

# Über Streuprozesse in nichtlinear gekoppelten Wellenfeldern

Von K. HASSELMANN\*)

Es besteht eine enge Analogie zwischen dem in letzter Zeit vielfach behandelten Problem der Energieübertragung in nichtlinear gekoppelten Wellensystemen (siehe z. B. [1]—[6]) und der Quantenfeldtheorie wechselwirkender Teilchen. Im gewöhnlich vorliegenden Falle quasi-stationärer, homogener Zufallsfelder läßt sich die Analogie ausnützen, um Streuprozesse in klassischen Feldern als Stoßprozesse zwischen Teilchen, Antiteilchen und virtuellen Teilchen zu deuten. Eine freie Welle mit der Frequenz  $\omega$  und der Wellenzahl  $k$  entspricht dabei einem Teil-

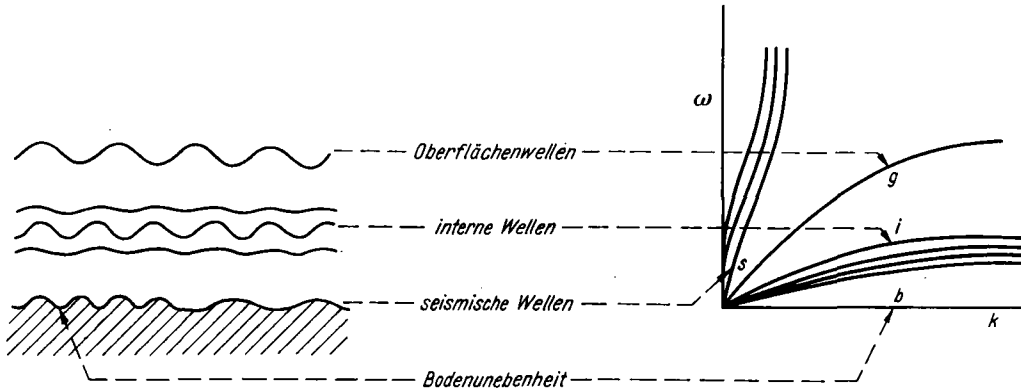


Bild 1. Dispersionskurven der Eigenschwingungen einer stabil geschichteten Flüssigkeit über einem elastischen Boden

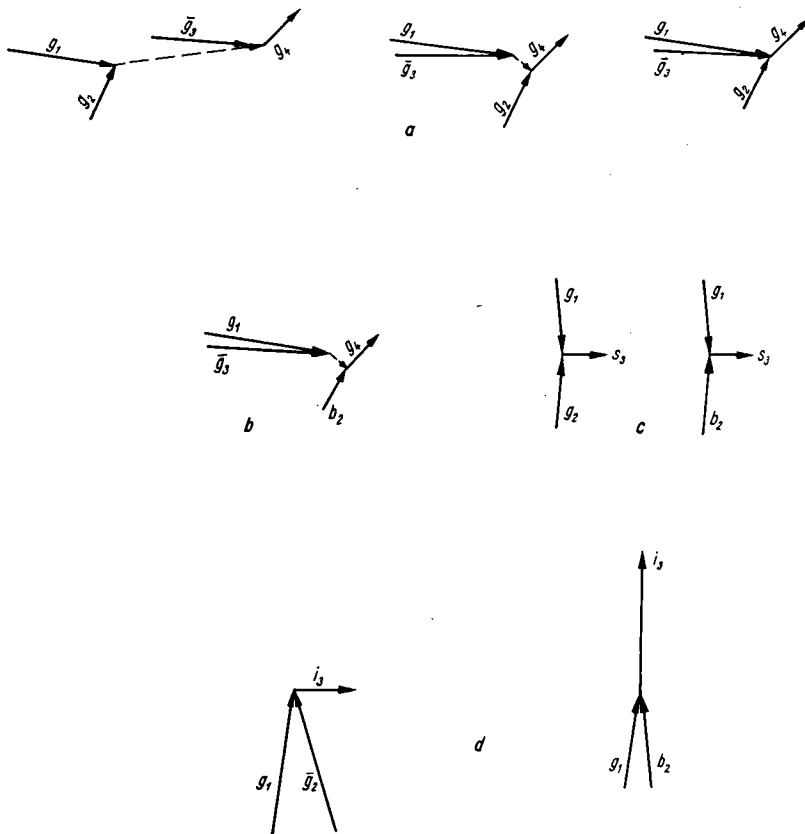


Bild 2. Stoßdiagramme einiger Streuprozesse zwischen „Teilchen“  $\vec{a}$ , „Antiteilchen“  $\vec{\bar{a}}$  und „virtuellen Teilchen“  $\vec{v}$  für das in Bild 1 dargestellte System.

a) Energieaustausch innerhalb eines Seegangsspektrums [1], [2]  
 b) Entstehung langer Oberflächenwellen in flachem Wasser („surf beat“) [8], [9], [10]

c) Entstehung von Mikroseismen [11], [3]  
 d) Streuung zwischen Oberflächenwellen und internen Wellen [6], [12]

\*) Institut für Schiffbau der Universität Hamburg

chen mit der Energie  $\omega$  und dem Impuls  $k$ . Die formal auftretenden komplex konjugierten Wellenkomponenten werden Antiteilchen mit negativer Energie  $-\omega$  und Impuls  $-k$  zugeordnet. Erzwungene Wellen, deren Frequenz und Wellenzahl nicht einer Eigenschwingung des Systems entsprechen, werden als virtuelle Teilchen gedeutet.

Das Teilchenbild hat den Vorteil, daß sich die einzelnen Streuprozesse sehr übersichtlich an Hand von FEYNMAN-Diagrammen (siehe z. B. [7]) untersuchen lassen. Die Diagramme sind einerseits Darstellungen der verschiedenen Äste der Störungsentwicklung, die der Berechnung der Energieübertragung zugrunde liegt. Andererseits lassen sie sich als Stoßdiagramme deuten und veranschaulichen somit Richtung und Stärke der Energie- und Impulsübertragung. Die Streuintegrale, die die Energieübertragung quantitativ wiedergeben, lassen sich dann an Hand einiger allgemeiner Regeln über die Bildung der Diagramme unmittelbar hinschreiben.

Als Beispiel sind in Bild 2 die Stoßdiagramme einiger Streuprozesse wiedergegeben, die durch nichtlineare Kopplung der verschiedenen Eigenschwingungen im Ozean (Bild 1) auftreten. Eine ausführliche Veröffentlichung ist vorgesehen.

### Literatur

- 1 O. M. PHILLIPS, On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Part 1. The elementary interactions, *J. Fluid Mech.* **9**, 193–217 (1960).
- 2 K. HASSERMANN, On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 1. General theory, *J. Fluid Mech.* **12**, 481–500 (1962); Part 2. Conservation theorems, wave-particle correspondence, irreversibility, *J. Fluid Mech.* **15**, 273–281 (1963); Part 3. Computation of the energy flux and swell sea interaction for a Neumann spectrum, *J. Fluid Mech.* **15**, 385–398 (1963).
- 3 K. HASSELMANN, A statistical analysis of the generation of microseisms, *Rev. Geophys.* **1**, 177–210 (1963).
- 4 M. S. LONGUET-HIGGINS, R. W. STEWART, Radiation stress and mass transport in gravity waves, with applications to "surf beats", *J. Fluid Mech.* **18**, 481–504 (1962).
- 5 D. J. BENNEY, Non-linear gravity wave interactions, *J. Fluid Mech.* **14**, 577–584 (1962).
- 6 F. K. BALL, Energy transfer between external and internal waves, *J. Fluid Mech.* **19**, 465–478 (1964).
- 7 S. S. SCHWEBER, An introduction to relativistic quantum field theory, New York 1962, Harper & Row.
- 8 W. H. MUNK, Surf beats, *Trans. Am. Geophys. Union* **80**, 849–854 (1949).
- 9 M. J. TUCKER, Surf beats: Sea waves of 1 to 5 minutes period, *Proc. Roy. Soc. A*, **202**, 565–573 (1950).
- 10 K. HASSELMANN, W. H. MUNK, G. J. F. MACDONALD, Bispectra of Ocean waves. *Time Series Analysis*, 125–139, Wiley & Sons, 1963.
- 11 M. S. LONGUET-HIGGINS, A theory of the origin of microseisms, *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, **243**, 1–35 (1950).
- 12 C. COX, H. SANDSTROM, Coupling of internal and surface waves in water of variable depth, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, 20th. anniv. vol., 499–513 (1962).

Anschrift: Dr. K. HASSELMANN, 2 Hamburg 64, Kelterstr. 37

## Die numerische Berechnung der Biegemomente von Platten mit Hilfe von Spannungsfunktionen

Von H. HOPPE

Zur Lösung von Problemen der Elastizitätstheorie bieten sich im wesentlichen zwei Wege an: entweder man führt Verschiebungen ein, dann gilt es, die Gleichgewichtsbedingungen zu erfüllen, oder man führt Spannungsfunktionen ein und muß die Verträglichkeitsbedingungen erfüllen. Eigenartigerweise wird bei der Lösung von Scheiben- und Plattenproblemen von dieser Doppelspurigkeit kaum Gebrauch gemacht. Scheiben werden fast ausschließlich mit Hilfe der AIRYSCHEN Spannungsfunktion berechnet, Platten ausschließlich mit Verschiebungen.

In einer umfangreicheren Arbeit [1] haben wir die Biegemomente von Platten sowohl mit Hilfe der Verschiebungen als auch mit Hilfe der SCHAEFFERSCHEN Spannungsfunktionen [2] nach dem RITZschen Verfahren mit zweidimensionaler HERMITE-Approximation [4] an einem digitalen Rechenautomaten berechnet, um zu sehen, welcher der beiden Wege der numerisch günstigere ist.

Den Berechnungen mit Verschiebungen lag zugrunde das Variationsproblem für das elastische Potential der Platte

$$(1a) \quad P = 2N \iint [(\partial_{xx} u + \partial_{yy} u)^2 - \frac{1-\nu}{2} (\partial_{xx} u \cdot \partial_{yy} u - \partial_{xy} u^2)] dx dy - \iint pu dx dy = \text{Min.},$$

den Berechnungen mit Spannungsfunktionen das Prinzip von MENABREA-CASTIGLIANO [3]

$$(1b) \quad A = \frac{1}{2} \iint \left[ (\partial_x \Phi + \partial_y \Psi)^2 + \frac{1+\nu}{2} (\partial_x \Psi - \partial_y \Phi)^2 - 2(1+\nu) (\partial_x \Phi \partial_y \Psi - \partial_y \Phi \partial_x \Psi) \right] dx dy = \text{Min.}$$