer, D.M., Teegarden, B.J. et al; 1994, *The Astrophysical Journal*, **433** L77
- [130] Panaitescu, A. & Mészáros, P.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **501**, 772
- [131] Panaitescu, A.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **556**, 1002
- [132] Papathanassiou, H. & Mészáros, P.; 1996, *The Astrophysical Journal*, **471**, L91
- [133] Peacock, J.A.; 1981, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **196**, 135
- [134] Piro, L. et al.; 1998, *Astronomy & Astrophysics*, **331**, L41
- [135] Preece, R.D. et al.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **496**, 849
- [136] Predehl, P. & Schmitt, J.H.M.M.; 1995, *Astronomy & Astrophysics*, **293**, 889
- [137] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. & Brian, P.; 1992, *Numerical Recipes in Fortran*, 2nd edition, Cambridge University Press
- [138] Price, P.A. et al.; 2002, *The Astrophysical Journal*, **573**, 85
- [139] Ramirez-Ruiz, E. & Fenimore, E.E.; 1999, *Astronomy & Astrophysics*, **138**, 521
- [140] Rees, M.J.; 1966, *Nature*, **211**, 468
- [141] Rees, M.J. & Mészáros, P.; 1994, *The Astrophysical Journal*, **430**, L93
- [142] Reichart, D.E.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **521**, L111
- [143] Reichart, D.E.; 2001, *The Astrophysical Journal*, **554**, 643
- [144] Rol, E. et al.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **544**, 707
- [145] Rybicki, G.B. & Alan P. Lightman; 1979, *Radiative Processes in Astrophysics*, Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Inc.
- [146] Schaefer, B.E. et al.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **492** , 696
- [147] Schaefer, B.E. & Walker, K.C.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **511**, L89
- [148] Sari, R. & Piran, T.; 1997, *The Astrophysical Journal*, **485**, 270
- [149] Sari, R., Piran, T. & Narayan, R.; 1998, *The Astrophysical Journal*, **497**, L17
- [150] Sari, R. & Piran, T.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **520**, 641
- [151] Schweitzer, G.; 1988, *Magazin für bürgerliches Rechnen und analoges Denken*, Grimmelshausen-Verlag Gelnhausen
- [152] Shemi, A. & Piran, T.; 1990, *The Astrophysical Journal*, **365**, L55

- [153] Singer, S.; *Proceedings of the IEEE 53 December 1965*, pp. 1935-1948
- [154] Solomon, P.M. et al.; 1987, *The Astrophysical Journal*, **319**, 730
- [155] Sommer, M. et al.; 1994, *The Astrophysical Journal*, **422**, L63
- [156] Spruit, H.C.; 1999, *Astronomy & Astrophysics*, **341**, L1
- [157] Stanek, K.Z. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **522**, L39
- [158] Strong, I.B. & Klebesadel, R.W.; 1976, *Scientific American*, October Issue, p.66
- [159] Synge, J.L.; 1957, *The Relativistic Gas*, North-Holland, Amsterdam
- [160] Tinney et al., *IAUC* **6896**
- [161] Usov, V.V.; 1992, *Nature*, **357**, 472
- [162] Van Paradijs, J. et al.; 1997, *Nature*, **386**, 686
- [163] Vietri, M.; 1995, *The Astrophysical Journal*, **453**, 883
- [164] Vreeswijk et al., *GCN Circular* **324**
- [165] Vreeswijk et al., *GCN Circular* **388**
- [166] Waxman, E.; 1997, *The Astrophysical Journal*, **485**, L5
- [167] Waxman, E. & Draine, B.T.; 2000, *The Astrophysical Journal*, **537**, 796
- [168] Wheaton W.A. et al.; 1973, *The Astrophysical Journal*, **185**, L57
- [169] Wijers, R.A.M.J., Rees, M.J & Mészáros, P.; 1997, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **288**, L51
- [170] Wijers, R.A.M.J. et al.; 1999, *The Astrophysical Journal*, **523**, L33
- [171] Winkler, C., Kippen, R.M. et al.; 1995, *Astronomy & Astrophysics*, **302**, 765
- [172] Yost, S.A. et al.; 2002, *The Astrophysical Journal*, **577**, 155
- [173] Woosley, S.E.; 1993, *The Astrophysical Journal*, **405**, 273
- [174] <http://www.fas.org/spp/military/program/masint/vela.htm>
- [175] <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heasarc/missions/vela5a.html>
- [176] <http://www.astro.utu.fi/~cflynn/astroII/l4.html>
- [177] Harry Waldron History Office; 1997, *SMC Astro News*, 07 February 1997

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlichst bei Herrn Prof. Dr. John Kirk für die kompetente und geduldige Betreuung bedanken, die er mir beim Entstehen dieser Arbeit zuteil werden ließ und ohne die diese nicht entstanden wäre.

Der Arbeitsgruppe Astrophysik des MPI für Kernphysik unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Heinz Völk danke ich für die freundliche und hilfreiche Gruppenatmosphäre. Besonders seien hier die Herren Dr. Markos Georganopoulos und Jens Kettler erwähnt, mit denen ich manche angenehme und fruchtbare Diskussion führen konnte.

Ebenfalls dankbar bin ich Herrn Prof. Dr. Werner Tscharnuter, der sich freundlicherweise als Zweitgutachter zur Verfügung gestellt hat.

Besonderer Dank gilt meiner Mutter Katharina und meinem Bruder Bernd, die mir jede ihnen mögliche Unterstützung gegeben und mir auf mannigfache Weise geholfen haben.

Und ein letztes „Dankeschön“ geht an meinen alten Mathematik- und Physiklehrer Herrn Günter Schweitzer, dessen Lektionen über „bürgerliches Rechnen“ und analoges Denken nicht ohne Einfluß auf meine Studiumswahl waren.

Heidelberg, den 26.11.2002