Bild 2 zeigt den Einfluß von Heizen und Kühlen auf die Lage der kritischen Kurven. Diese liegen um so höher, je wärmer die angeströmte Wand ist. Der kritische Wert von S^* bei erhitzter Wand ist also größer als bei gekühlter.

Eine ausführliche Darstellung dieser Untersuchungen erscheint in Kürze als Bericht Nr. 176 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt.

Literatur

[1] H. Görtler, Über eine dreidimensionale Instabilität laminarer Grenzschichten an konkaven Wänden, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Fachgruppe I, Neue Folge 2 (1940), S. 1—26.

Anschrift: Dr. Günther Hämmerlin, Freiburg i. Br., Mozartstr. 72

Über den nichtlinearen Energieaustausch innerhalb eines Seegangsspektrums

Von K. Hasselmann

Die Ausbildung des unregelmäßigen Seegangs auf einem Meer unter der Einwirkung eines Windfeldes wird in der Endphase stark durch nichtlineare Vorgänge beeinflußt. Neben der Vernichtung von Wellenenergie durch Wellenbrechung spielt hierbei der Energieaustausch innerhalb des Seegangsspektrums infolge von nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Wellenkomponenten eine wesentliche Rolle. Die Wechselwirkungen lassen sich mit Hilfe einer von der linearen Näherung ausgehenden Störungsrechnung ermitteln. Wie bereits von Phillips [1] gezeigt wurde, treten nichtlineare Wechselwirkungen mit Energieaustausch zwischen diskreten Wellenzügen erstmals in den Störungsgleichungen 3. Ordnung auf. Im Falle eines kontinuierlichen statistischen Spektrums muß die Störungsrechnung jedoch bis zur fünften Ordnung durchgeführt werden, um sämtliche Terme, die zum Energieaustausch beitragen, mitzuerfassen. Für die Änderung des Seegangsspektrums $F(\mathfrak{K})$[1]) infolge der nichtlinearen Wechselwirkungen ergibt sich dann schließlich:

$$\frac{\partial F(\mathfrak{k})}{\partial t} = \int\!\!\int\!\!\int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} F(\mathfrak{k}')\, F(\mathfrak{k}'')\, F(\mathfrak{k}' + \mathfrak{k}'' - \mathfrak{k})\, T_1(\mathfrak{k}', \mathfrak{k}'', \mathfrak{k}' + \mathfrak{k}'' - \mathfrak{k})\, dk_x'\, dk_y'\, dk_x''\, dk_y''$$

$$- F(\mathfrak{k}) \int\!\!\int\!\!\int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} F(\mathfrak{k}')\, F(\mathfrak{k}'')\, T_2(\mathfrak{k}, \mathfrak{k}', \mathfrak{k}'')\, dk_x'\, dk_y'\, dk_x''\, dk_y'' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Die Austauschfunktionen T_1, T_2 sind kompliziertere Funktionen, die hier nicht näher angegeben werden können. Sie enthalten als Faktoren Diracsche δ-Funktionen der Form $\delta(\omega(\mathfrak{k}, \mathfrak{k}', \mathfrak{k}''))$, so daß die vierfachen Integrale in (1) sich in Wirklichkeit auf dreifache Integrale über gewisse Hyperflächen $\omega(\mathfrak{k}, \mathfrak{k}', \mathfrak{k}'') = 0$ im k_x'-k_y'-k_x''-k_y''-Raum reduzieren.

Physikalisch lassen sich die Integrale auf vierfache Wechselwirkungen zurückführen, bei denen unter gewissen Resonanzbedingungen Energie durch eine primäre Wechselwirkung zwischen drei „aktiven“ Wellenkomponenten auf eine vierte „passive“ Wellenkomponente übertragen wird. Die Energieübertragung ist dem Produkt der Energie der drei „aktiven“ Komponenten proportional, von der Energie der „passiven“ Komponente jedoch unabhängig. Der erste, positive Integralausdruck in (1) ergibt sich dann aus der Summe aller Wechselwirkungen, an denen die Wellenkomponente $\mathfrak{k}$ als die „passive“ Komponente beteiligt ist, während das zweite Integral den Energieverlust darstellt, der sich aus sämtlichen Wechselwirkungen ergibt, in denen die Komponente $\mathfrak{k}$ als eine der „aktiven“ Komponenten auftritt. Da der Energiezuwachs von dem Wert des Spektrums an der Stelle $\mathfrak{k}$ unabhängig, der Energieverlust diesem jedoch proportional ist, haben die nichtlinearen Wechselwirkungen die Tendenz, scharfe Maxima des Spektrums zu glätten und die Energie gleichmäßiger über alle Spektralkomponenten zu verteilen. Es besteht hierin eine weitgehende Analogie zu den nichtlinearen Wechselwirkungen in einem Turbulenzspektrum, welche ebenfalls auf eine isotrope, „weiße“ Spektralverteilung der Turbulenzenergie hinwirken. Im ausgereiften Seegangsspektrum besteht dann wahrscheinlich, ähnlich wie beim

[1]) Es ist $F(\mathfrak{k})\, dk_x\, dk_y$ die Energie der Wellenkomponenten des Seegangs, deren Wellenzahlvektoren $\mathfrak{k}'$ im Rechtecksbereich $\mathfrak{k} \leqq \mathfrak{k}' \leqq \mathfrak{k} + d\mathfrak{k}$ liegen, und die sich in positive $\mathfrak{k}$-Richtung fortpflanzen.

Kaskadenprozeß der Turbulenz, ein Gleichgewicht zwischen der Energiezufuhr durch Windeinwirkung im langwelligen Gebiet des Spektrums, dem nichtlinearen Energietransport vom energiereichen langwelligen zum energiearmen kurzwelligen Bereich des Spektrums und der vorwiegend im kurzwelligen Bereich erfolgenden Energiedissipation durch turbulente Reibung und Wellenbrechung. Zur genaueren Untersuchung dieser Zusammenhänge sind jedoch zunächst noch weitere Kenntnisse der anfachenden und dissipativen Terme in der vollständigen Gleichung für die Energiebilanz des Spektrums [2] erforderlich.

Literatur

[1] O. M. Phillips, On the Dynamics of Unsteady Gravity Waves of Finite Amplitude, Part 1, The Elementary Interactions, J. Fluid Mech. **9** (1960) **2**, p. 193—217.
[2] K. Hasselmann, Grundgleichungen der Seegangsvoraussage, Schiffstechnik, **7** (1960) **39**, S. 191—195.

Anschrift: Dr. K. Hasselmann, Hamburg 22, Brucknerstr. 25a

Stationäre rotationssymmetrische Strömung eines vollkommen leitenden Plasmas

Von E. Hölder

In der Kontinuum-Magneto-Gasdynamik können die stationären rotationssymmetrischen Strömungen eines vollkommen leitenden Plasmas in ähnlichen Schritten wie in der klassischen Gasdynamik behandelt werden: Ausgangspunkt ist das Mollierdiagramm (A) für adiabatische Zustandsänderungen. Nachdem das Induktionsgesetz (F) die magnetische Induktion aus Massenstromdichte und Massendichte zu berechnen lehrt, gibt von den Eulerschen Impulsgleichungen die auf das Azimut bezügliche Gleichung (E) längs einer Stromlinie die Konstanz einer Linearkombination aus Drehmoment und azimutaler Komponente der Induktion und damit das Drehmoment als gebrochene lineare Funktion der Dichte. Sodann folgert man aus den beiden anderen Impulsgleichungen zuerst eine durch diese Induktionskomponente ergänzte Bernoullische Gleichung (B), sodann den Drehungssatz (D), die Erhaltung einer Linearkombination der azimutalen Komponenten von Wirbelstärke und elektrischer Stromdichte; das ist für die der Kontinuität (C) genügende Stromfunktion die gewünschte partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Nur im axialsymmetrischen Strömungsfall, wo auch die magnetischen Kraftlinien in den Ebenen durch die Achse verlaufend angenommen werden, scheint nach dem Vorbild des Busemannschen Druckberges ein Druck-Magnetberg mit seinen Doppeltangenten die Sprungeigenschaften am Verdichtungsstoß darzustellen und die Figuratrix für ein Variationsproblem abzugeben. (Erscheint in der ZAMP.)

Anschrift: Prof. Dr. E. Hölder, Mainz-Gonsenheim, Heidesheimerstr. 40

Eine Summendarstellung der Singularitätenverteilungen zur Berechnung der Strömung an vorgegebenen Rotationskörpern bei Schräganströmung

Von Friedrich Keune*)

Bei der Untersuchung der Strömung um vorn spitze und schlanke vorgegebene Rotationskörper kleiner Querschnittsänderung wird auf die nichtlinearen Kompressibilitätseinflüsse verzichtet. In Körpernähe läßt sich die linearisierte gasdynamische Gleichung in eine konvergente Reihe von Differentialgleichungen zerlegen. Ihre Lösungen geben die von einer Summe auf der Körperachse liegender unbekannter Quell- und Dipolverteilungen induzierte Strömung. Die Summen der Potentialfunktionen und der Singularitätenverteilungen bestehen aus Gliedern stetig abnehmender Größenordnung. Dadurch wird auch die Randbedingung der Strömung für Punkte der Körperoberfläche in eine Summe von Bestimmungsgleichungen abnehmender Größenordnung

*) Aus dem Institut für angewandte Gasdynamik der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V.