

ANNALEN DER METEOROLOGIE

(Neue Folge)

Nr. 12

Die Meteorologen-Tagung  
in Garmisch-Partenkirchen

vom 13. bis 16. April 1977

Offenbach a. M. 1977

Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes

STOCHASTISCHE KLIMAMODELLE  
ANWENDUNG AUF ZONAL GEMITTELTE ENERGIEBILANZMODELLE

Peter Lemke

Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg

Kurzfassung: Ein stochastisches Budyko Modell wird betrachtet, in dem, im Gegensatz zu den üblichen statistisch dynamischen Klimamodellen, die Wetterfluktuationen nicht herausgemittelt werden, sondern als interne stochastische Anregung dienen und dadurch Klimaschwankungen erzeugen. Die Klimavariablen, wie z.B. die Oberflächentemperatur, können deswegen nicht mehr deterministisch bestimmt werden, sondern müssen als stochastische Variable betrachtet werden, die man z.B. durch ihr Varianzspektrum beschreiben kann. Die berechneten Spektren der jährlich und zonal gemittelten Oberflächentemperatur der Erde stimmen mit den Beobachtungen sowohl in ihrer Form, als auch in ihrer Grössenordnung überein.

1 EINLEITUNG

Viele Versuche sind gemacht worden, durch Variation externer Parameter, wie z.B. der Solarkonstanten, Klimaschwankungen in statistisch dynamischen Modellen zu beschreiben. Eines der einfachsten Modelle dieser Art ist das zonal gemittelte Energiebilanzmodell von Budyko (1969). Es zeichnet sich durch einen starken positiven Albedo-Feedback aus, der zu einer grossen Empfindlichkeit bezüglich kleiner Änderungen der Solarkonstanten führt. Um die prognostischen Gleichungen zu schliessen, werden in den statistisch dynamischen Modellen die Wetterfluktuationen herausgemittelt und die mittleren Terme als Funktionen der Oberflächentemperatur parametrisiert. Klimaschwankungen können nur durch Änderungen externer Parameter erzeugt werden. Erweitert man jedoch diese Modelle, indem man die Wetterfluktuationen als interne Anregung in den prognostischen Gleichungen behält, dann treten Klimaschwankungen auch ohne Änderungen externer Parameter auf. Da die Wetterfluktuationen formal als stochastische Anregung auftreten, sind die Klimavariablen nicht mehr deterministisch bestimmbar, sondern sind stochastische Variable, die man z.B. durch ihr Varianzspektrum beschreiben kann. Das folgende stochastische Budyko Modell zeigt die Berechnung des Spektrums der Oberflächentemperatur.

2 DAS STOCHASTISCHE MODELL

Die Klimavariablen in Budykos Modell ist die jährlich und zonal gemittelte Oberflächentemperatur der Erde. Sie wird bestimmt aus der zonal gemittelten und vertikal integrierten Ener-

giebilanz des Systems Erde-Atmosphäre,

$$c \varrho l_i \frac{\partial T_i}{\partial t} \int_{-h}^0 T_i(z,t) dz = R_i(T) + A_i(T) \quad (1)$$

wobei  $R_i$  die Strahlungsbilanz,  $A_i$  der Energiegewinn durch den meridionalen Fluss und  $c$  und  $\varrho$  die spez. Wärme und Dichte bedeuten ( $i$  = Breitenkreisindex). Wegen der geringen Wärmekapazitäten von Atmosphäre und Landoberfläche erstreckt sich die vertikale Integration im wesentlichen über die thermisch wirksame Ozeantiefe  $h$ ;  $l_i$  gibt den ozeanbedeckten Anteil des Breitenkreises  $i$  an. Üblicherweise wurde (1) dazu benutzt, die Empfindlichkeit der Gleichgewichtszustände bezüglich Änderungen der Solarkonstanten zu untersuchen. Um die Gleichungen zu schliessen wurden auf der rechten Seite von (1) die Wetterfluktuationen herausgemittelt und die gemittelten Terme als Funktionen von  $T$  parametrisiert. Hier sollen nun die Wetterfluktuationen, die sowohl in  $A$  als auch über Bewölkung und Feuchte in  $R$  auftauchen, nicht herausgemittelt werden, sondern als interne stochastische Anregung in (1) dienen. Für kurze Zeitskalen kann der thermisch wirksame Ozean durch eine homogene Deckschicht (Tiefe  $h_1$ ) beschrieben werden. Gleichung (1) geht dann über in

$$c \varrho l_i h_1 \frac{\partial T_i}{\partial t} = \langle R_i(T_i) \rangle + \langle A_i(T) \rangle + S_i' \quad (2)$$

Für kleine Schwankungen um einen Gleichgewichtszustand  $\bar{T}_i$  (linearer Feedback) können die gemittelten Terme  $\langle R_i \rangle$  und  $\langle A_i \rangle$  nach  $T$  entwickelt werden. Eine Fouriertransformation ergibt

$$i\omega T_i(\omega) = V_{ij} [T_j(\omega) - \hat{T}_j(\omega)] + \frac{1}{c g \ell_{ij} h_1} S_i'(\omega)$$

mit

$$V_{ij} = \frac{1}{c g \ell_{ij} h_1} \frac{\partial}{\partial T_j} [\langle R_i \rangle + \langle A_i \rangle]$$

Mit Hilfe von (3) erhält man für das Varianz-Kreuzspektrum  $G_{ij}(\omega)$  der Oberflächentemperatur  $T_i$  (Hässelmann, 1976)

$$G_{ij}(\omega) = H_{ik} H_{je}^* F_{kl}(\omega) \quad (4)$$

wobei  $H = (i\omega I - V)^{-1}$  ( $I$ =Einheitsmatrix) und  $F_{kl}(\omega)$  das Kreuzspektrum der stochastischen Anregung ist.

Für längere Zeitskalen ist das Modellieren des Ozeans durch eine homogene Deckschicht nicht mehr ausreichend. Deswegen wird eine zweite darunter liegende Schicht (Tiefe  $h_2 = 4500$  m) eingeführt, in der vertikaler Wärmetransport durch turbulente Wärmeleitung stattfindet. Das vertikale Temperaturprofil wird durch die Wärmeleitungsgleichung bestimmt

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\sigma}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - W \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5)$$

Der turbulente Wärmeleitungskoeffizient  $\sigma$  ist mit  $1 \text{ cal cm}^{-1} (\text{cm}^2 \text{ sec}^{-1})$  und die vertikale Geschwindigkeit (upwelling)  $w$  ist mit  $1,2 \text{ cm/Tag}$  angenommen. Die grundlegende Gleichung für die Oberflächentemperatur (3) geht damit über in

$$i\omega g(\omega) T_i(\omega) = V_{ij} [T_j(\omega) - \hat{T}_j(\omega)] + \frac{1}{c g \ell_{ij} h_1} S_i' \quad (6)$$

$g(\omega)$  ist hier eine komplexe Wärmekapazität, die den Einfluss der zweiten Ozeanschicht beschreibt (Lemke, 1977).

Die Parametrisierung der Infrarot-Emission und des meridionalen Fluss-Terms  $A$  wird von Budyko übernommen. Für die Parametrisierung der Albedo als Funktion der Temperatur wird eine Cosinus-Form der jährlichen Temperaturschwankung angenommen. Dann ist die jährlich gemittelte Albedo gegeben durch

$$\alpha(T) = \begin{cases} \alpha_E & T > \alpha_3 \text{ u. } T < -\alpha_3 \\ \alpha_E + (\alpha_S - \alpha_E) \frac{1}{\pi} \arccos(T/\alpha_3) & |T| < \alpha_3 \end{cases} \quad (7)$$

wobei  $\alpha_E$  ( $\Theta$ ) die Albedo ohne Schneebedeckung am Breitengrad  $\Theta$ ,  $\alpha_S$  die Albedo bei Schneebedeckung und  $\pm \alpha_3 = \pm 10^\circ\text{C}$  die mittlere Schneefall- und Eisgrenze bedeutet. Albedo-Feedback findet danach südlich der Schneefallgrenze und nördlich der Eisgrenze nicht statt.

Beiträge zur stochastischen Anregung  $S_i'$  in (2) liefern der meridionale Fluss, die Bewölkung und die Luftfeuchtigkeit. Abschätzungen ergeben, dass der meridionale Fluss den Hauptbeitrag liefert. Zeitserien der zonal gemittelten und vertikal integrierten

Energieflüsse, die für die Berechnung des Anregungsspektrums benötigt werden, sind zur Zeit nicht vorhanden. Deshalb wird  $F_{ij}(\omega)$  wie folgt abgeschätzt ( $a = 1/(c g \ell_{ij} h_1 2\pi)$ ):

$$F_{ij}(\omega) = a \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) d\tau = a R_{ij}(\omega) \bar{T} \quad (8)$$

Dabei ist  $R_{ij}$  die Kovarianzfunktion von  $A$  und  $\bar{T}$  die Korrelationszeit von  $A$ , die mit 5 Tagen angenommen wird. Der Einfachheit halber wird weiter angenommen, dass die Diagonalelemente  $\sigma^2 = R_{ii}(\omega)$  konstant sind für alle Breitengrade; dabei wird  $\sigma$  dem Mittelwert von  $A$  am  $55^\circ$  Breitengrad gleichgesetzt, was in grober Übereinstimmung mit Daten von Oort ist. Die horizontale Korrelationslänge wird mit  $1500 \text{ km}$  angenommen.

### 3 RESULTATE

Gleichung (4) wurde numerisch gelöst. Figur 1 zeigt das Varianzspektrum der Oberflächentemperatur bei einer geographischen Breite von  $55^\circ$  für verschiedene Albedo-Feedback Parameter  $b_1 = (\alpha_E - \alpha_S)/\alpha_3 \pi$  (Ein-Schichten-Ozeanmodell). Die Balken bezeichnen Temperatur Daten für Mittelengland (Kutzbach und Bryson, 1974). Für grosse Frequenzen ist das Spektrum proportional zu  $\omega^{-2}$  und seine Grösse wird hauptsächlich von der Wärmekapazität der Deckschicht bestimmt. Der Feedback, der für die Abflachung des Spektrums bei kleinen Frequenzen sorgt, spielt hier keine Rolle. Für stärkeren Feedback erhöht sich das Spektrum bei  $\omega=0$ . Ist  $b_1 > 0,00607$ , dann wird der gesamte Feedback positiv, und das System wird instabil. Die starke Abhängigkeit des Spektrums vom Feedbackparameter zeigt auf andere Weise die bekannte Empfindlichkeit des Budyko-Modells bezüglich Änderungen der Modellparameter. Figur 2 zeigt den Einfluss der zweiten Ozeanschicht. Für grosse Frequenzen wird das Spektrum wiederum hauptsächlich von der Trägheit der Deckschicht bestimmt. Kleinere Frequenzen beeinflussen tiefere Ozeanschichten, die Trägheit des Systems nimmt zu und reduziert das Spektrum. Die grösste Reduktion tritt für den Fall  $w=0$  auf, da die Temperaturwellen nicht durch den vertikalen Massentransport gehemmt werden. Der Wert des Spektrums bei  $\omega=0$  wird nicht verändert, da alle thermischen Trägheitseffekte dort keine Rolle spielen. Die Gesamtvarianz des Spektrums ist für das Zwei-Schichten Modell  $1,2 (\text{C}^2)$  ( $w=0$ ) und  $1,5 (\text{C}^2)$  ( $w=1,2 \text{ cm/Tag}$ ). Diese Varianzen sind vergleichbar mit denen, die bei einer 1%igen Änderung der Solarkonstanten im Budyko- und im Manabe-Wetherald-Modell auftreten.

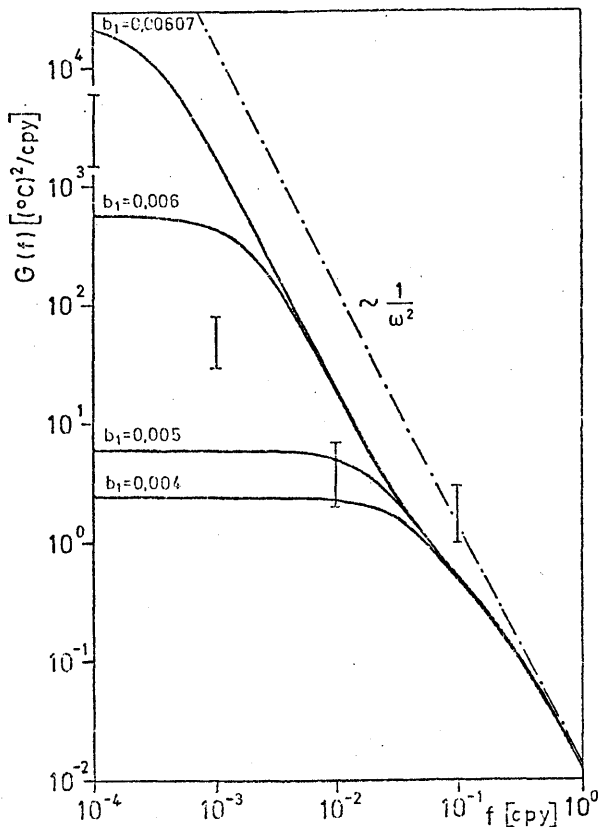


Fig. 1 Theoretisches Varianzspektrum der Oberflächentemperatur für verschiedene Albedo-Feedback Parameter  $b_1$  (Einschichten-Modell).

#### LITERATURVERZEICHNIS

Budyko, M.I. (1969), "The effect of solar radiation variations on the climate of the earth", *Tellus* 21, 611-619.

Hasselmann, K. (1976), "Stochastic climate models", Part 1, Theory, *Tellus* 28, 473-485.

Kutzbach, J.E. and R.A. Bryson (1974), "Variance Spectrum of holocene climatic Fluctuations in the North Atlantic Sector", *Journal of the Atmospheric Sciences* 31, 1958-1963.

Lemke, P. (1977), "Stochastic climate models", Part 3. Application to zonally averaged energy models, (in press).

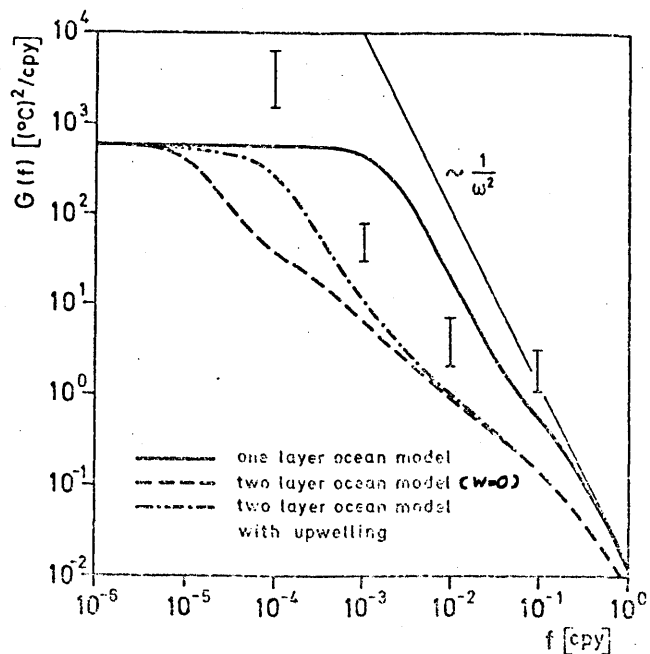


Fig. 2 Einfluss einer zweiten Ozeanschicht auf das Varianzspektrum der Oberflächentemperatur.