

EINIGE ANMERKUNGEN ZUM EINFLUSS VON COMPUTERN AUF MATHEMATIK UND PHYSIK*

Rita Meyer-Spasche,
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, EURATOM-Association,
D-85748 Garching, Germany; meyer-spasche@ipp.mpg.de

GOOGLE-PRELUDIUM, 2006: Durch Googeln von *'Impact of computers on'* bekommt man die Nachricht, daß es ca $10^8 = 100$ Millionen Einträge gibt. Bei *'Impact of computers on mathematics'* sind es noch etwa halb so viele; auf den ersten Seiten typisch *'... mathematics and computers in ... impact ...'*, *'social impact'*, *'... educational impact' ...*. Bei Benutzung von GOOGLE SCHOLAR und *'Impact of computers on mathematics'* sind es immerhin noch 12 000 Einträge. Dort habe ich Artikel [8] gefunden.

RÜCKBLICK, ERWARTUNGEN, 1946: Im Jahre 1946 fand in Princeton zur 200-Jahr Feier eine mathematische Konferenz statt [1], auf der zwei namhafte Mathematiker Bemerkungen über möglichen Einfluss von Computern auf die Mathematik formulierten: 'Hermann Weyl expressed concern that the store of mathematical substance which formed the basis for current generalizations was in danger of becoming exhausted without outside help 'be it even by such devilish devices as high-speed computing machines'. John von Neumann remarked ... success of mathematics with the linear differential equations of electrodynamics and quantum mechanics ..., failure with the nonlinear differential equations of hydrodynamics, elasticity and general relativity ... expressed the hope that the computer-aided solution of a large store of problems in nonlinear continuum mechanics would indeed supply a basis for mathematical generalization.' (gekürzt zitiert nach J. Charney, MIT, [6, p.117]). Auch in [2] (1964) findet man wissenschaftspolitische Überlegungen, welche mathematischen Teilgebiete gefördert werden sollten und welche Rolle Computer dabei spielen sollten.

ERSTE BILANZEN, 1968 - 1974: Nachdem sich die Benutzung von elektronischen Rechenmaschinen einige Jahre lang entwickelt hatte, scheint dann in den Jahren 1968 - 1974 international ein allgemeines Bedürfnis bestanden zu haben, Bilanz zu ziehen über die durch Computer bedingten Veränderungen, sowohl in der

*in: *Von der Tontafel zum Internet. Der Einfluß des Mediums auf die Entwicklung der Mathematik*, Proc. 8. Österreichisches Symposium zur Geschichte der Mathematik, Christa Binder ed., TU Wien 2006, pp. 171-174

Mathematik [3, 5, 7] als auch in der Physik [4, 6]: es entstanden eine Reihe von Sammelbänden, in denen sich Vertreter verschiedenster Felder gegenseitig erzählten, wie Computer ihr Arbeitsgebiet verändert haben. 1974 war auch die Informatik bzw. Computer Science so weit entwickelt, daß Donald Knuth es unternommen hat, sie gegen ihre Mutter Mathematik abzugrenzen [8]. Das schloss natürlich eine Diskussion des Verhältnisses Mathematik - Computer mit ein.

Im folgenden will ich einige der in der zitierten Literatur gefundenen Gedankengänge nachzeichnen, verquickt mit eigenen Erfahrungen. Da mein eigenes Berufsleben 1969 begann, habe ich einige der Veränderungen selber miterlebt. 1962 las ich im Studienführer der U Hamburg: 'jeder Mathematikstudent sollte lernen, mit Computern zu arbeiten.' Etwa 1964 sah ich im Göttinger Max-Planck-Institut erstmalig einen Computer: ein Holzregal, in dem Röhren installiert waren, programmierbar über einen Hollerithstreifen. 1969 lernte ich dann, mit einem Computer zu arbeiten, einer IBM 360/91. Die gerade ausgemusterte Vorgängermaschine stand exklusiv den Blasenkamerleuten vom Nachbarinstitut zur Verfügung.

EINFLUSS VON COMPUTERN AUF DIE PHYSIK: Da die von John von Neumann 1946 genannten Differentialgleichungen aus der Physik und ihr verwandten Gebieten stammen, scheint es angemessen, zunächst den Einfluss von Computern auf die Physik zu betrachten.

Auf der ersten europäischen Konferenz über die junge Disziplin '*Computational Physics*' [6] haben sich Physiker aus den unterschiedlichsten Gebieten getroffen, von ihrer Forschung gesprochen, aber vor allem darüber, wie sich ihr Gebiet durch den Einfluss von Computern verändert hat und weiter verändern wird. Hier einige Stimmen:

'Computers have brought a new situation for astronomers, since formerly there was no way to experiment with stars and now you can make your own star and watch it changing with time. ... The real problem is to prove that these computer stars have anything to do with those stars we see in the sky.' [6, H.-C. Thomas, MPA München, p. 151]. Auch dort, wo experimentiert werden kann, aber Experimente sehr zeitraubend und/oder sehr teuer sind, werden heute *zunächst* Computereperimente durchgeführt, damit die später materiell durchgeführten Experimente besonders erfolgreich sind.

... impact of computers mostly for systems of two types: '... complex physical systems (many particles, many degrees of freedom, many variables) and systems of a highly nonlinear character' [6, Van Hove, p. 164]. Also z.B. Kontinuumsmechanik, Strömungsmechanik, Plasmaphysik.

'The computer has transformed bubble chamber physics from a qualitative science to a really quantitative science.' [6, B. French, p.158]. Und nicht nur die Blasenkamerphysik, sondern auch andere Zweige der Physik und andere Naturwissenschaften. Sobald eine Wissenschaft quantitative Ergebnisse produziert, also Größen kennt, die gemessen werden können, gibt es die Möglichkeit zu mathematischer Modellierung: es werden Gleichungen aufgestellt und die gemessenen Größen zusätzlich noch ausgerechnet. Gibt es Diskrepanzen, die nicht auf irgendwelchen anderen Fehlern beruhen, so muß das mathematische Modell verbessert werden.

‘... the ready availability of powerful computers has had a profound influence on what is acceptable as a good theory.’ [6, P.G. Burke, Queen’s U, Belfast, p.1].

Auf dieser ersten europäischen Konferenz über Computational Physics war die Plasmaphysik überhaupt nicht vertreten, obwohl Computational Plasma Physics damals schon eine wichtige Rolle spielte. Die zweite europäischen Konferenz über Computational Physics [9] fand dann im IPP in Garching statt, behandelte nur Probleme aus Plasmaphysik und Astrophysik und war eine ganz auf Fachprobleme konzentrierte (normale) Konferenz.

Eine Zeitlang war es üblich, zu sagen, daß es Experimentalphysik, theoretische Physik und Computational Physics gebe. Inzwischen werden Computer überall benutzt, insbesondere auch bei Entwurf und Durchführung von Experimenten. In den anderen Naturwissenschaften ist es ähnlich, doch spielt da die noch zu leistende Mathematisierung eine größere Rolle als in der Physik, die sich seit langem in engem Austausch mit der Mathematik entwickelt hat.

EINFLUSS VON COMPUTERN AUF DIE MATHEMATIK: Hier sollen nur einzelne Aspekte erläutert werden durch Beispiele dafür, wie Computer den Charakter der Angewandten Mathematik verändert und das Entstehen neuer Gebiete angeregt haben.

Rechenkunst (unter Ausnützung von Besonderheiten des zu lösenden Problems) wurde durch *Numerical Analysis* (eine allgemein anwendbare Theorie) ersetzt. Wir haben heute Methoden, um die Qualität numerischer Verfahren zu beurteilen und den Rechenaufwand zu messen (Fehleranalyse, Konvergenzordnung, Anzahl der benötigten Operationen, Komplexität von Algorithmen und von den zu lösenden Problemen), und können deshalb systematisch nach verbesserten Verfahren suchen und/oder die Umformulierung des zu lösenden Problems verlangen (gut/schlecht konditionierte Probleme). Ganz nebenbei ergeben sich dabei auch neue Fragestellungen in traditionellen mathematischen Gebieten wie z.B. der Funktionalanalysis.

Wissenschaftliches Rechnen bzw. Scientific Computing umfasst die folgenden Schritte: Formulierung eines mathematischen Modells (falls nicht schon vorhanden), mathematische Analyse dieses Modells, Formulierung eines für numerische Simulation geeigneten numerischen Modells, Implementierung auf einem geeigneten Computer (unter Umständen unter Ausnützung seiner Architektur), numerische Simulation, Auswertung der Ergebnisse im Lichte des Anwendungsgebietes (z.B. der Physik). Es handelt sich dabei also um ein interdisziplinäres Gebiet, in dem mathematische Analyse und numerische Analyse mit Natur- und Ingenieurswissenschaften und Informatik wechselwirken und das Teilaspekte hat, die durchaus den Namen *Experimentalmathematik* verdienen.

Durch die numerische Simulation von nichtlinearen (Systemen von) partiellen Differentialgleichungen (z.B. denen, die John von Neumann 1946 erwähnt hat), entstehen neue Einsichten und Hypothesen, und dies regt neue Theoriebildung an (z.B. Turbulenzforschung, Dynamische Systeme). Anders als in der Physik können die in der Experimentalmathematik durch numerische Experimente angeregten Theorien jedoch nicht nur durch Gegenbeispiele falsifiziert, sondern in manchen Fällen auch durch mathematische Beweise verifiziert werden.

Gleichzeitig mit der allgemeinen Computerisierung und bedingt durch sie findet eine weitere *Mathematisierung traditioneller Forschungsgebiete (Naturwissenschaften, Wirtschaftswissenschaften, Humanwissenschaften)* statt. Dies wird im Vorwort der im Springer Verlag seit 1988 erscheinenden Reihe '*Texts in Applied Mathematics*' so formuliert: 'Mathematics is playing an ever more important role in the physical and biological sciences ... newer techniques, such as numerical and symbolic computer systems, dynamical systems, and chaos, mix with and reinforce the traditional methods of applied mathematics.'

SCHLUSSBEMERKUNG: Es handelt sich hier nur um *einige Anmerkungen*. Es fehlt z.B. alles, was mit *Datenverarbeitung* (Sortieren, Suchen, statistisch Betrachten usw.) oder *Geometrie* zu tun hat, und auch der Einfluss von Computern auf die 'Reine Mathematik' blieb hier unberücksichtigt, soweit er nicht durch Wechselwirkungen von Angewandter und Reiner Mathematik bedingt ist. Eine vollständige Darstellung heute (2006) zu versuchen, wäre wohl auch vermessen. Zumal der durch die Verfügbarkeit von Computern eingeleitete Veränderungsprozess bei weitem noch nicht abgeschlossen ist und vieles überhaupt noch nicht vorhersehbar. Auch heute noch ist die schon vor mehr als 30 Jahren vom Mathematiker George E. Forsythe gemachte Bemerkung [8] aktuell: '*the question What can be automated? is one of the most inspiring philosophical and practical questions of contemporary civilization.*'

Literatur

- [1] *Problems of Mathematics*, Series 2, Conference 2 of Princeton University Bicentennial Conferences (1947)
- [2] *Essays for COSRIMS*, MIT Press 1964
- [3] *Computers in Mathematical Research*, R.F.Churchhouse, J.-C.Herz, eds., North Holland, Amsterdam, 1968
- [4] *Computers and Their Role in the Physical Sciences*, S. Fernbach and A. Taub, eds., Gordon and Breach, N.Y. 1970
- [5] Peter D.Lax (1970): *The impact of computers on mathematics*, Chap. 10 in [4]
- [6] *The Impact of Computers on Physics*, Proc. 1st European Conf. on Computational Physics, G.R. MacLeod, ed., CERN, 1972, ca 300 Participants
- [7] *The Influence of Computing on Mathematical Research and Education*, Amer. Math. Soc. and Math. Assoc. of America, co-sponsors of conference, Aug. 1973
- [8] Donald Knuth (1974): Computer Science and Its Relation to Mathematics, Amer. Math. Monthly **81**, 323 - 343
- [9] *Computing in Plasma Physics and Astrophysics*, Proc. 2nd European Conf. on Computational Physics, D. Biskamp, ed., Garching 1976, ca 125 Participants.